

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ КРИОСФЕРЫ ЗЕМЛИ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Паздерин Дмитрий Сергеевич

**ДИНАМИКА ТЕПЛОВОГО СОСТОЯНИЯ МНОГОЛЕТНЕМЕРЗЛЫХ
ГРУНТОВ В ОСНОВАНИИ ЗАГЛУБЛЕННОГО ТРУБОПРОВОДА С
ПРИМЕНЕНИЕМ ОХЛАЖДАЮЩИХ УСТРОЙСТВ
(ТЕРМОСТАБИЛИЗАТОРОВ)**

Специальность: 25.00.08 – инженерная геология,
мерзлотоведение и грунтоведение.

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор геолого-минералогических наук
Горелик Яков Борисович

Тюмень – 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
Глава 1. Обзор литературы. Модели теплообмена в грунтах. Методы расчета теплового взаимодействия естественно-конвективных охлаждающих устройств с многолетнемерзлым грунтом.....	11
1.1. Теплообмен оребренных поверхностей с воздухом.	16
1.2. Исследование внутренних процессов в естественно - конвективных охлаждающих устройствах.	29
1.3. Внешняя задача для расчета температурных полей в основании сооружений, возводимых с применением естественно-конвективных охлаждающих устройств.	33
1.4. Модели и методы расчета теплообмена в мерзлом и талом грунте.....	39
1.5. Выводы к главе.	44
Глава 2. Внешний теплообмен конденсатора вертикального двухфазного естественно-конвективного охлаждающего устройства с атмосферой.....	46
2.1. Постановка задачи теплообмена на поверхности конденсатора термостабилизатора.	46
2.2. Теплообмен с поверхности конденсатора при обдуве воздухом.	47
2.3. Теплоотдача биметаллического оребренного конденсатора вертикального термостабилизатора.	53
2.4. Результаты расчетов по разработанной модели.....	57
2.4.1. Результаты расчетов при условии отсутствия контактного термического сопротивления между оребрением и корпусом термостабилизатора.....	57
2.4.2. Результаты расчетов, учитывающие контактное термическое сопротивление между оребрением и корпусом термостабилизатора.	61
2.5. Выводы к главе.....	64

Глава 3. Теплообмен одиночного вертикального естественно-конвективного охлаждающего устройства (термостабилизатора) с грунтом.....	65
3.1. Постановка задачи теплообмена термостабилизатора с грунтом.....	65
3.2. Граничные и начальные условия нестационарной задачи теплопереноса в грунтах.....	67
3.2.1. Верхнее граничное условие.....	68
3.2.2. Нижнее граничное условие.....	70
3.2.3. Граничные условия на вертикальных цилиндрических поверхностях.....	78
3.3. Прогноз температуры грунта в основании заглубленного трубопровода.....	80
3.4. Элементы тестирования вычислительной процедуры.....	82
3.5. Решение задачи теплообмена термостабилизатора с грунтом.....	83
3.6. Система уравнений в цилиндрической системе координат.....	86
3.7. Результаты промысловых исследований.....	110
3.8. Выводы к главе.....	111
Глава 4. Решение некоторых прикладных задач.....	113
4.1. Исследование теплового взаимодействия двух вертикальных естественно-конвективных охлаждающих устройств в трехмерном пространстве.....	113
4.1.1. Постановка задачи.....	113
4.1.2. Решение задачи.....	114
4.2. Расчет поля температур ММГ в области с источником тепла и вертикальными естественно-конвективными охлаждающими устройствами.....	143
4.3. Выводы к главе.....	182
Заключение.....	183
Список литературы.....	185
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	199

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы

Сегодня в большинстве северных регионов строительство сооружений осуществляется по I принципу. Однако при строительстве трубопроводов обеспечить его выполнение по всей трассе оказывается слишком затратным. Чаще всего это строительство осуществляется с допущением частичного оттаивания грунтов основания, лимитируемого конструктивными мероприятиями (теплоизоляцией, охлаждающими устройствами и т.д.) исходя из требований обеспечения величины действующих в трубопроводе напряжений ниже предельно-допустимых значений. Для этого при их проектировании необходимо выполнять расчеты, как несущей способности фундаментов, так и по деформациям. Эти расчеты базируются на определении механических и деформационных характеристиках мерзлых грунтов. Свойства мерзлых грунтов существенно зависят от их отрицательной температуры. Так понижение температуры мерзлого грунта на 2-3 °С увеличивает несущую способность фундаментов в 2-3 раза.

Одним из путей предотвращения нежелательных последствий оттаивания является применение охлаждающих устройств различной конструкции. Для температурной стабилизации грунтов оснований широко используются охлаждающие устройства, в частности, термостабилизаторы грунта производства НПО «Фундаментстройаркос» и других отечественных производителей. Термостабилизатор – двухфазное естественно-конвективное устройство для переноса зимнего холода атмосферы к основанию фундамента. Устройство не требует затрат электроэнергии, его действие основано на использовании силы тяжести и разницы температур грунта и воздуха в зимнее время года.

Прогнозирование совместного теплового влияния на грунт со стороны инженерного сооружения и термостабилизаторов является сложной комплексной задачей, которая лежит в основе расчета несущей способности и деформаций. Надежность эксплуатации сооружений и возможные неблагоприятные последствия ее нарушения в значительной мере зависят от корректности прогноза

тепловых полей и ореолов оттаивания. Как показал анализ, разработка этих методов прогнозирования в настоящее время недостаточна.

В работах по определению температурного поля грунтов вокруг термостабилизатора принимается постоянный тепловой поток от испарителя в грунт не учитывающий конкретные условия атмосферы и свойства грунта. Кроме того, в существующих постановках задач отсутствует анализ корректности задания положения границ расчетной области, а также адекватности граничных условий реальным условиям теплообмена. В расчетах недостаточно подробно анализируется роль сезонных колебаний температуры на поверхности массива грунта и вклад этого фактора в формирование температурного поля в основании сооружения в различное время года. В принимаемых расчетных моделях не учитываются технологические факторы изготовления конденсатора устройства и особенности его конструкции, которые могут заметно повлиять на эффективность его работы.

Необходимость решения обозначенных вопросов с целью качественного улучшения методов геокриологического прогноза состояния грунтов основания трубопровода при подземном способе прокладки определяет актуальность темы диссертационной работы.

Объект исследований

Многолетнемерзлые грунты в зоне влияния горячего трубопровода с учетом действия термостабилизаторов на застраиваемой территории криолитозоны.

Предмет исследований

Тепловое состояние и процессы теплопереноса в массиве грунта с учетом фазовых превращений грунтовой влаги.

Цели и задачи работы

Целью диссертационной работы является создание расчетной модели теплового воздействия подземного трубопровода и вертикальных естественно-конвективных охлаждающих устройств (термостабилизаторов) на многолетнемерзлые грунты его основания. Модель должна учитывать тепловое взаимодействие термостабилизаторов, тепловыделения трубопровода с учетом

вариации его конструктивных параметров, сезонные процессы на дневной поверхности, фазовые переходы в грунте.

Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие задачи:

1. Разработать модель переноса тепла от внешней поверхности оребренного конденсатора термостабилизатора к атмосферному воздуху, учитывающую характеристики ребер и трубы в основании ребер, а также контактное термическое сопротивление, в случае биметаллического исполнения конденсатора.

2. Разработать достаточно простой и надежный способ выбора граничного условия на контакте поверхности массива грунта с атмосферным воздухом, а также выбора положения нижней границы расчетной области, обеспечивающих корректность постановки задач.

3. Провести анализ взаимного теплового влияния двух термостабилизаторов в трехмерной расчетной области.

4. Выполнить исследование теплового влияния термостабилизаторов на температурное поле многолетнемерзлых грунтов основания заглубленного трубопровода с учетом сезонных изменений параметров теплообмена на поверхности грунта.

5. Разработать физико-математическую модель совокупного теплового воздействия от заглубленного трубопровода, одиночного и групповых вертикальных термостабилизаторов, а также природных факторов с поверхности массива на многолетнемерзлые грунты основания трубопровода, позволяющую дать долгосрочный прогноз динамики их теплового состояния.

6. Разработать алгоритм и создать рабочую программу для проведения прогнозного теплотехнического расчета в системе “мерзлый грунт – заглубленный трубопровод – система термостабилизаторов – окружающий воздух”.

7. Обосновать корректность разработанной модели и метода расчета на основе сопоставления численных расчетов с известными решениями для

некоторых частных конструктивных исполнений прокладки трубопровода.

Научная новизна заключается в следующем:

1. Предложен алгоритм проектирования конденсатора одиночного вертикально термостабилизатора с привязкой к конкретным ветровым условиям. Введено понятие «высокоскоростного» и «низкоскоростного» оребрения, т.е. конструкций более эффективных при высоких и низких скоростях ветра.

2. Выполнено обоснование граничных условий на верхней поверхности массива грунта и на контакте испарителя термостабилизатора с грунтовым массивом обеспечивающих корректность постановки задачи прогноза состояния грунтов в основании сооружений и существенно повышающих точность прогноза.

3. Разработана новая методика прогнозирования теплового состояния грунтов в системе «мерзлый грунт – заглубленный трубопровод – система термостабилизаторов – окружающий воздух», включающая: а) учет технологические факторов изготовления конденсатора охлаждающего устройства и особенности его конструкции; б) обоснование корректности выбора параметров сезонного теплообмена поверхности массива грунта с атмосферой и положения нижней границы расчетной области; в) теоретически обоснованное условие теплообмена на границе контакта испарителя термостабилизатора с вмещающим грунтом; г) учет совокупного действия всех источников тепла (трубопровода, системы термостабилизаторов, поверхностных факторов); д) учет строения геологической среды (что увеличивает точность прогноза); е) разработанную на основе предлагаемой методики рабочую (вычислительную) программу для прогноза состояния грунтов основания заглубленного трубопровода на весь срок его эксплуатации.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Комплексная теоретическая модель теплопереноса и теплового взаимодействия конденсатора вертикального термостабилизатора с окружающим воздухом в широком диапазоне скоростей ветра, при различных формах и материалах ребер и способа их крепления к корпусу термостабилизатора.

2. Алгоритм выбора параметров теплообмена верхней границы массива

грунта с атмосферой и глубины расположения нижней границы расчетной области на основе критерия стабильности теплового состояния массива грунта в отсутствие сооружения в течение срока его эксплуатации для обеспечения корректности постановки и решения задачи теплотехнического прогноза теплового состояния мерзлых грунтов в основании сооружений.

3. Физико-математическая модель и численный метод расчета процессов переноса тепла в основании горячего заглубленного трубопровода включающие: а) учет технологических факторов изготовления конденсатора охлаждающего устройства и особенности его конструкции; б) обоснование корректности выбора параметров сезонного теплообмена поверхности массива грунта с атмосферой и положения нижней границы расчетной области; в) теоретически обоснованное условие теплообмена на границе контакта испарителя термостабилизатора с вмещающим грунтом; г) учет совокупного действия всех источников тепла (трубопровода, системы термостабилизаторов, поверхностных факторов); д) учет строения геологической среды (что увеличивает точность прогноза); е) разработанную на основе предлагаемой методики рабочую (вычислительную) программу для прогноза состояния грунтов основания заглубленного трубопровода на весь срок его эксплуатации.

Практическая значимость результатов работы

Способ описания переноса тепла через конденсатор термостабилизатора позволяет учитывать не только геометрические и теплофизические характеристики оребрения, но и технологические особенности его изготовления, в частности - способ его крепления к корпусу термостабилизатора.

Разработанные вычислительные методы повышают надежность и точность прогнозных тепловых расчетов заглубленного трубопровода в криолитозоне при проектировании термостабилизации грунтов и конструктивных схем укладки трубопровода.

Разработанные инструменты позволяют прогнозировать температурное поле многолетнемерзлых грунтов на весь срок эксплуатации трубопровода, что позволяет заблаговременно выделить проблемные участки и наметить проектные

работы по созданию сети мониторинга вдоль трассы трубопровода.

Достоверность результатов обусловлена корректностью постановки задач и обеспечена достаточной обоснованностью принятых допущений с применением фундаментальных уравнений теплофизики. Результаты, полученные численными методами, подтверждаются их достаточным соответствием с известными для частных случаев аналитическими и иными известными зависимостями.

Личный вклад автора состоит в разработке метода прогнозного расчета, проведении и обобщении численных расчетов. Промысловые данные получены под руководством автора. В опубликованных совместно с соавторами научных статьях, вклад соавторов равноценен.

Апробация работы

Результаты исследований докладывались и обсуждались на российских и международных межотраслевых научных семинарах и конференциях:

1. Международная конференция «Криогенные ресурсы полярных и горных регионов. Состояние и перспективы инженерного мерзлотоведения», Тюмень, 2008 г.

2. Всероссийский научно-технический семинар «Некрасовские чтения», г.Тюмень 2010, 2011 г.

3. Научно-методический семинар ОАО «Гипротюменнефтегаз», Тюмень 2012-2014 г.

4. Тюменский международный инновационный форум «НефтьГазТЭК-2013», Тюмень 2013г.

5. Международная научно-практическая конференция по инженерному мерзлотоведению, посвященная 20-летию ООО НПО «Фундаментстройаркос», Тюмень 2011.

6. Научно-практическая конференция молодых ученых и специалистов посвященная 20-летию ООО НПО «ФСА», Тюмень 2011.

7. Девятый семинар-совещание при ОАО НПП «Эталон», Омск 2011.

8. XVIII научно-практическая конференция молодых ученых и специалистов «Проблемы развития газовой промышленности Сибири-2014»,

Тюмень 2014.

9. XVI конференции молодых специалистов, работающих в организациях, осуществляющих деятельность, связанную с использованием участков недр на территории Ханты-Мансийского автономного округа – Югры. Х.-Мансийск 2016.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 14 работ, в том числе 5 работы в изданиях входящие в перечень ВАК, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка цитируемой литературы и приложения. Объем диссертации составляет 204 страницы машинописного текста, включая 129 рисунков и 9 таблиц. Список цитируемой литературы составлен из 148 источников

Специальность, которой соответствует диссертация

Согласно сформулированной цели научной работы, ее научной новизне, установленной практической значимости, диссертация соответствует паспорту специальности 25.00.08 – Инженерная геология, мерзлотоведение и грунтоведение, пункту 7 «Техническая мелиорация грунтов, создание геотехнических массивов пород (грунтовых толщ) с заданными прочностными, деформационными, фильтрационными, теплофизическими и другими свойствами»; пункту 12 «Физическое, математическое, аналоговое и другое моделирование геологических, геокриологических и инженерно-геологических процессов, прогноз их развития во времени-пространстве, оценка и управление геологическими опасностями и геологическими рисками»; пункту 15 «Оценка и прогноз изменений инженерно-геологических и геокриологических условий месторождений полезных ископаемых, урбанизированных и сельских территорий, объектов промышленного, гражданского, энергетического и других видов строительства».

Глава 1. Обзор литературы. Модели теплообмена в грунтах. Методы расчета теплового взаимодействия естественно-конвективных охлаждающих устройств с многолетнемерзлым грунтом

Существенный вклад в изучение процессов промерзания-оттаивания многолетнемерзлых грунтов оснований сооружений у нас в стране внесли Б.Г. Аксенов, Ю.А. Александров, Б.М. Блиер, Э.А. Бондарев, Н.А. Бучко, Ю.Я. Велли, С.С. Вялов, С.И. Гапеев, А.С. Герасимов, М.Н. Гольдштейн, М.Д. Головкин, Ю.М. Гончаров, Я.Б. Горелик, С.Е. Гречищев, И.Е. Гурьянов, Ю.С. Даниэлян, В.В. Докучаев, Г.М. Долгих, М.М. Дубина, Э.Д. Ершов, В.Ф. Жуков, Ю.К. Зарецкий, А.А. Кислицын, В.С. Колунин, И.А. Комаров, В.Г. Кондратьев, А.А. Коновалов, В.А., Я.А. Кроник, В.А. Кудрявцев, Н.Б. Кутвицкая, В.И. Макаров, В.П. Мельников, Ю.С. Миренбург, М.А. Минкин, С.Н. Окунев, А.В., В.О. Орлов, А.В. Павлов, Г.В. Порхаев, Г.П. Пустовойт, Д.В. Редозубов, Л.Т. Роман, Р.В. Чжан, Н.Ф. Федоров, Ю.Г. Федосеев, В.Н. Феклистов, Г.М. Фельдман, Х.Р. Хакимов, Л.Н. Хрусталева, Н.А. Цытович, Д.М. Шестернев, А.Л. Ястребов и др.

Величина отрицательной температуры является наиболее важным фактором, определяющим прочность мерзлых грунтов и, следовательно, их несущую способность при использовании в качестве оснований сооружений [1,6,46]. Поэтому перевод грунтов из пластично-мерзлого в твердомерзлое состояние не только обеспечивает повышенную безопасность сооружения при непредвиденном изменении температуры мерзлых грунтов, но и дает большой экономический эффект. Понижение температуры мерзлого грунта, например с $-0,3$ до $-1,0$ °С увеличивает несущую способность свайных фундаментов в этих грунтах в 2,5 раза, а до -2 °С – в 3,8 раза [1, 21, 38, 46]. Это обосновывается тем, что прочность мерзлых грунтов зависит от температуры и в меньшей степени – от литологического состава. Поэтому понижение температуры многолетнемерзлых пород сопровождается пропорциональным увеличением их прочности.

В районах распространения вечномерзлых грунтов возводят различные инженерные сооружения, рассчитанные на постоянное сохранение отрицательных температур в грунтах оснований [118]. Так, охлажденный в зимнее время массив

грунта должен быть защищен от теплового воздействия окружающих пород и летнего нагрева с поверхности [1, 19, 21, 39, 59, 72].

Наибольший прогресс в развитии практических средств искусственного охлаждения грунтов достигнут после того как для этой цели стали применять естественно-конвективные охлаждающие устройства. Применение искусственного охлаждения целесообразно и при наличии прерывистой и не сливающейся вечной мерзлоты, когда с помощью подачи холода можно заморозить талый грунт (под всем сооружением или только под фундаментами) и сохранить его в мерзлом состоянии на весь срок эксплуатации сооружения [15,19,44]. Применять такие устройства для замораживания грунтов в СССР впервые предложили в 1945 году Б.М. Блиер, М.М. Цинман [106] и в 1957 году С.И. Гапеев [107], позже - В.И. Макаров [1].

Охлаждающие устройства с хладагентом в виде пропана нашли широкое распространение при строительстве в Аляске [47, 48], их применение предложили в 1964 году Э. Лонг [48, 108] и в 1965 году Д.К. Бэлч [109]. В 70-80 годы прошлого столетия исследованиями в области температурной стабилизации мерзлых грунтов занимались в институтах Гипротюменнефтегаз, ТюменНИИГипрогаз, Гипротрубопровод, МИСИ, ЛенЗНИИЭП, Институт мерзлотоведения СО РАН. Значительный опыт строительства сооружений на многолетнемерзлых грунтах приобрело Северное Отделение НИИОСП. Согласно действующим в то время строительным нормам, несущая способность мерзлого грунта определялась по его максимальной температуре (в течение года), и, таким образом накопленный в зимнее время холод мог идти лишь в запас прочности сооружения. С начала 1990-х годов утрачивают силу многие нормативные ограничения, сдерживающие использование охлаждающих устройств при строительстве на мерзлых грунтах. Вертикальные устройства находят широкое применение на территории Западной Сибири при освоении месторождений углеводородов. В это же время резко сокращается количество научно-исследовательских и производственных организаций, выполняющих научные разработки перспективных конструкций и их изготовление. Впервые возникает

специализированная организация – ООО НПО «Фундаментстройаркос», которая спустя достаточно короткий промежуток времени превращается в мощную структуру, осуществляющую комплекс работ по исследованию, проектированию и изготовлению охлаждающих устройств различных конструкций и назначения (разработки ведут также АО «Фундаментпроект» и ООО «ВНИИГАЗ»). Важной заслугой этой фирмы (прежде всего ее руководителя – Г.М. Долгих) является создание горизонтальных и вертикальных систем охлаждения, объединенных общим коллектором для циркуляции хладагента и общим конденсаторным блоком [147].

Сегодня без систем температурной стабилизации не обходится практически ни одно важное строительство в экстремальных условиях Севера, будь то нефтепровод, плотина или железная дорога. Востребованность инновационных технологических решений в условиях все более нестабильного арктического климата неуклонно растет [110].

Основной целью применения естественно-конвективных охлаждающих устройств является сохранение многолетнемерзлых грунтов оснований в мерзлом состоянии в течение всего жизненного цикла инженерного сооружения. Проблемы теплового взаимодействия зданий и сооружений с мерзлыми породами хорошо известны из литературы [1, 3, 6, 7, 15, 19, 47, 48, 104, 110]. Поэтому для обеспечения эксплуатационной надежности оснований, возводимых на многолетнемерзлых грунтах, необходимо решать задачу теплового взаимодействия сооружений и мерзлого грунта, а в случае применения устройств температурной стабилизации грунтов – теплового взаимодействия сооружения, грунта и термостабилизаторов. Следует отметить, что значительный вклад в решение задачи теплового взаимодействия в системе «мерзлый грунт – термостабилизатор – окружающий воздух» внесли отечественные и зарубежные ученые [6, 7, 46, 47, 103, 104, 105, 111]. Над вопросом теплового взаимодействия инженерного сооружения с многолетнемерзлыми грунтами посвящены работы [19, 59, 60, 61, 62, 71]. Исследованию проблем теплопередачи численными методами посвящены работы многих авторов С. Патарнкара [43, 53], А.А.

Самарского и П.Н. Вабищевича [58], А.Н. Тихонова и А.А. Самарского [82], Е.Р. Алексеева и О.В. Чеснокова [57], Х. Азиза и Э. Сеттари [52]. Над задачами термостабилизации многолетнемерзлых пород с использованием естественно-конвективных охлаждающих устройств трудились: С.С. Вялов [39, 46, 48], Я.Б. Горелик [6, 104, 135], А.А. Коновалов [19], Л.Л. Васильев, С.Л. Вааз [21], И.Л. Пиоро [103, 105], Г.М. Долгих [110]. Над вопросом прогнозирования температурного режима многолетнемерзлых грунтов на застраиваемых территориях работали: Г.В. Порхаев [60, 61], Э.Д. Ершов [69, 146], Я.Б. Горелик [62], В.Г. Меламед [49, 51, 64, 65, 78], Г.М. Фельдман [67], А.В. Павлов [59], Н.А. Цытович [71] и другие ученые.

Термостабилизатором в этой главе и во всей диссертационной работе называется двухфазное естественно-конвективное охлаждающее устройство предназначенное для строительства на многолетнемерзлых грунтах. Термосифоном, следуя [1], будем называть однофазные термостабилизаторы.

Искусственное замораживание (охлаждение) грунтов позволяет расширить область применения I принципа их использования в качестве оснований сооружений [118], повысить несущую способность и надежность оснований, упростить конструктивные решения и технологию нулевого цикла, а также во многих случаях сократить сроки, материалоемкость и стоимость строительства. Наибольший технико-экономический эффект достигается при замораживании талых и охлаждении пластичномерзлых грунтов до температуры их твердомерзлого состояния с помощью парожидкостных сезонно-конвективных устройств, работающих за счет низких температур воздуха в зимнее время и не требующих энергетических затрат в процессе эксплуатации [111, 146].

Простейшим в конструктивном отношении охлаждающим устройством является одиночный термостабилизатор. Основными конструктивными элементами вертикального термостабилизатора являются испаритель и оребренный конденсатор. Испаритель является грунтовым теплообменником, в котором происходит испарение жидкого хладагента. Он представляет собой трубу с заглушенным нижним торцом, погруженную в грунт на глубину, определяемую

глубиной охлаждаемого массива. Конденсатор является элементом устройства, осуществляющим теплообмен с наружным воздухом, в котором происходит переход хладагента из парообразного в жидкое состояние [110].

Работа парожидкостных охлаждающих устройств, в частности вертикальных термостабилизаторов, основана на конвекции легкокипящего вещества – теплоносителя – под влиянием естественной разности температур охлаждаемого массива грунта и атмосферного воздуха (рис. 1.1). Жидкий теплоноситель 3, находящийся в нижней подземной части устройства (испарителе) 1, испаряется и поднимается в виде пара 5 в верхнюю надземную часть (конденсатор) 2, охлаждаемую атмосферным воздухом. Отдавая тепло окружающему воздуху, теплоноситель конденсируется и стекает в виде пленки 4 по стенкам испарителя. Испаряющаяся пленка конденсата охлаждает окружающий грунт 6, а ее оставшаяся часть стекает на дно термостабилизатора, где также испаряется [111].

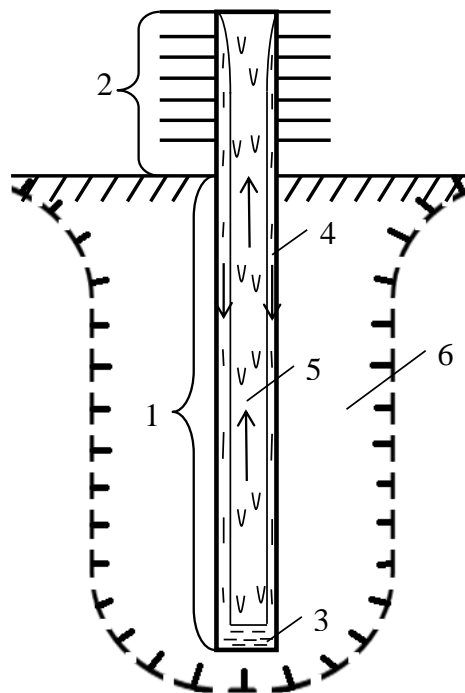


Рисунок 1.1. Принципиальная схема вертикального парожидкостного термостабилизатора. 1 – испаритель, 2 – конденсатор, 3 – жидкий теплоноситель (хладагент), 4 – пленка конденсата, 5 – парообразный хладагент, 6 – замороженный грунт.

Фазовые превращения теплоносителя и его конвекция внутри термостабилизатора происходит непрерывно в состоянии динамического равновесия жидкости и насыщения паров (на линии насыщения).

Как отмечено в работах [140; 141] термостабилизаторы в основном применяют для термостабилизации мерзлых грунтов. С их применением построены многокилометровые участки трубопроводов надземной прокладки (Трансаляскинский нефтепровод, нефте- и газопроводы по северу Западной и Восточной Сибири), многочисленные здания и сооружения технологического назначения северных месторождений Российской Арктики [135]. Термостабилизаторы применяют для понижения температуры мерзлых грунтов в основании сооружений до проектного значения и поддержания этого состояния грунтов (их термостабилизации) в течение всего срока эксплуатации. В работе [135] отмечено, что замораживание таликов с применением термостабилизаторов весьма ограничено в силу значительной энергоемкости данного процесса и осуществляется относительно редко, например, при использовании специальных глубинных устройств для замораживания и поддержания в мерзлом состоянии ядер плотин либо при восстановлении нарушенного в процессе эксплуатации сооружения принципа строительства.

Теплообмен оребренного конденсатора с атмосферой, внутренние процессы в корпусе трубы термостабилизатора и внешняя задача на контакте испарителя и грунта, а также методы расчета теплообмена в многолетнемерзлых грунтах несомненно важные проблемы, исследованию изученности которых посвящена настоящая глава.

1.1. Теплообмен оребренных поверхностей с воздухом.

Все применяемые в настоящее время термостабилизаторы оборудованы оребрением надземной конденсаторной части [1, 103, 110, 111, 114]. Делается это с целью интенсификации теплообмена устройства с атмосферой [102].

Расчет и проектирование термостабилизаторов требуют решения ряда сложных задач, связанных с отводом тепловых потоков. Для этого необходимо правильно определять коэффициенты теплоотдачи при обтекании оребренных

конденсаторов воздухом, обоснованно выбирать форму, размеры и число ребер [88, 91]. Во многих случаях требуется определять оптимальные параметры ребристой системы теплоотвода, чтобы обеспечить передачу заданных тепловых потоков при минимальной массе или объеме системы [83, 93].

Тепловой расчет ребренной поверхности включает определение теплоотдачи к окружающей среде и анализ распространения тепла путем теплопроводности в ребрах и стенке [83].

В литературе имеются работы, посвященные решению этой задачи [2, 5, 32, 83-102].

Увеличение теплового потока возможно как за счет повышения перепада температур, так и за счет снижения общего термического сопротивления. Температурный напор обычно определяется характеристиками процесса и задается в достаточно жестких пределах. Наиболее рациональным является уменьшение термического сопротивления путем увеличения интенсивности переноса теплоты или путем развития общей поверхности теплообмена [84]. Из закона Фурье [85] следует, что чем больше поверхность теплообмена, тем большее количество теплоты пройдет через нее. Необходимым условием использования ребер является быстрое выравнивание тепла внутри ребристых стенок, для чего стенки и ребра должны быть изготовлены из хорошего проводящего тепло материала.

Ребристые конденсаторы можно изготавливать различными способами: путем сплошной отливки из чугуна, приваркой ребер к стенке [87], накаткой из металлических заготовок. Преимущество второго и третьего вариантов в том, что ребра могут быть изготовлены из другого материала, чем сама стенка. При свободной конвекции плоскость ребра рекомендуется располагать вертикально, при вынужденной конвекции плоскость должна совпадать с направлением движения омывающей среды [2, 17].

Различают прямые и кольцевые ребра, а также ребрение в виде отдельных шипов; ребра могут иметь различные профили (прямоугольный, треугольный, трапецевидный) [83].

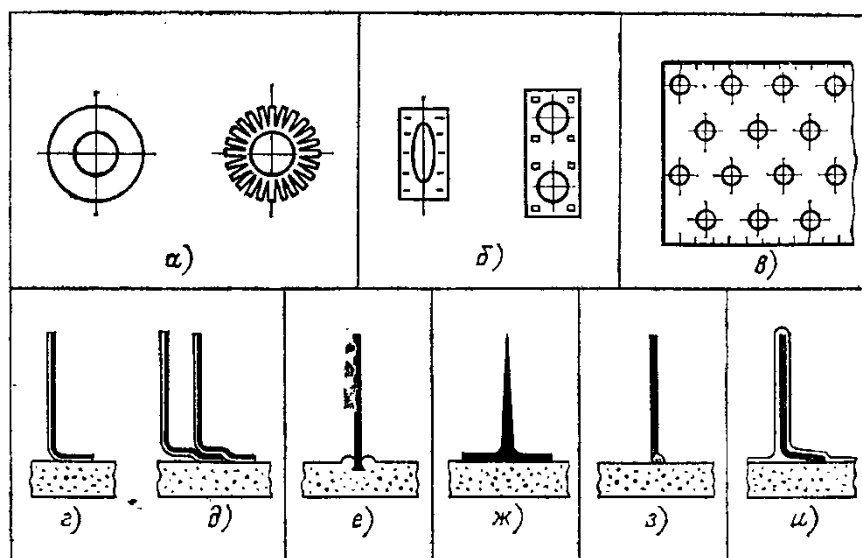


Рисунок 1.2. Различная геометрия и способы крепления оребренных труб
 а – надетые с натягом круглые ребра; б – прямоугольные ребра, припаянные к круглым или эллиптическим трубам; в – пучки труб с припаянными или натянутыми прямоугольными ребрами; г – приваренные одиночные L-образные ребра; д – наложенные друг на друга L-образные ребра; е – вставленные в пазы ребра; ж – ребра, образованные методом выдавливания; з – приваренные или припаянные ребра; и – ребра с металлическим покрытием

На рисунке 1.2 показаны типичные оребренные трубы и различные методы крепления ребер на трубах.

Алюминиевые ребра, посаженные с натягом на стальную трубу (рисунок 1.2 а,г), имеют высокие контактные сопротивления, которые быстро увеличиваются при повышении температуры. Поэтому их применение ограничено температурами до $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, поскольку при более высоких температурах крепление ребер к трубам ослабляется в следствие большого термического расширения алюминия.

Ребра, устанавливаемые в канавки и закрепленные, как показано на рисунок 1.2 е, применимы до температуры $350\text{ }^{\circ}\text{C}$, но при этом требуются трубы с толщиной стенок, увеличенной на глубину канавки.

Ребра, выдавленные из алюминиевых труб с тонкими стенками (рисунок 1.2 ж), обеспечивают хороший контакт даже при использовании тонкостенных труб, таким образом, что рабочие температуры до $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ вполне допустимы. Крепления

ребер к трубам, представленные на рисунке 1.2 (б, з, и) приводят к меньшим контактным сопротивлениям и применяются при температурах, не превышающих температуры плавления припоя. Для трубы с плоскими ребрами (рисунок 1.2 б) допускается применение любых типов крепления к трубам любой формы и при любых размерах ребер.

Наиболее используемыми конструкционными материалами для оребрений являются алюминий и сталь. Алюминиевые конструкции бывают полностью паяными и накатными, а в стальной может использоваться как пайка, так и сварка [89].

Контактное сопротивление у основания ребра является ограничивающим фактором при использовании оребрения труб [88]. Наличие этого сопротивления приводит к температурному скачку между соприкасающимися поверхностями и соответственно к увеличению общего температурного перепада. При тепловых потоках высокой плотности дополнительное повышение температуры может составлять десятки градусов [90].

В некоторых случаях контактное сопротивление между различными соприкасающимися поверхностями незначительно по сравнению с термическим сопротивлением самих материалов или сопротивлением теплоотдачи на внешних поверхностях. Однако в тех случаях, когда нужно обеспечить большие тепловые потоки, контактное сопротивление может оказаться значительным и им нельзя пренебречь [91].

Контактным теплообменом называют передачу тепла между соприкасающимися твердыми поверхностями. Если через две контактируемые между собой поверхности проходит тепловой поток, то температура их будет одинаковой лишь в том случае, когда контакт этих поверхностей идеальный и термическое сопротивление в зоне контакта равно нулю [96]. Однако поверхности никогда не бывают абсолютно гладкими, на них всегда имеются неровности, зависящие как от технологии обработки, так и от механических свойств самого материала [90]. Место контакта представляет собой область, состоящую из выступов микронеровностей, часть которых при соприкосновении деформируется

и образует контактные пятна, и межконтактных зазоров, находящихся между выступами. При этом суммарная площадь фактического контакта всегда составляет менее значительную часть номинальной площади контактирования, определяемой геометрическими размерами поверхностей. В межконтактных зазорах может быть вакуум, газ или жидкость [4].

Обычно коэффициент теплопроводности контактирующих материалов во много раз больше коэффициента теплопроводности среды, заполняющей межконтактные зазоры. Поэтому наличие в контактной зоне газовой прослойки и особенно вакуума значительно затрудняет переход тепла от одной поверхности к другой через зону контакта [16]. На рисунке 1.3 схематично показаны линии теплового тока 1 и изотермы 2 в зоне контакта на стационарном тепловом режиме. Как видно на схеме, вблизи контактной поверхности тепловой поток раздваивается: одна часть его проходит через пятна фактического контакта, а другая – через среду, заполняющую межконтактные зазоры. Так как теплопроводность контактных пятен, как правило, значительно выше теплопроводности среды, заполняющей зазоры, то к этим пятнам стягиваются линии теплового тока, а изотермические поверхности, параллельные друг другу вдали от контактной зоны, принимают в области контакта сложный характер. Плотность теплового потока вблизи пятен контакта сильно возрастает, что приводит к увеличению температурного градиента в зоне контакта [92].

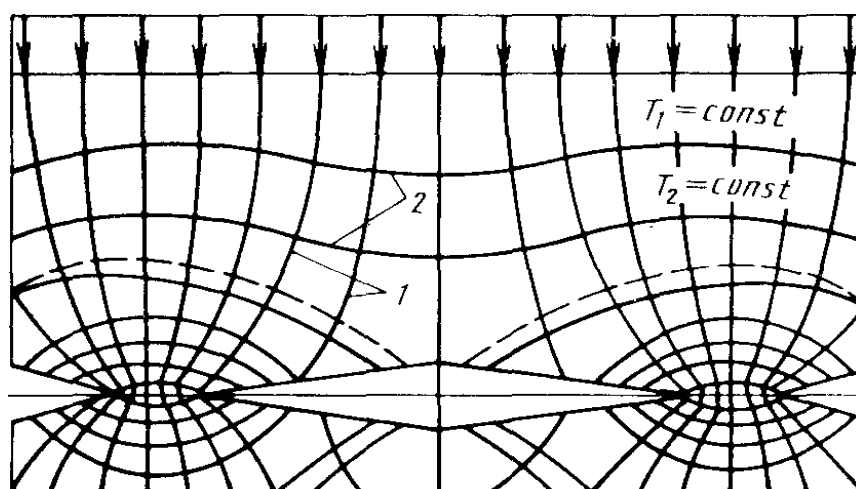


Рисунок 1.3. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей

На рисунке 1.4 представлено распределение температуры при идеальном и при реальном контакте двух тел с шероховатой поверхностью. В случае идеального контакта температура на границе тел одинакова. При соприкосновении реальных тел, поверхности которых имеют микронеровности, в зоне контакта возникает дополнительный температурный перепад ΔT_k , величина которого зависит от целого ряда факторов: теплофизических свойств среды, заполняющей межконтактные зазоры; состояния контактирующих поверхностей; теплофизических и механических свойств материалов; средней температуры в зоне контакта; нагрузки на контактные поверхности; величины теплового потока и др [90].

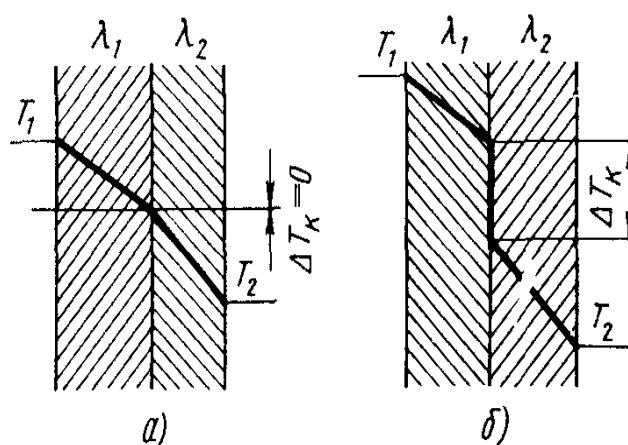


Рисунок 1.4 Распределение температур: а – идеальный контакт, б – реальный контакт

В местах фактического контакта тепло передается теплопроводностью. В зазорах передача тепла может осуществляться теплопроводностью, конвекцией и излучением. Как правило, размеры межконтактных зазоров весьма ограничены, что препятствует возникновению конвективных токов, поэтому конвективным теплообменом в зазорах можно пренебречь. При температурах в зоне контакта до 1000 К поток тепла, передающийся излучением, не превышает 2 – 3% от общего теплового потока. Поэтому при умеренных температурах лучистым теплообменом можно пренебречь [92]. Таким образом, можно считать, что тепло от одной соприкасающейся поверхности к другой передается лишь за счет

теплопроводности места фактического контакта и газовой прослойки в межконтактном зазоре.

Так как тепловой поток при подходе к поверхности соприкосновения разделяется (часть тепла идет через зазор, а другая часть – через фактический контакт), то принято связывать величину термического сопротивления контакта с двумя составляющими, одна из которых должна определяться сопротивлением зазора R_c , а другая – сопротивлением мест фактического контакта R_m . В [90] предполагается, что эти составляющие сопротивления действуют параллельно и общее сопротивление контакта определяется по правилу сложения параллельных сопротивлений:

$$\frac{1}{R_k} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_m} \quad (1.1)$$

Природа составляющих термических сопротивлений различна. Первая составляющая является внешним сопротивлением и определяется теплопроводностью среды и толщиной зазора. Это поверхностное сопротивление можно рассматривать как действующее в плоскости геометрического контакта и приводящее к скачкообразному изменению температуры на границе двух тел. Иной характер носит сопротивление мест фактического контакта. Вследствие перестройки теплового потока в области резкого изменения сечения возникает добавочное термическое сопротивление. Таким образом, в отличие от первого, второе сопротивление носит объемный характер, т.е. является внутренним. Это сопротивление часто называют сопротивлением «стягивания» [90], тем самым подчеркивается факт того, что оно возникает вследствие стягивания линий теплового тока к точкам фактического контакта.

Существуют различные способы регулирования контактного термического сопротивления. Увеличение удельного давления p_k на контактирующие поверхности сильно снижает термическое сопротивление, особенно в области малых нагрузок. Однако возможности этого способа ограничены, так как во многих конструкциях не всегда бывает возможным или выгодным изменять нагрузку на контактирующие поверхности. Улучшение чистоты обработки

контактирующих поверхностей до 7 – 8 классов шероховатости особенно эффективно с точки зрения уменьшения контактного термического сопротивления. Однако дальнейшее повышение класса шероховатости технически сложно и дает небольшой эффект [96].

Наиболее эффективным способом уменьшения контактного термического сопротивления является введение прокладок и покрытий из мягких и теплопроводных материалов (серебро, медь, никель, олово и др.) в зону контакта. Эксперименты показывают, что применение очень тонких (порядка высоты микронеровностей) металлических покрытий, наносимых на одну или обе контактирующие поверхности различными способами (гальванический, плазменное напыление и др.), существенно снижает величину контактного термического сопротивления [92].

В работах [91, 92] показано, что максимальное снижение величины контактного термического сопротивления наблюдается, когда толщина покрытия равна высоте микровыступов второй непокрытой поверхности. Такая толщина покрытия является оптимальной с точки зрения снижения величины R_k для данной микрогеометрии контактирующих поверхностей. Применение покрытий оптимальной толщины из серебра и меди позволяет снизить величину R_k до 10 раз в вакууме, а в среде высокотеплопроводного газа (гелий, аргон) – на 20 – 50% [91]. В тех случаях, когда нанесение покрытий затруднено, примерно тот же эффект может быть получен путем постановки тонких прокладок из мягких теплопроводных материалов. Максимальное снижение контактного термического сопротивления при использовании прокладок получено, когда толщина прокладки равна сумме средних высот микронеровностей контактирующих поверхностей. Применение прокладок такой толщины из серебра и меди снижает величину R_k в 3 – 5 раз в вакууме по сравнению с чистым контактом [92].

Производственный опыт автора показал, что при изготовлении биметаллического ребренного конденсатора термостабилизатора накатыванием ребер на алюминиевой заготовке предварительно насаженной на стальной корпус оставались места воздушных зазоров между сталью и алюминием. Это

подтверждалось выходом пузырьков воздуха при погружении конденсатора в ванну с водой. При накатывании оребрения на стальной корпус с нанесенным на его поверхность цинковым покрытием такого эффекта не наблюдалось. Использование нового способа изготовления конденсаторов для термостабилизаторов позволило сократить величину контактного термического сопротивления, однако количественной оценки изменения не производилось.

Наряду с металлическими покрытиями возможно также применение мягких неметаллических покрытий (эмалей, мастик). Автор [102] считает, что заполнение межконтактного зазора газами с высокой теплопроводностью является также достаточно эффективным способом снижения контактного термического сопротивления. В отдельных случаях возможно заполнение межконтактных полостей жидким металлом, при этом термическое сопротивление контакта практически сводится к нулю [91]. Однако осуществление этого способа технически сложно. Для более широкого регулирования величины контактного термического сопротивления следует изучить применение комбинированного воздействия перечисленных выше способов.

Если оребрение задано и значение коэффициента теплоотдачи для оребренной поверхности известно, то расчет теплопередачи через ребристую стенку никаких затруднений не составляет. Другое дело, когда требуется рассчитать само оребрение, т. е. определить наиболее рациональную форму и размеры ребра [32].

Определив тип и компоновку теплопередающей поверхности с учетом ориентации ее элементов относительно потоков теплоносителей, можно найти конкретные соотношения, связывающие коэффициент теплопередачи с геометрическими параметрами и характеристиками теплопереноса [93].

Тепловой поток и температурное поле в ребре.

Задача о распространении тепла в ребрах рассматривается в [2, 5, 32, 83-103] при следующих допущениях:

процесс стационарен; теплопроводность материала ребра постоянна; внутренние источники тепла отсутствуют; температуры в основании ребра и

окружающей среды постоянны; толщина ребра мала по сравнению с высотой и соответственно градиент температуры в направлении, перпендикулярном боковой поверхности, пренебрежимо мал; теплоотдачей с торца можно пренебречь; коэффициент теплоотдачи по поверхности ребра постоянен.

Рассмотрим прямое ребро произвольного профиля (рисунок 1.4). Распределение температуры по толщине ребра равномерное.

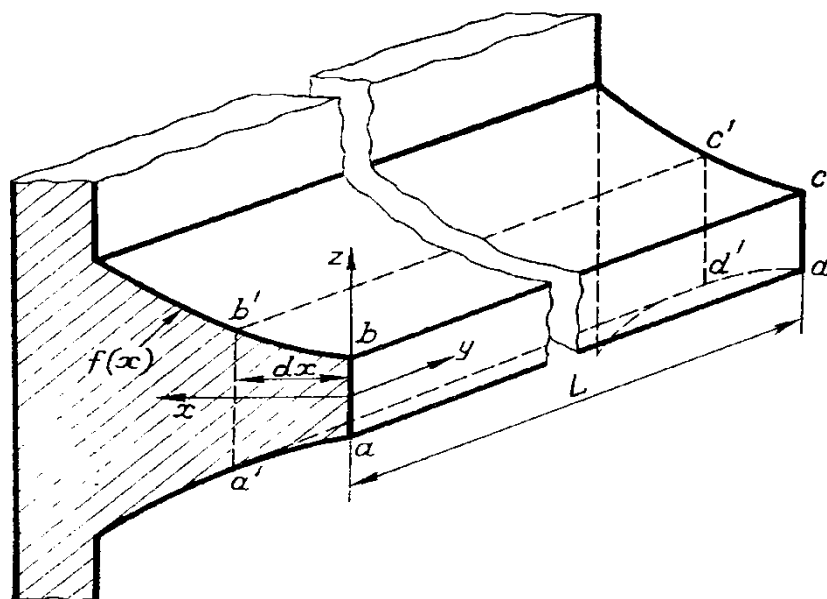


Рисунок 1.5. Прямое ребро произвольного профиля

Количество теплоты, отдаваемое в окружающую среду конвекцией, записывается в виде [85]:

$$Q = 2L\lambda f(x) \frac{dT}{dx} \quad (1.2)$$

$$dQ = 2L\alpha(T - T_f)dx \quad (1.3)$$

Суммируя, получается дифференциальное уравнение, характеризующее теплообмен в прямом ребре произвольного профиля

$$f(x) \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{df(x)}{dx} \frac{dT}{dx} - \frac{\alpha}{\lambda}(T - T_f) = 0 \quad (1.4)$$

В прямом ребре прямоугольного профиля:

$$\lambda \frac{d^2T}{dx^2} - \frac{\alpha P}{A}(T - T_f) = 0 \quad (1.5)$$

где T_f - температура окружающей среды; T - температура ребра; λ - коэффициент теплопроводности; α - коэффициент теплоотдачи; A - площадь

поперечного сечения ребра; P - периметр ребра; x, y, z - координаты высоты, длины и толщины ребра соответственно.

В прямых суживающихся ребрах площадь сечения ребра, через которую проходит тепловой поток, и периметр этого сечения изменяются по длине ребра. Поэтому в [94] рассмотрение теплового баланса элемента ребра приводится в этих случаях к дифференциальным уравнениям, которые интегрируются в цилиндрических функциях (функции Бесселя).

Так для прямого ребра треугольного профиля (рисунок 1.6), пренебрегая теплоотдачей с торца, дифференциальное уравнение записывается в виде [85]:

$$Q = 2L\alpha \int_0^l (T - T_f) dx = \frac{2L\alpha(T_w - T_f)}{mI_0(2ml)} I_1(2ml) \quad (1.6)$$

где T_f - температура окружающей среды; T - температура ребра; λ - коэффициент теплопроводности; α - коэффициент теплоотдачи; l - длина ребра; δ - толщина ребра, $I_1(2ml)$ - модифицированная функция 1-го порядка, T_w - температура основания ребра.

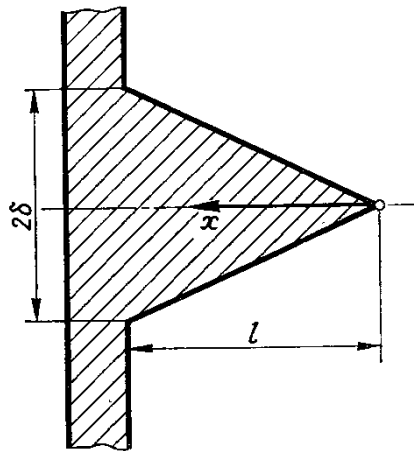


Рисунок 1.6 Прямое ребро треугольного профиля

В прямом ребре трапециевидного профиля (рисунок 1.7) за начало координат в [5] принята вершина треугольника, ось x направлена вдоль оси симметрии ребра, при этом вектор плотности теплового потока будет направлен в сторону, противоположную положительному направлению оси x .

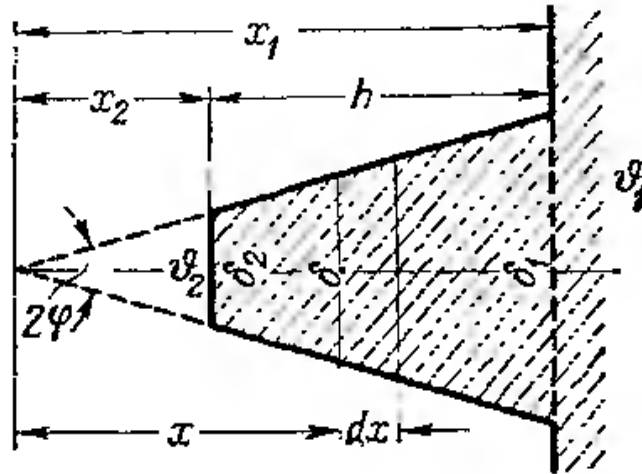


Рисунок 1.7 Прямое ребро трапециевидного профиля

Для такого ребра площадь поперечного сечения будет функцией только координаты x [5]:

$$A = l\delta = 2lxtg\varphi$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dT}{dx} - \frac{1}{x} \frac{\alpha}{\lambda tg\varphi} (T - T_f) = 0$$

$$z = \frac{\alpha}{\lambda tg\varphi} = x$$

$$\frac{d^2T}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{dT}{dz} - \frac{1}{z} (T - T_f) = 0 \quad (1.7)$$

$$Q = \frac{\lambda \alpha \delta (T_w - T_f)}{\sqrt{x_1} tg\varphi} \frac{I_1(2\sqrt{x_1})K_1(2\sqrt{x_2}) - I_1(2\sqrt{x_2})K_1(2\sqrt{x_1})}{I_0(2\sqrt{x_1})K_1(2\sqrt{x_2}) + I_1(2\sqrt{x_2})K_0(2\sqrt{x_1})} \quad (1.8)$$

Уравнение, характеризующее теплообмен в круглых (кольцевых) ребрах записывается в виде [32]:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} - \frac{2\alpha}{\lambda \delta} (T - T_f) = 0$$

$$\frac{2\alpha}{\lambda \delta} = m^2, mr = z, \frac{1}{r} = \frac{m}{z}$$

$$\frac{d^2T}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{dT}{dz} - (T - T_f) = 0 \quad (1.9)$$

$$Q = 2\pi r \lambda \delta m (T_w - T_f) \frac{I_1(mr_2)K_1(mr_1) - I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_1)} \quad (1.10)$$

Круглые ребра применяются при оребрении труб [2, 4, 88, 91]. Для практических расчетов полученные формулы слишком громоздки и неудобны. В [5, 32] рассмотрен упрощенный способ расчета ребер сложных форм, основанный на замене такого ребра прямым ребром постоянной толщины. Однако такой

подход не всегда дает результат, который можно применить при разработке новых конструкций оребрения.

Показателем рабочей характеристики ребра является его эффективность. Понятие эффективности оребрения вводится для того, чтобы упростить расчет теплоотдачи от развитой поверхности. Под этим критерием понимают отношение полного теплового потока, который передается через ребро, к тому тепловому потоку, который бы передавался через ребро в случае, если бы вся поверхность ребра находилась при постоянной температуре, равной температуре у основания ребра [83].

$$E_p = \frac{Q_p}{Q_{осн}} = \frac{\sqrt{\lambda \alpha A P} th(ml)(T_w - T_f)}{\alpha Pl(T_w - T_f)} = \frac{th(ml)}{ml} - \text{для прямого ребра}$$

$$E_p = \frac{I_1(2ml)}{ml I_0(2ml)} - \text{для прямого ребра треугольного профиля} \quad (1.11)$$

$$E_p = \frac{2r_1}{m(r_2^2 - r_1^2)} \frac{I_1(mr_2)K_1(mr_1) - I_1(mr_1)K_1(mr_2)}{I_0(mr_1)K_1(mr_2) + I_1(mr_2)K_0(mr_1)} - \text{для круглого ребра}$$

Эффективность ребра изменяется от 0 до 1 [2]; значение 1 соответствует идеальному случаю, когда температура всей поверхности ребра равна максимальной температуре его основания.

По величине эффективности ребра удобно судить о влиянии длины ребра, теплопроводности, коэффициента теплоотдачи и т.п. на интенсивность теплообмена [4].

Задачей теплового расчета оребренной поверхности является определение связи передаваемого теплового потока с температурами теплоносителей и стенки, коэффициентами теплоотдачи, геометрическими размерами оребрения, теплопроводностью [88]. Наибольшее распространение получил метод теплового расчета оребренных поверхностей по одномерной модели, который исходит из системы уравнений баланса тепловых потоков, передаваемых через оребренную стенку [83].

Из системы уравнений теплоотдачи на гладкой и оребренной поверхностях и теплопроводности по толщине стенки имеем [2, 83, 93]:

$$Q = \alpha_1 F_c (t_{жс1} - t_{с1})$$

$$Q = \frac{\lambda}{\delta_c} F_c (t_{c1} - t_0)$$

$$Q = \alpha_{np} F (t_0 - t_{жс2}) \quad (1.12)$$

приведенный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_{np} = \alpha_k \left(\frac{F_p}{F} E_p \mu + \frac{F_{mp}}{F} \right) \quad (1.13)$$

где α_k , α_1 – соответственно коэффициенты теплоотдачи конвективный и с неоребренной поверхности; F_p , F_{mp} , F , F_c - площадь поверхности соответственно ребер, межреберного пространства, полная оребренная на единице трубы и с неоребренной поверхности; E_p - эффективность ребра; μ - поправочный коэффициент на изменение толщины поперечного сечения ребра.

Приведенный коэффициент теплоотдачи учитывает геометрические характеристики оребрения, теплопроводность материала ребер, неравномерность распределения температуры по поверхности ребра, а также эффективность ребра. Кроме того, в практических расчетах оребренных поверхностей следует учитывать эффект неравномерности распределения α_k по поверхности ребристой стенки вводя поправочный коэффициент. Во второй главе диссертационной работы представлены результаты некоторых расчетов влияния геометрических и физических параметров оребрения на значение коэффициента теплоотдачи конденсатора в атмосферный воздух, а также приведены результаты исследования влияния контактного сопротивления на общий коэффициент теплопередачи.

1.2. Исследование внутренних процессов в естественно - конвективных охлаждающих устройствах.

Используемые в настоящее время в расчетах модели тепломассопереноса внутри одиночного вертикального естественно-действующего охлаждающего устройства основаны на полуэмпирических оценках параметров тепло- и массообмена хладагента при заданных граничных условиях [1, 7, 11, 18, 34, 46, 47, 48, 103]. Ограниченность доступной литературы по вертикальным двухфазным охлаждающим устройствам вынуждает использовать при исследовании внутренних процессов, работы по исследованию иных типов устройств.

Так в [1] приводятся результаты экспериментальных данных, которые показывают, что температура теплоносителя в термостабилизаторе синхронно следует за изменениями температуры воздуха только на начальном этапе работы термостабилизатора. В той же работе Макаров приводит конкретное эмпирическое выражение для определения температуры хладагента после начального этапа работы термостабилизатора:

$$T = 0,28T_a - 4,5 \quad (1.14)$$

где T_a – температура атмосферного воздуха. Второй член правой части уравнения по величине близок к средней температуре грунта по глубине погружения термостабилизатора в естественных условиях. Такой же подход к решению внутренней задачи применяемый и в работах [11, 18] не учитывает геометрических характеристик термостабилизатора и свойств хладагента.

В [34] рассмотрены несколько аспектов теплообмена при превращении жидкого хладагента в парообразный, в которых установлено, что коэффициент теплоотдачи при кипении зависит от вязкости

$$\alpha \cong \nu^{-0.3} \quad (1.15)$$

где ν – кинематическая вязкость жидкого хладагента. Как и вышеперечисленные авторы в [34] не учитываются габаритные параметры термостабилизатора, а также температуры окружающего воздуха и грунта.

Работы [46, 47, 48] рассматривают процесс теплообмена наружной стенки термостабилизирующего устройства без учета внутреннего термического сопротивления, задавая на границе с грунтом постоянный тепловой поток, не зависящий от температуры и теплофизических свойств грунта.

В монографии [103] изложены основные положения теории теплообмена применительно к термостабилизаторам при кипении жидкости (в большом объеме, в стесненных условиях, в тонких пленках, на поверхностях с пористым покрытием, при различных воздействиях на жидкость и др.), при кризисе теплообмена в указанных случаях, пленочной конденсации. Даны методики расчета и рекомендации по выбору хладагента и конструкционных материалов.

Особенности процессов теплопереноса в термостабилизаторах определяется прежде всего особенностями двухфазной системы. Характер двухфазной системы в значительной мере определяется воздействием поля гравитационных массовых сил, формирующих соответствующее распределение паровой и жидкостной фаз на различных участках термостабилизатора. К другим факторам, определяющим характер двухфазной структуры в термостабилизаторе относят [1, 9, 35, 46, 103]: степень заполнения внутренней полости охлаждающего устройства рабочей жидкостью (теплоносителем или хладагентом), геометрические размеры термостабилизатора и их соотношение на различных участках, соотношение подвода и отвода теплоты, свойства теплоносителя, наличие внутренних устройств, влияющих на циркуляцию рабочей среды (хладагента). Принципиальным условием работы двухфазного естественно-конвективного охлаждающего устройства является такое соотношение условий подвода и отвода теплоты, которое обеспечивает для данного хладагента его термодинамическое состояние, соответствующее двухфазной области состояния вещества.

В работе [1] изложены особенности работы жидкостных термосифонов – теплообменных устройств с естественной циркуляцией теплоносителя. Разработана методика комплексных исследований теплообмена в системе атмосфера – термосифон – грунт и представлены результаты натурных экспериментов с жидкостными термосифонами, установлены закономерности и особенности теплообмена в жидкостных термосифонах, предложены рекомендации по их расчету и конструированию. В работе [9] сделана попытка создания изоэнтропной модели тепломассопереноса в вертикальном газожидкостном термостабилизаторе, основанная на решении уравнений газовой и гидродинамики. В работе [105] изложены основные положения теории процессов теплообмена и кризисов теплопереноса в различных свободно-конвективных двухфазных системах (большом объеме, замкнутых противоточных испарительно-конденсационных устройствах, испарительных и испарительно-конденсационных циркуляционных контурах), а также теории гидродинамики двухфазных потоков применительно к охлаждающим устройствам различных

конструкций. Рассмотрены современные эффективные конструкции теплообменных систем и устройств с двухфазными естественно-конвективными устройствами для различных отраслей промышленности, вопросы технологии их изготовления и особенности эксплуатации. Даны практические рекомендации по выбору теплоносителя и конструкционным материалам. Эти методы основаны на полуэмпирических оценках параметров тепло и массообмена при заданных граничных условиях [116]. Авторы [7] предприняли попытку построить более универсальную модель тепломассопереноса в парожидкостном охлаждающем устройстве, основанную на решении уравнений газовой и гидродинамики.

Как известно, характерное время выравнивания тепловых процессов в грунте составляет десятки часов и более [1, 39, 103]. Это дает основание предполагать, что при каждом фиксированном распределении температур в грунте вокруг термостабилизатора движение хладагента в трубе испарителя стационарно [104]. В условиях стационарного движения хладагента внутри термостабилизатора устанавливается температура насыщения, определяемая параметрами трубчатого корпуса и значениями температур наружного воздуха и грунта, прилегающего к нижней части термостабилизатора.

Во время работы термостабилизатора по его внутренним стенкам из конденсатора жидкий хладагент поступает в зону нагрева (испаритель) в виде тонкой пленки [103]. При рассмотрении внутренних процессов в естественно-конвективных охлаждающих устройствах предполагается, что толщина пленки сконденсированного хладагента, стекающего вниз по внутренней стенке корпуса термостабилизатора, отлична от нуля вплоть до нижнего торца термостабилизатора, а испарение хладагента с днища пренебрежимо мало [6].

Толщина стекающей пленки теплоносителя в любой точке зоны конденсации (надземной конденсаторной части термостабилизатора) может быть найдена по формуле:

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{4\lambda\nu(T_1 - T_c)x}{\mu\rho g}} \quad (1.14)$$

где μ - теплота испарения жидкого хладагента, ρ - плотность жидкого хладагента, ν - кинематическая вязкость жидкого хладагента, λ - теплопроводность жидкого хладагента, T_1 - температура насыщения внутри термостабилизатора, T_c - температура стенки трубы, g - ускорение свободного падения, $x \leq l_1$ - высота надземной части термостабилизатора.

Средний коэффициент теплоотдачи от жидкого хладагента к стенке термостабилизатора в конденсаторе определяется выражением [10]:

$$\alpha = 0,943 \sqrt[4]{\frac{\mu \rho g \lambda^3}{\nu (T_1 - T_c) l_1}} \quad (1.15)$$

При решении внутренней задачи в испарителе одиночного вертикального термостабилизатора автор [6] предполагают, что при нулевом градиенте температуры грунта в направлении оси термостабилизатора движение пленки подчиняется тем же уравнениям, что и в зоне конденсации, с той лишь разницей, что здесь происходит ее испарение. Таким образом, общее уравнение для определения толщины пленки в любой точке испарителя при $l_1 \leq x \leq l$ имеет вид:

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{4\lambda\nu(T_c - T_1)(l - x)}{\mu\rho g}} \quad (1.16)$$

где T_r - температура грунта на поверхности трубы испарителя, l - полная длина термостабилизатора. Выражение для среднего коэффициента теплоотдачи от жидкого хладагента к трубе испарителя имеет вид:

$$\alpha = 0,943 \sqrt[4]{\frac{\mu \rho g \lambda^3}{\nu (T_c - T_1) l_2}} \quad (1.17)$$

где l_2 - длина испарителя термостабилизатора.

1.3. Внешняя задача для расчета температурных полей в основании сооружений, возводимых с применением естественно-конвективных охлаждающих устройств.

В литературе существует несколько категорий алгоритмов для теплотехнического расчета динамики температурного поля массива грунтов вокруг жидкостных и парожидкостных естественно-конвективных охлаждающих установок: эмпирический [1], полуэмпирический [111], аналитический [114] и

численный [112, 113], а также основанные на натуральных исследованиях изменения температурного поля грунтов вблизи охлаждающего устройства, установленного в районе со схожими геокриологическими условиями.

Эмпирический и полуэмпирический алгоритмы связывают процесс промерзания грунтов с некоторыми экспериментально установленными коэффициентами. Аналитические алгоритмы представляют собой решение задач теплопроводности в соответствии с определенными научными упрощающими предположениями. Численные алгоритмы определяют процессы промерзания – оттаивания в грунтах методом математического моделирования теплофизических процессов, численно решая уравнение теплообмена. Преимуществом численного решения по сравнению с соответствующими экспериментальными исследованиями является [52]: низкая стоимость – в большинстве случаев стоимость затраченного машинного времени на много порядков ниже стоимости соответствующего экспериментального исследования; скорость – исследователь имеет возможность меньше, чем за день, просчитать сотни вариантов; полнота информации – численное решение дает подробную и полную информацию; возможность моделирования реальных и идеальных условий [43]. Численное решение дает количественное выражение закономерностей, присущих математической модели. Напротив, с помощью экспериментального исследования наблюдается сама действительность. Таким образом, полезность расчета ограничена обоснованностью математической модели [53].

Для инженерно-строительных целей наиболее важными характеристиками естественно-конвективных охлаждающих устройств являются радиус их теплового влияния и радиус замораживания грунта [103]. Последний может быть определен по формуле для жидкостных термосифонов [115]:

$$R \cong \sqrt[3]{1,5T\theta D\tau} + 0,25D \quad (1.18)$$

где R – радиус промерзания грунта от трубы диаметром D , T – температура на поверхности замораживаемого массива, τ – время замораживания грунта, θ – условная теплофизическая характеристика грунта, учитывающая

теплопроводность, теплоемкость и теплоту фазовых превращений замерзающей воды в грунте.

Предельный радиус замораживания грунта идеальным жидкостным термосифоном, не имеющим термического сопротивления, определяется по формуле [1]:

$$R \cong 0,9\sqrt[3]{DH^2} \quad (1.19)$$

где H – глубина сезонного промерзания.

В термостабилизаторах температура стенки подземной части существенно зависит от соотношения длин подземной и надземной частей устройства и коэффициентов их теплообмена [104], поэтому применение формул (1.18), (1.19) для них является проблематичным.

Методика теплотехнических расчетов парожидкостных охлаждающих установок, включающая: определение размеров замороженной зоны грунта вокруг испарителя установки в активный и пассивный периоды, определение температуры грунта на контакте испаритель-грунт, определение температуры грунта в заданной точке замороженной точки грунта, определение средней температуры замороженной зоны грунта описаны в [111]. В этой работе расчет радиуса промерзания производится подбором из уравнения:

$$\begin{aligned} & (r_m^2 - r_u^2)[\rho\gamma_{ck}(W_c - W_u) + C_m(T_{cp} - T_0) + C_m(T_0 - \bar{T}_m)] + \\ & + 8,9r_m^2 C_m(T_{cp} - T_0) - 2\lambda_m\tau_a(T_g - T_a) \frac{li\left(\frac{r_m}{r_u}e^\epsilon\right) - lie^\epsilon}{\left(\frac{r_m}{r_u} - 1\right)e^\epsilon} = 0 \end{aligned} \quad (1.20)$$

В «докомпьютерные» времена решение подобных уравнений обычно находили графически [3]: выбирали несколько произвольных значений r_m , при которых часть значений левого выражения в уравнении (1.20) оказывалась больше, а часть меньше нуля. Искомая величина r_m определялась точкой пересечения этого графика с осью абсцисс. В настоящее время существуют эффективные алгоритмы численного решения подобных уравнений с помощью компьютера.

Наиболее важным для практических расчетов теплового взаимодействия многолетнемерзлых пород с вертикальным естественно-конвективным охлаждающим устройством (термостабилизатором) является граничное условие на внешней стенке подземной части корпуса термостабилизатора (на контакте с грунтом) [39].

Автор [117] предположил, что термическое сопротивление испарителя полностью определяется термическим сопротивлением грунта (термическим сопротивлением пленки конденсата и стальной стенкой можно пренебречь) и равно:

$$R_u = \frac{\ln\left(\frac{r_0}{R}\right)}{\lambda_{гр} 2\pi L_u} \quad (1.21)$$

где r_0 – радиус промерзания на данный момент времени, R – наружный радиус корпуса испарителя, $\lambda_{гр}$ – теплопроводность мерзлого грунта, L_u – длина испарителя.

В работе [6] дается вывод достаточно простых уравнений для расчета температурного поля массива мерзлых грунтов вокруг парожидкостной термосваи в зависимости от её параметров, времени работы и природных факторов. В этой же работе дается наиболее полный анализ и обоснование граничного условия на внешней стенке испарителя одиночной термосваи:

$$\alpha_b \frac{l_1}{l_2} (T_b - T_c) = -\lambda_r \left. \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right|_{r=R} \quad (1.22)$$

где T – температура произвольной точки грунта, λ_r – теплопроводность грунта, r – удаленность произвольной точки грунта от оси термосваи, t – время, отсчитываемое от начала работы термосваи, R – радиус трубчатого корпуса термосваи, α_b – коэффициент теплоотдачи от надземной части термосваи к окружающему воздуху, T_b – среднезимняя температура воздуха, T_c – температура грунта на поверхности испарителя. Я.Б. Горелик в своей работе отмечает, что коэффициент теплоотдачи от воздуха к грунту пропорционален отношению площади надземной части термосваи к площади термосваи ниже деятельного слоя.

С учетом оребрения конденсаторной части термостабилизатора получим:

$$\alpha_6 \frac{F_1}{F_2} (T_6 - T_2) = -\lambda_2 \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \Big|_{r=R} \quad (1.23)$$

где F_1 и F_2 - площадь конденсатора и испарителя термостабилизатора соответственно.

Это условие обосновано с учетом превосходства на один-два порядка коэффициента теплоотдачи в зоне испарения и конденсации в корпусе термостабилизатора над коэффициентом теплоотдачи от конденсатора к окружающему воздуху.

В существующих публикациях и диссертационных работах вопрос выбора верхнего граничного условия на контакте грунта и окружающего воздуха, как правило, сводится к записи граничного условия третьего рода [136, 137]:

$$\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = K_v \cdot (T_0 - T_v(\tau)) \quad (1.24)$$

где: K_v – коэффициент теплопередачи от поверхности грунта к воздуху; T – температура грунта (в рассматриваемом ниже одномерном случае является функцией вертикальной координаты y точек массива и времени τ); T_0 – неизвестная температура верхней границы массива грунта; T_v – температура воздуха; λ – коэффициент теплопроводности грунта. При этом годовой ход температуры воздуха $T_v(\tau)$ считается заданным, а коэффициент теплоотдачи от воздуха к грунту эффективным образом может быть включена вся совокупность факторов, которые могут действовать с поверхности. Число этих факторов, вообще говоря, весьма значительно (влагонакопление, испарение, снег, ветер, наклон поверхности, движение вод, растительный покров и т.д.). В отсутствие сооружения их влияние на температурный режим основания является определяющим (при этом в зависимости от конкретных физико-географических условий ведущая роль может принадлежать различным из них), а определение суммарного коэффициента теплообмена для конкретного участка строительства является весьма затруднительным (подобный учет действующих с поверхности отдельных факторов имеет смысл только для решения фундаментальной

проблемы определения роли каждого из них в формировании температурного режима подстилающего массива грунта [138]). Однако в природно-технической системе (где роль природной компоненты, как правило, значительна и мало предсказуема) невозможно “отключить” основную массу факторов, оставив для исследования действие только одного из них. Отсюда следует, что если отсутствует оценка роли отдельных факторов и оценка изменения их величины по территории (прежде всего за счет изменения ландшафта), то оценить общее влияние поверхности на температурный режим основания только по двум – трем выделенным факторам (даже с учетом данных метеостанции) оказывается невозможным.

Малоизученным является вопрос выбора положения нижней границы расчетной области. Её неправильный выбор может существенным образом исказить результаты прогноза. Это связано с тем обстоятельством, что распространение тепла в грунтовом массиве описывается уравнением параболического типа, для которого имеет место бесконечная скорость распространения возмущений в рассматриваемой среде [82]. То есть, влияние тепловыделений от сооружения мгновенно распространяется на любое расстояние вглубь массива. В численных расчетных схемах обязательным является ограничение расчетной области по глубине [52] и постановка на этой (нижней) границе соответствующего условия (как правило - по температуре, либо по тепловому потоку). Если положение нижней границы выбрано недостаточно далеко от сооружения (которое как правило расположено вблизи верхней границы массива), то влияние нижнего граничного условия в течение срока эксплуатации сооружения может оказаться столь значительным, что исключит влияние сооружения в области вблизи нижней границы (которое должно было бы следовать из точного уравнения [79]), что и приведет к искажению результатов расчета. Для оценки положения нижней границы расчетной области можно использовать результаты работы [139], где вводится радиус теплового влияния в среде от источника тепла $L(\tau)$, выражение для которого, например, в плоском случае имеет следующий вид: $L(\tau) = \sqrt{6 \cdot \kappa \cdot \tau}$, где κ , τ – температуропроводность

грунта и проектное время эксплуатации сооружения. Отметим также, что определение положения нижней границы расчетной области по положению нижней точки стационарной чаши протаивания под сооружением также не является корректным, т.к. при значительной разнице между начальной температурой мерзлого грунта и точкой его фазового перехода еще ниже по разрезу распространяется тепловое влияние нулевой изотермы на массив грунта с исходно отрицательной температурой.

Некорректный выбор верхнего граничного условия и положения нижней границы расчетной области приводит к ошибкам в расчетах используемых, в том числе для проектирования реальных сооружений на ММГ. В 3 главе предложена итерационная процедура подгонки параметров верхнего граничного условия и выбора положения нижней границы расчетной области путем сопоставления результатов расчета с ограниченным набором фактических данных, известных уже на стадии изысканий под строительство (температура на глубине нулевых амплитуд и глубина сезонного оттаивания).

1.4. Модели и методы расчета теплообмена в мерзлом и талом грунте.

Исследование изменений температурного режима грунтов оснований, вызванное интенсивным освоением Крайнего Севера, их тепловым взаимодействием по-прежнему привлекает пристальное внимание научных работников и строителей [5, 10, 18, 30, 45, 119]. Промерзание (оттаивание) влажного грунта является сложным термодинамическим процессом, протекающим в неоднородной среде. Задача о динамике этого процесса во времени относится к числу наиболее сложных задач математической физики. Основной трудностью решения этой задачи является необходимость учета изменения агрегатного состояния и теплофизических характеристик среды, в результате чего задача становится нелинейной [50, 51]. При промерзании одновременно с изменением температурного поля имеет место массоперенос, вызванный перемещением влаги. В значительном числе случаев, когда отсутствует интенсивное морозное пучение, связанное с влагопереносом, для практических целей можно ограничить исследование процесса промерзания

влажного грунта расчетом его теплового режима с учетом фазовых переходов воды [43, 49, 52].

Существующие на сегодняшний день аналитические решения задач промерзания (оттаивания) грунтов не способны в полной мере учесть связь всех факторов влияющих на процессы, происходящие в грунте, т.к. не учитывают такие важные факторы как: нестационарность процессов теплообмена и неоднородность грунта. Кроме того, известные подходы [1, 19, 21, 39, 40, 44, 45] для решения такого рода задач не позволяют учесть распределение температуры в грунте, вызванное сезонными процессами на поверхности.

Для математического описания процесса нестационарной теплопроводности в грунте используют уравнение теплопроводности Фурье, дополненное соответствующими краевыми (начальными и граничными) условиями. Для случая одномерного температурного поля оно имеет вид [3]:

$$\rho C_{об}(x, T) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(x, T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + f(x, T)$$

где $f(x, T)$ – плотность распределенных источников или стоков тепла; $C_{об}(x, T)$ – коэффициент теплоемкости среды.

В настоящее время, в связи с совершенствованием современных ЭВМ и программного обеспечения, уравнение теплопроводности при любых краевых условиях успешно решается численными методами [58, 52, 53] не только в одномерном, но и в двумерном, и в трехмерном вариантах.

Эффективным методом численного решения дифференциальных уравнений является описанный в [54] метод взвешенных невязок. Данный метод широко использовался для решения уравнений пограничного слоя, пока его не вытеснил метод конечных разностей [55]. Из численных методов решения таких задач широко используются метод контрольного объема [43, 52, 53], метод конечных элементов [56].

Для получения математического описания реального процесса, дифференциальное уравнение необходимо дополнить математическим описанием всех конкретных особенностей рассматриваемого процесса – условие

однозначности. Это условие включает в себя: теплофизические условия, характеризующие физические свойства среды и тела (теплопроводность, теплоемкость, плотность и закон распределения внутренних источников/стоков тепла); начальные условия, описывающие распределение температуры в изучаемой среде в начальный момент времени; граничные условия, определяющие взаимодействие рассматриваемой области с окружающей средой; геометрические условия, характеризующие форму и размеры области в котором протекает процесс [44].

Изменение физического состояния вещества происходит при изменении температуры тела, в частности, при охлаждении ниже точки плавления происходит переход из жидкой фазы в твердую. При этом в первом приближении можно считать, что на поверхности фазового перехода все время сохраняется постоянная температура и происходит выделение скрытой теплоты затвердевания [3] (скрытая теплота фазового перехода). В силу зависимости теплофизических характеристик мерзлого грунта от температуры решение задачи (о промерзании и оттаивании пород в спектре отрицательных температур) при произвольных краевых условиях встречает серьезные математические трудности и требует значительных затрат машинного времени [49]. Наиболее простой является постановка задачи промерзания (оттаивания) грунтов с образованием фазовой границы, т.е. границы, на которой поддерживается температура фазовых переходов для данного грунта, тогда на ней же скачком будут изменяться и теплофизические свойства грунта. Одним из решений задачи о движении границы фаз в грунте является решение классической задачи Стефана. Стефан – австрийский математик в 1889 году вывел трансцендентное уравнение для определения закона движения границы раздела фаз в среде с постоянной начальной температурой и постоянной температурой противоположного знака на поверхности. Разумеется, использование этого метода имеет ряд ограничений. В целях упрощения в формуле Стефана принимается, что распределение температур в верхней зоне (от поверхности до линии фронта раздела фаз) подчиняется прямолинейному закону и однородная среда находится при температуре фазовых

переходов [59, 60]. Предполагается, что в нижней зоне температура постоянна и равна $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ [51], следовательно, тепловой поток из нижней зоны в линию фронта промерзания отсутствует. Как показала практика, глубина промерзания, рассчитанная по этой модели в реальных условиях, будет чаще всего значительно завышена.

В дальнейшем, интенсивное развитие получили приближенные методы решения задачи Стефана. Один из наиболее распространенных в инженерной практике методов, позволяющий получить решения ряда практически важных задач, был предложен в 1931 году Л.С. Лейбензоном [40]. Идея этого метода заключается в замене реального распределения температуры распределением, удовлетворяющим краевым условиям, а после нахождения температурного поля скорость (условие) движения фронта определяется с помощью условия Стефана [5, 63]. Одним из недостатков метода Лейбензона является не учёт теплоемкости в деятельном слое мерзлых пород. Вместе с тем, интенсивное развитие получили приближенные методы решения задачи Стефана. Большой вклад в изучение задачи промерзания (оттаивания) влажного грунта внесли В.С. Лукьянов и М.Д. Головкин. Их формула учитывает и теплообороты за счет теплоемкости в мерзлой зоне, и утепление поверхности грунта с помощью изоляции, а номограмма позволяет находить решения с достаточной для практики точностью [51, 59, 60, 63]. В последующем важную роль в исследовании задач промерзания (оттаивания) мерзлых грунтов внесли работы В.А. Кудрявцева и В.Г. Меламеда [49, 51, 63, 64, 65, 66]. Следует отметить вклад, который внесли в развитие этого направления А.В. Павлов, Г.В. Порхаев, А.В. Лыков, М.М. Крылов, Х.Р. Хакимов, Г.М. Фельдман, Ф.П. Васильев и др.

Существует огромное количество приближенных формул для определения фронта промерзания (оттаивания) в грунте, однако эти решения не способны в полной мере учесть связь всех факторов влияющих на процессы, происходящие в грунте.

Классические решения задачи Стефана в случае одной пространственной переменной хорошо изучены. Для уравнения теплопроводности это результаты А.

Фридмана, работы И. Кэннона, К. Хилла, Д. К. Китлова [73, 74, 75, 76]. В. Кайнером были получены теоремы существования и единственности однофазной задачи Стефана для нелинейных уравнений [77]. В работе Р.Д. Бачелиса и В.Г. Меламеда, а также в работах А.М. Мейрманова аналогичные теоремы доказаны для многофазной задачи Стефана [78, 79]. В случае большого числа переменных известны теоремы существования и единственности обобщенного решения задачи Стефана. В работе О.А. Олейника решение задачи Стефана для любого числа фаз было получено как предел решений краевых задач для некоторых квазилинейных уравнений с гладкими коэффициентами [80]. Искомые границы в полученном таким образом обобщенном решении являются линиями уровня функции, имеющей только первые производные, квадратично суммируемые в области.

В работе А. Фридмана, Д. Киндерлерера задача Стефана для многомерного уравнения теплопроводности сводится к решению некоторого вариационного неравенства [81]. Этот метод и задание топологии искомой границы позволило им получить решение, в котором граница задается функцией, непрерывной по времени и липшецевой по пространственным переменным. Указанная гладкость свободной границы не позволяет говорить о существовании классического решения.

В книге А.А. Самарского и П.Н. Вабищевича исследованы проблемы теплопередачи с использованием современных численных методов [58]. Рассмотрены методы сквозного счета на основе сглаживания коэффициентов. В ней авторы описывают основные подходы к аналитическому исследованию математической модели теплопередачи традиционными средствами прикладной математики, рассмотрены численные методы приближенного решения стационарных и нестационарных многомерных задач теплопроводности. Особое внимание уделено задачам с фазовыми переходами и процессам теплопереноса. Приведены примеры решения двумерных задач теплопередачи с программами для ЭВМ.

В третьей главе диссертационной работы дается описание расчетных процедур, в которых определены все возможные значения эффективной

теплоемкости и теплопроводности (в том числе с учетом протекания фазовых переходов). Отметим тот факт, что (если пока оставить вне рассмотрения сезонные процессы промерзания-протаивания с поверхности) фазовый переход и прогрессирующее увеличение зоны оттаивания в грунте вызвано (в первую очередь) влиянием горячего заглубленного сооружения (трубопровода).

1.5. Выводы к главе.

1. В настоящее время основы методов расчета оребренных поверхностей с целью интенсификации теплообмена между контактирующими средами являются достаточно хорошо разработанными. Однако, применительно к оребрению конденсатора двухфазного охлаждающего устройства остается совершенно неизученным вопрос об эффективности применения такого конденсатора с точки зрения повышения холодопроизводительности и экономичности устройства.

Другим неизученным вопросом является степень влияния контактных термических сопротивлений на коэффициент теплопередачи от воздуха к конденсатору из биметаллической заготовки.

2. В настоящее время имеется несколько работ, которые позволяют перейти от анализа внутренних процессов в термостабилизаторе к формулировке граничного условия на стенке испарителя. По мнению автора наиболее обоснованным является вывод граничного условия в работах Я.Б. Горелика [6, 135]. Это условие является стандартным граничным условием третьего рода и позволяет осуществлять постановку и решение достаточно широкого круга задач по расчету изменения теплового состояния мерзлых и промерзающих грунтов в зоне влияния инженерных сооружений, возводимых и/или эксплуатирующихся с применением вертикальных термостабилизаторов. Применение этого условия в конкретных инженерных задачах демонстрируется в третьей и четвертой главах диссертации.

3. Проведенный анализ показал, что в известных публикациях недостаточно подробно освещены методы расчета динамики температурных полей в мерзлых грунтах оснований таких сооружений как горячий трубопровод при подземной

прокладке. В частности, большая часть существующих расчетных схем не учитывает того, что фазовые переходы в мерзлых грунтах происходят в интервале температур. Кроме того, имеющиеся в настоящее время публикации и диссертационные работы не раскрывают вопрос о корректности выбора верхнего граничного условия теплообмена (на контакте грунт-воздух), что несомненно приводит к ошибкам при прогнозных расчетах.

Существующие методы прогнозного расчета температурного режима многолетнемерзлых грунтов оснований с применением термостабилизаторов требуют повышения их надежности и точности.

Глава 2. Внешний теплообмен конденсатора вертикального двухфазного естественно-конвективного охлаждающего устройства с атмосферой

Данная глава посвящена рассмотрению методов расчета теплообмена конденсатора термостабилизатора с атмосферным воздухом при монометаллическом и биметаллическом вариантах нанесения оребрения.

2.1. Постановка задачи теплообмена на поверхности конденсатора термостабилизатора.

Одним из основных конструктивных элементов вертикального термостабилизатора является его теплообменная надземная часть – конденсатор. Практически все современные производители изготавливают термостабилизаторы с конденсатором, представляющим собой оребренную трубу, так как их энергетические показатели в несколько раз лучше показателей гладких труб [102]. Поперечное расположение ребер относительно оси трубы дает возможность максимально развить поверхность теплообмена за счет уменьшения шага ребер, их высоты и толщины [91]. Тем не менее, необходимо иметь в виду, что коэффициент теплоотдачи поверхности, в расчете на единицу полной поверхности трубы, с ростом коэффициента оребрения падает, из-за того что он определяется не только конвективной теплоотдачей, но и термическим сопротивлением ребер.

Термическое сопротивление ребер зависит от коэффициента эффективности (КПД) ребер, являющегося функцией теплопроводности, высоты, толщины и шага ребер и конвективного коэффициента теплоотдачи. Исходя из этого, к несущей трубе из нержавеющей стали приваривают ребра из простой углеродистой стали [2], что позволяет повысить коэффициент эффективности ребер. Вместе с уменьшением объема теплообменника понижается его масса и стоимость. Механические способы образования ребер за счет вытяжки их из металла толстостенной трубы-заготовки позволяют получить биметаллические трубы с оребрением из легких сплавов с высокой теплопроводностью.

Развитые оребренные поверхности нашли широкое применение для интенсификации теплопередачи и сокращения габаритов различных теплообменников [96]. Расчет и проектирование систем теплообмена требуют решения ряда сложных задач, связанных с отводом тепловых потоков высокой плотности. Для этого необходимо правильно определять коэффициенты теплоотдачи при обтекании развитых поверхностей теплоносителями с различными физическими свойствами, обоснованно выбирать форму, размеры, шаг и число ребер [83]. Как правило, требуется определить оптимальные параметры ребристой трубы (системы), чтобы обеспечить передачу заданных тепловых потоков при минимальной массе и объеме.

В текущей главе рассматривается теплообмен и аэродинамика конденсатора термостабилизатора при поперечном обтекании воздухом. В работе не рассматривалось влияние загрязнения и износа ребер оребренной поверхности на теплообмен и аэродинамическое сопротивление.

В данной главе определен коэффициент теплоотдачи с поверхности конденсатора термостабилизатора. В расчете учтены особенности геометрических параметров конденсатора (размер и шаг ребер, размер трубы), а также материал оребрения. По результатам разработанной методики создан программный комплекс, в котором можно рассчитать параметры конструкции конденсатора ТС.

2.2. Теплообмен с поверхности конденсатора при обдуве воздухом.

Задача расчета теплоотдачи решается для одиночной оребренной трубы. Поверхность конденсатора условно разбивается на две части: поверхность ребер и поверхность трубы межреберного пространства, которые рассматриваются сначала отдельно, потом объединяются в единой модели.

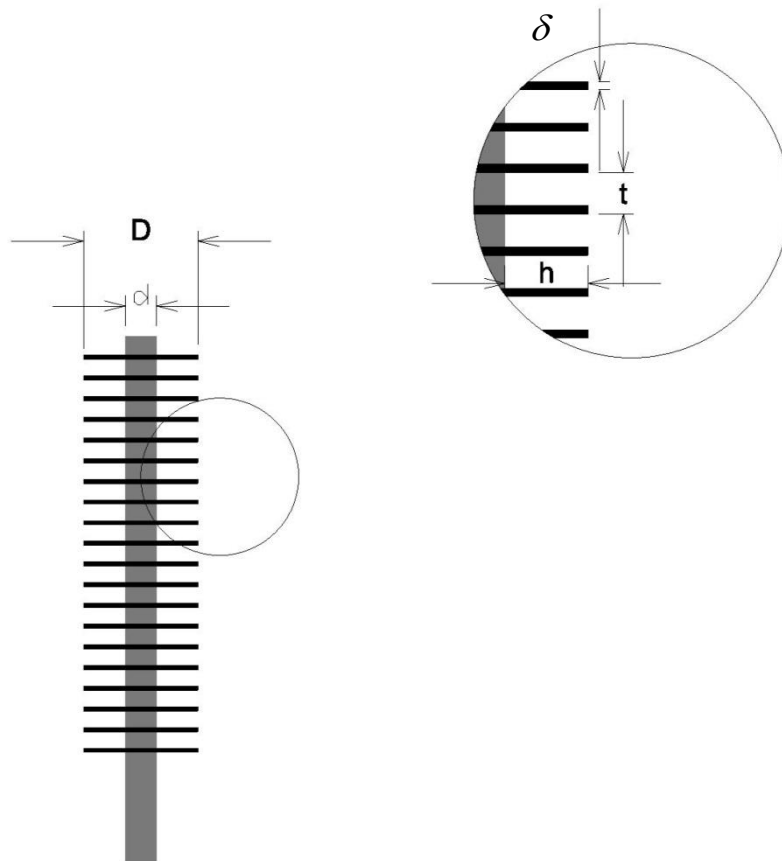


Рисунок 2.1. Схема конденсатора термостабилизатора.

При расчете коэффициента теплоотдачи оребренной трубы необходимо учесть изменение скорости ветра, обдувающего эту трубу, в сечении между соседними ребрами. Распределение скорости при обтекании одиночной гладкой трубы отличается от распределения скоростей при обтекании оребренной трубы. Обозначим коэффициент для перехода к скорости в сжатом сечении K . Значение K можно определить по формуле [122]:

$$K = 1 + 2 \cdot \frac{\delta \cdot h}{t \cdot d} \quad (2.1)$$

где h , δ – высота и толщина основания ребра ($h=D-d$), м; t – шаг ребра (расстояние между вершинами ребер), м; d – диаметр трубы, м; D – диаметр ребра, м.

Так при расчетах в качестве характерной скорости принимается скорость потока воздуха в сжатом сечении, которая определяется как произведение скорости набегающего потока на K .

$$\omega_o = K \cdot \omega \quad (2.2)$$

где ω – скорость набегающего потока воздуха, м/с; ω_0 – скорость потока воздуха в сжатом сечении, м/с;

Определим приведенный коэффициент теплоотдачи всего конденсатора охлаждающего устройства, для этого потребуется знать средний коэффициент теплоотдачи ребра, а так же коэффициент теплоотдачи гладкой трубы.

Вычислим средний коэффициент теплоотдачи ребра. Для этого воспользуемся формулой определенной в работе [2]:

$$\bar{\alpha}_p = 0,0415 \cdot \frac{\lambda}{d} \cdot Pr^{0.4} \cdot Re^{0.8} \quad (2.3)$$

где λ – коэффициент теплопроводности воздуха, Вт/(м*К); Pr – число Прандтля (для воздуха $Pr=0,71$); Re – число Рейнольдса.

$$\text{В данном случае } Re = \frac{\omega_0 \cdot d}{\nu} \quad (2.4)$$

где ν – кинематическая вязкость воздуха, м²/с;

Определим средний коэффициент теплоотдачи участка гладкой трубы между двумя соседними ребрами. Для участка гладкой трубы действуют законы теплообмена при вынужденной конвекции. Интенсивность теплообмена при вынужденной конвекции может меняться в широком диапазоне благодаря изменению скорости движения омывающей среды.

Различают теплообмен при безотрывном течении, когда поток нигде не отделяется от обтекаемой поверхности, при отрывном течении, когда поверхность обтекаемого тела имеет участки с большой кривизной, резкие изменения сечения, повороты и др. Примерами безотрывного течения являются: движение по каналу постоянного сечения, обтекание тонких пластин, продольное обтекание труб. Теплообмен при безотрывном течении изучен достаточно хорошо [32, 89, 93, 122], имеется много расчетных формул для различных технических конструкций. Течение с отрывом потока от поверхности изучено значительно хуже [83], здесь надежные формулы имеются только для обтекания простых поверхностей (цилиндра и шара).

Интенсивность теплообмена с окружающей средой характеризует число Нуссельта Nu . С его помощью можно обобщить большое количество экспериментальных данных, относящихся к конвективному теплообмену.

Запишем число Нуссельта

$$Nu = \frac{\overline{\alpha}_{mp} \cdot d}{\lambda} \quad (2.5)$$

где $\overline{\alpha}_{mp}$ – коэффициент теплоотдачи гладкой трубы, Вт/(м²*К);

При поперечном обтекании труб и цилиндров обтекающая среда отрывается от поверхности и ее движение приобретает очень сложный характер. Для усредненного по окружности трубы числа Нуссельта для любых жидкостей и газов расчетные формулы имеют вид [3]:

$$Nu = 0.57 \cdot \sqrt{Re} \cdot Pr^{0.38} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_o}\right)^{0.25} \quad \text{при } 1 < Re < 10^4 \quad (2.6)$$

$$Nu = 0.28 \cdot Re^{0.6} \cdot Pr^{0.38} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_o}\right)^{0.25} \quad \text{при } Re > 10^4 \quad (2.7)$$

где Pr_o – число Прандтля при температуре обтекаемой поверхности.

Для воздуха формулы (6) и (7) примут вид:

$$Nu = 0.5 \cdot \sqrt{Re} \quad \text{при } 1 < Re < 10^4 \quad (2.8)$$

$$Nu = 0.25 \cdot Re^{0.6} \quad \text{при } Re > 10^4 \quad (2.9)$$

Как следует из (5) уравнение для среднего коэффициента теплоотдачи участка гладкой трубы имеет вид:

$$\overline{\alpha}_{mp} = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} \quad (2.10)$$

Средний конвективный коэффициент теплоотдачи всего конденсатора определяется уравнением [2]:

$$\overline{\alpha}_k = \frac{\overline{\alpha}_p \cdot 2 \cdot F_{реб} + \overline{\alpha}_{mp} \cdot F_{mp2}}{2 \cdot F_{реб} + F_{mp2}} \quad (2.11)$$

где $F_{реб}$ – площадь боковой поверхности одного ребра, м²; $F_{mp2} = \pi \cdot d \cdot (t - \delta)$ – площадь трубы между двумя ребрами, м².

В тепловых расчетах теплообменников из развитых поверхностей широко применяется коэффициент эффективности (КПД) ребра E . Существует несколько определений коэффициента эффективности ребристой поверхности.

Коэффициент эффективности ребра представляет собой отношение действительного теплового потока Q_p поверхности ребра к теоретически возможному тепловому потоку Q_{max} , если бы вся поверхность ребра имела температуру его основания, т.е.

$$E = \frac{Q_p}{Q_{max}} \quad (2.12)$$

Условие $Q_p = Q_{max}$ удовлетворяется при бесконечно больших значениях теплопроводности материала ребра. Так как теплопроводность материала ребра имеет конечное значение, то для тонких ребер по высоте ребра возникает градиент температуры, и средняя температура поверхности ребра t_p ниже температуры основания ребра $t_{o.p.}$ и $Q_p < Q_{max}$. Тогда по формуле (2.12) найдем $E < 1,0$.

При постоянном коэффициенте теплоотдачи на поверхности ребра и температуры окружающей среды [4]:

$$E = \frac{t_p - t_g}{t_{o.p.} - t_g} \quad (2.13)$$

где t_g – температура воздуха, омывающего ребро.

Следовательно, коэффициент эффективности ребра согласно (2.13) выражает отношение средней разности температуры оребренной поверхности и окружающей среды к разности температуры поверхности, несущей оребрение, и окружающей среды.

Для оребренных труб постоянной толщины ребра по высоте эффективность имеет вид:

$$E = \frac{th(mh)}{mh} \quad (2.14)$$

где mh – безразмерный комплекс

$$mh = h \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha_k}{\lambda_m \cdot \delta}} \quad (2.15)$$

где λ_m – коэффициент теплопроводности материала оребрения, Вт/(м*К)

Коэффициент эффективности ребра трапецидального сечения может быть вычислен через эффективность круглого ребра постоянной толщины с введением

поправочного коэффициента μ , учитывающего уширение толщины ребра к основанию.

Нет единого мнения по выбору высоты ребра в комплексе mh . Поскольку аналитические выражения для E получены в предположении отсутствия теплообмена на торце ребра, что не соответствует действительности, то для реального отображения влияния этого фактора предполагается вводить в расчет условную высоту

$$h' = h + 0,5\delta$$

В целом эта задача актуальна для коротких ребер большой толщины, а для параметров ребер труб конденсатора термостабилизатора вопрос ведения расчета E по h и h' не имеет принципиального значения.

На практике для расчета теплообмена оребренной трубы определяется приведенный коэффициент теплоотдачи α , что позволяет упростить расчеты и повысить их точность. Теоретическая связь приведенного и конвективного коэффициентов теплоотдачи оребренной трубы устанавливается формулой [4]:

$$\alpha = \left(\frac{F_p}{F} E \mu + \frac{F_{mp}}{F} \right) \alpha_k \quad (2.16)$$

где F_p – площадь поверхности всех ребер на трубе, m^2 ; F_{mp} – площадь поверхности трубы не занятой ребрами, m^2 ; F – полная площадь оребренной поверхности, m^2 ; μ – поправочный коэффициент на изменение толщины поперечного сечения ребра.

Неравномерность теплоотдачи снижает коэффициент эффективности ребра [4]. Для учета неравномерности теплоотдачи для конденсаторов термостабилизатора с круглыми шайбовыми и спиральными ребрами в поперечном потоке воздуха в уравнение (2.14) вводится поправка ψ . Запишем уравнение для приведенного коэффициента теплоотдачи с учетом ψ .

$$\alpha = \left(\frac{F_p}{F} E \mu \psi + \frac{F_{mp}}{F} \right) \alpha_k \quad (2.17)$$

где $\psi = 1 - 0,058mh$ – коэффициент неравномерности теплоотдачи.

2.3. Теплоотдача биметаллического оребренного конденсатора вертикального термостабилизатора.

Использование биметаллических оребренных труб в качестве теплообменников таких, какими являются конденсаторы термостабилизаторов, увеличивает коэффициент теплоотдачи такого оребрения. Однако на практике, в биметаллических трубах с оребрением, нет идеального механического контакта между внешней поверхностью несущей трубы и основанием ребра. Это может быть вызвано загрязнением или возникновением воздушного зазора между различными металлами во время изготовления конденсаторов. При теплопередаче на поверхности соприкосновения различных металлов имеет место температурный градиент, уменьшающий средний температурный напор трубы. Совершенство механического контакта определяется термическим контактным сопротивлением (ТКС), которое может быть определено из уравнения теплового потока через площадь контакта трубы [2]:

$$Q = \frac{1}{R_k} F_k \Delta T_k \quad (2.18)$$

из чего следует

$$R_k = \frac{\Delta T_k F_k}{Q} = \frac{\Delta T_k}{q_k} \quad (2.19)$$

где F_k – площадь контакта, м²; ΔT_k – температурный напор на контакте, °С; Q – тепловой поток, Вт; q_k – плотность теплового потока в контактной зоне, Вт/м².

Добавочное термическое сопротивление в виде R_k является особенностью теплопередачи биметаллических труб конденсатора термостабилизатора.

На рисунке 2.6 схематично представлен процесс распределения температуры в сечении биметаллической трубы от хладагента со средней температурой t_1 к воздуху со средней температурой t_2 . Перепад температур на контакте равен $\Delta t_k = t_{k1} - t_{k2}$.

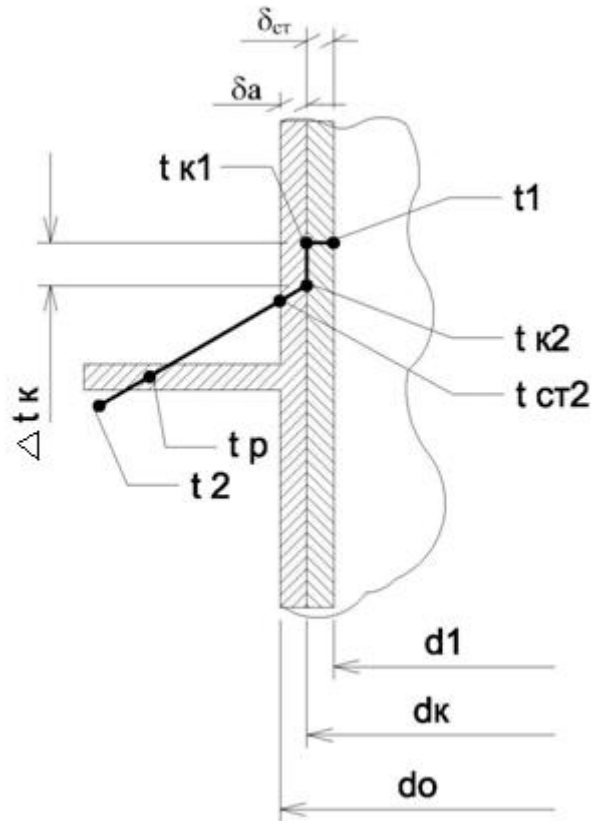


Рисунок 2.6. Схема распределения температур по сечению биметаллической оребренной трубы.

Записав систему уравнений для теплового потока, передаваемого биметаллической трубой от холодильного агента к воздуху, и решая ее относительно коэффициента теплопередачи, отнесенного к полной наружной площади F теплопередачи, можем получить [4]:

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} \frac{\varphi d_0}{d_1} + \frac{E d_0}{2 \lambda_{cm}} \ln \frac{d_k}{d_1} + R_k \frac{E d_0}{d_k} + \frac{E d_0}{2 \lambda_a} \ln \frac{d_0}{d_k} + \frac{1}{\alpha} \right)^{-1} \quad (2.20)$$

Толщина стенки δ_{cm} несущей трубы и ребристой оболочки δ_0 малы по сравнению с их диаметрами. Поэтому при расчетах с погрешностью, не более 3%, можно пользоваться упрощенными формулами [4]. Приняв, что $d_k/d_1 \rightarrow 1,0$; $d_0/d_k \rightarrow 1,0$ и разложив величины $\ln(d_k/d_1)$ и $\ln(d_0/d_k)$ в ряд, ограничившись первым членом ряда, получаем $\ln(d_k/d_1) = 2 \delta_{cm}/d_1$ и $\ln(d_0/d_k) = 2 \delta_0/d_k$.

Тогда формула (2.20) преобразуется к виду:

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} \frac{\varphi d_0}{d_1} + \frac{\delta_{cm}}{\lambda_{cm}} \frac{\varphi d_0}{d_1} + R_k \frac{\varphi d_0}{d_k} + \frac{\delta_0}{\lambda_a} \frac{\varphi d_0}{d_k} + \frac{1}{\alpha} \right)^{-1} \quad (2.21)$$

где d_k – контактный диаметр ребристой оболочки с несущей трубой, м; $\lambda_{ст}$ – коэффициент теплопроводности материала несущей трубы, Вт/(м*К); λ_α – коэффициент теплопроводности материала ребристой оболочки, Вт/(м*К); φ – коэффициент оребрения $\left(\varphi = \frac{F}{F_{mp}}\right)$; α – приведенный коэффициент теплоотдачи от оребрения к воздуху, отнесенный к полной наружной поверхности теплоотдачи, Вт/(м²*К).

Термическое сопротивление теплопередачи R можно представить согласно формулам (2.20) и (2.21) в виде суммы термических сопротивлений процесса теплообмена между охлаждаемым продуктом и воздухом:

$$R = 1/K = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \quad (2.22)$$

где R_1 – термическое сопротивление со стороны хладагента; R_2 – термическое сопротивление со стороны стенки несущей трубы; $R_3 = R_k \frac{\varphi d_0}{d_k}$ – приведенное термическое контактное сопротивление трубы; R_4 – термическое сопротивление со стороны стенки ребристой оболочки; R_5 – термическое сопротивление теплоотдачи к воздуху.

Для приварных ребер, навитых или насадных с последующим горячим цинкованием, поверхности оребрения, механический контакт считается совершенным и $R_k = 0$. Пренебрегая толщиной осажденного цинка, трубу можно рассматривать как монометаллическую, распределение температуры по сечению.

Коэффициент теплоотдачи монометаллической оребренной трубы, отнесенный к полной наружной поверхности теплоотдачи, имеет вид:

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} \frac{Ed_0}{d_1} + \frac{Ed_0}{2\lambda_{cm}} \ln \frac{d_0}{d_1} + \frac{1}{\alpha} \right)^{-1} \quad (2.23)$$

или

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} \frac{Ed_0}{d_1} + \frac{\delta_{cm}}{\lambda_{cm}} \frac{Ed_0}{d_1} + \frac{1}{\alpha} \right)^{-1} \quad (2.24)$$

Сравнение формул (2.21) и (2.24) показывает, что интенсивность теплопередачи, определяемая коэффициентом теплопередачи, в биметаллических оребренных трубах ниже, чем в монометаллических, при одинаковом металлическом исполнении. Основное влияние на интенсивность теплопередачи биметаллических труб оказывает термическое контактное сопротивление.

Для инженерных расчетов определение коэффициента теплопередачи через биметаллический конденсатор в атмосферу при наличии воздушного зазора (на этом участке конденсатора) между корпусом оребрения и корпусом конденсатора можно вычислить по формуле [30]:

$$K_{kon} = \frac{2\pi L}{\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{r_4}{r_3} + \frac{1}{\alpha r_{or}}} \quad (2.25)$$

где α_1 – коэффициент теплопередачи от жидкого хладагента к внутренней стенке конденсатора, Вт/(м²*К); L – длина конденсатора, м; λ_1 – коэффициент теплопроводности материала корпуса термостабилизатора, Вт/(м*К); λ_2 – коэффициент теплопроводности воздуха, Вт/(м*К); λ_3 – коэффициент теплопроводности материала оребрения, Вт/(м*К); r_1 – внутренний радиус корпуса термостабилизатора, м; r_2 – внешний радиус корпуса термостабилизатора, м; r_3 – внешний радиус воздушного зазора, м; r_4 – внешний радиус корпуса оребрения, м; r_{or} – радиус оребрения, м. Коэффициент теплопередачи K_{kon} имеет размерность Вт/К.

Тогда определение общего коэффициента теплопередачи от биметаллического конденсатора к атмосферному воздуху при наличии воздушного зазора толщиной δ_{kon} между корпусом оребрения и корпусом конденсатора можно вычислить по формуле:

$$K_{общ} = \frac{\alpha F(1-\beta) + K_{kon}\beta}{F} \quad (2.26)$$

где β – доля площади воздушного зазора от площади всего контакта.

2.4. Результаты расчетов по разработанной модели

2.4.1. Результаты расчетов при условии отсутствия контактного термического сопротивления между оребрением и корпусом термостабилизатора.

Проведен расчет эффективности оребрения вычисленного по формуле (2.14) для различных скоростей ветра, при следующих параметрах конденсатора: а) материал ребер алюминий, $h=15$ мм, $t=2,5$ мм, $\delta=0,7$ мм, $\delta_b=0,3$ мм (толщина вершины ребра), $d=36,5$ мм; б) материал ребер сталь, $h=50$ мм, $t=10$ мм, $\delta=\delta_b=1,0$ мм, $d=42$ мм. Результаты расчетов представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Зависимость эффективности оребрения от скорости ветра при заданных параметрах конденсатора термостабилизатора

	Скорость ветра, м/с									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Е (а)	0,99	0,98	0,98	0,97	0,97	0,96	0,96	0,95	0,95	0,94
Е (б)	0,83	0,76	0,70	0,65	0,62	0,58	0,56	0,53	0,52	0,50

Для примера приведем результаты расчета приведенного коэффициента теплоотдачи конденсатора термостабилизатора вычисленного по формуле (2.17) в зависимости от скорости ветра, при следующих параметрах конденсатора: Длина оребренной конденсаторной части 1 м; а) материал ребер алюминий, $h=15$ мм, $t=2,5$ мм, $\delta=0,7$ мм, $\delta_b=0,3$ мм, $d=36,5$ мм; б) материал ребер сталь, $h=50$ мм, $t=10$ мм, $\delta=\delta_b=1,0$ мм, $d=42$ мм. Результаты расчета представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2. Зависимость приведенного коэффициента теплоотдачи от скорости ветра при заданных параметрах конденсатора термостабилизатора.

	Скорость ветра, м/с									
	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
α (а), Вт/(м ² ·К)	10,92	18,64	25,44	31,68	37,53	43,45	48,80	53,93	58,87	63,66
α (б), Вт/(м ² ·К)	10,24	15,67	20,48	24,65	28,40	32,08	35,32	38,38	41,28	44,06

Проведены расчеты приведенного коэффициента теплоотдачи при заданных скоростях потока набегающего воздуха. При вычислениях изменяемым параметром конденсатора термостабилизатора являлось расстояние между ребрами t при остальных постоянных параметрах. При этом $h = 49$ мм, $\delta = 1$ мм, $d = 42$ мм, материал несущей трубы и оребрения сталь, скорость ветра задавалась 1, 5, 10, 15 м/с. Расстояние между ребрами варьировалось от 5 до 80 мм. Для наглядности восприятия результатов расчета представлена графическая зависимость приведенного коэффициента теплоотдачи от расстояния между ребрами (рис. 2.2).

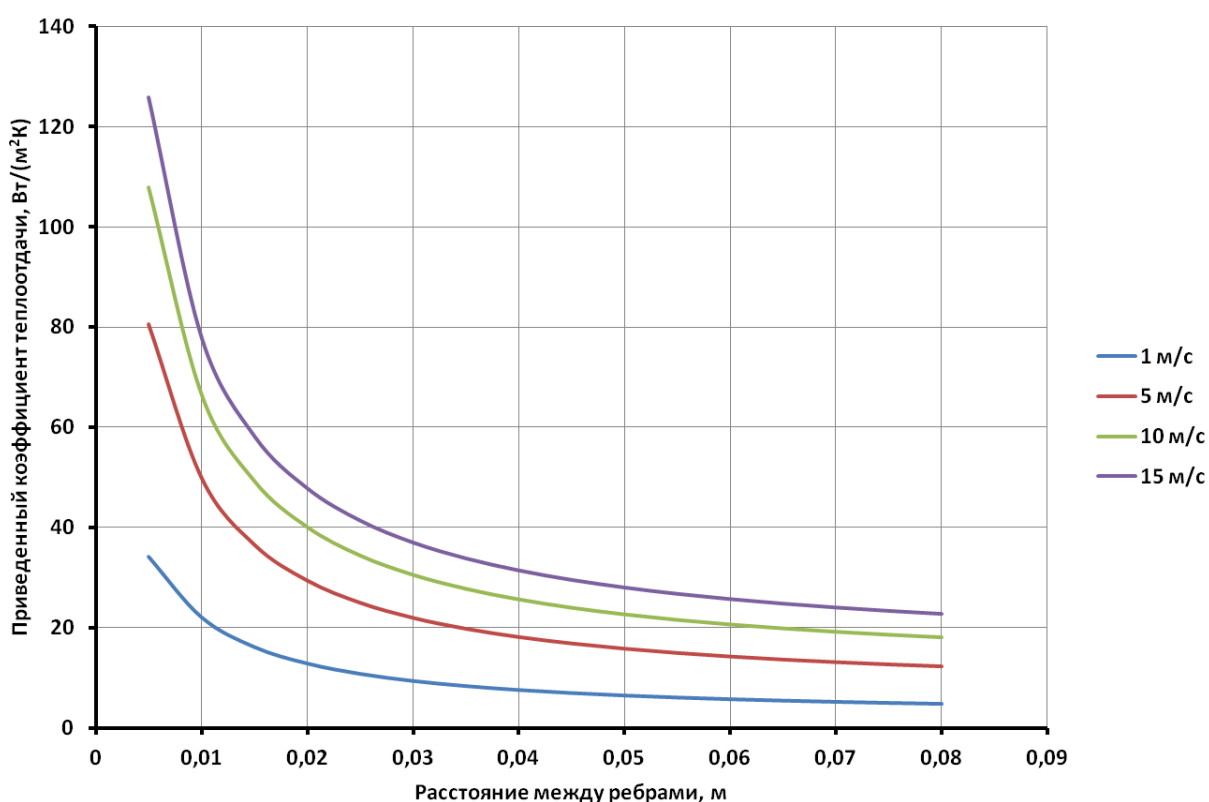


Рисунок 2.2. График изменения приведенного коэффициента теплоотдачи в зависимости от расстояния между ребрами при заданной скорости ветра

Расстояние между ребрами при постоянной длине несущей трубы конденсатора существенно влияет на значение приведенного коэффициента теплоотдачи. Это объясняется тем, что при увеличении расстояния между соседними ребрами уменьшается их количество, а следовательно и площадь теплообмена. Так максимальный приведенный коэффициент теплоотдачи

конденсатора термостабилизатора наблюдается при минимальном расстоянии между ребрами.

Далее представлены результаты расчета приведенного коэффициента теплоотдачи конденсатора одиночного вертикального термостабилизатора для различных скоростей ветра в зависимости от толщины ребра, в расчетах использовались следующие параметры оребрения: $h = 49$ мм, $t = 10$ мм, $d = 42$ мм, материал несущей трубы и оребрения сталь. Скорость ветра задавалась 1, 5, 10, 15 м/с. По результатам проделанных вычислений построен график (рис. 2.3).

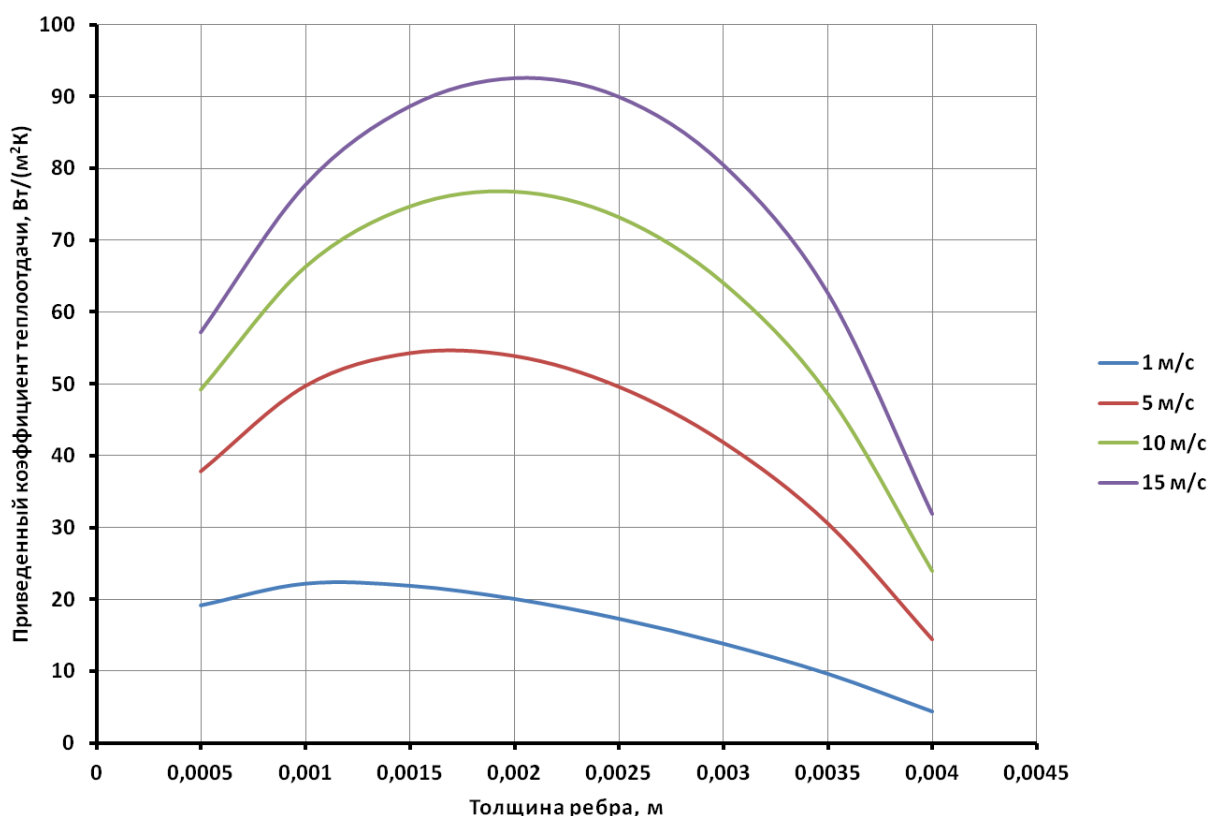


Рисунок 2.3. График изменения приведенного коэффициента теплоотдачи в зависимости от толщины ребра при заданной скорости ветра

Зависимость приведенного коэффициента теплоотдачи оребренного конденсатора от толщины ребра не является линейной. Условно каждую кривую на рисунке 2.3 можно разделить на два участка: первый участок, на котором с увеличением толщины ребра коэффициент теплоотдачи растет; второй участок характеризуется обратным эффектом – с возрастанием значений толщины ребра коэффициент теплоотдачи уменьшается. Это объясняется тем, что с увеличением толщины ребра увеличивается его эффективность. Достигнув максимального

значения коэффициента теплоотдачи при оптимальном значении толщины ребер дальнейший рост толщины ребер уменьшает сечение между ними, что ухудшает условия теплообмена. По полученным результатам можно определить оптимальную толщину ребра для термостабилизатора, проектируемого для конкретного объекта, с учетом среднемесячных (или средне зимних) скоростей ветра характерных для данной местности.

Также выполнены расчеты приведенного коэффициента теплоотдачи конденсатора одиночного термостабилизатора для различных скоростей ветра в зависимости от высоты ребра h , в расчетах использовались следующие параметры оребрения: $\delta = 1$ мм, $d = 42$ мм, материал несущей трубы и оребрения сталь. Скорость ветра задавалась 1, 5, 10, 15 м/с.

Представим результаты расчета на графике (рис. 2.4), что позволит дать качественную оценку влияния высоты ребра на приведенный коэффициент теплоотдачи всего конденсатора сезонно-действующего охлаждающего устройства.

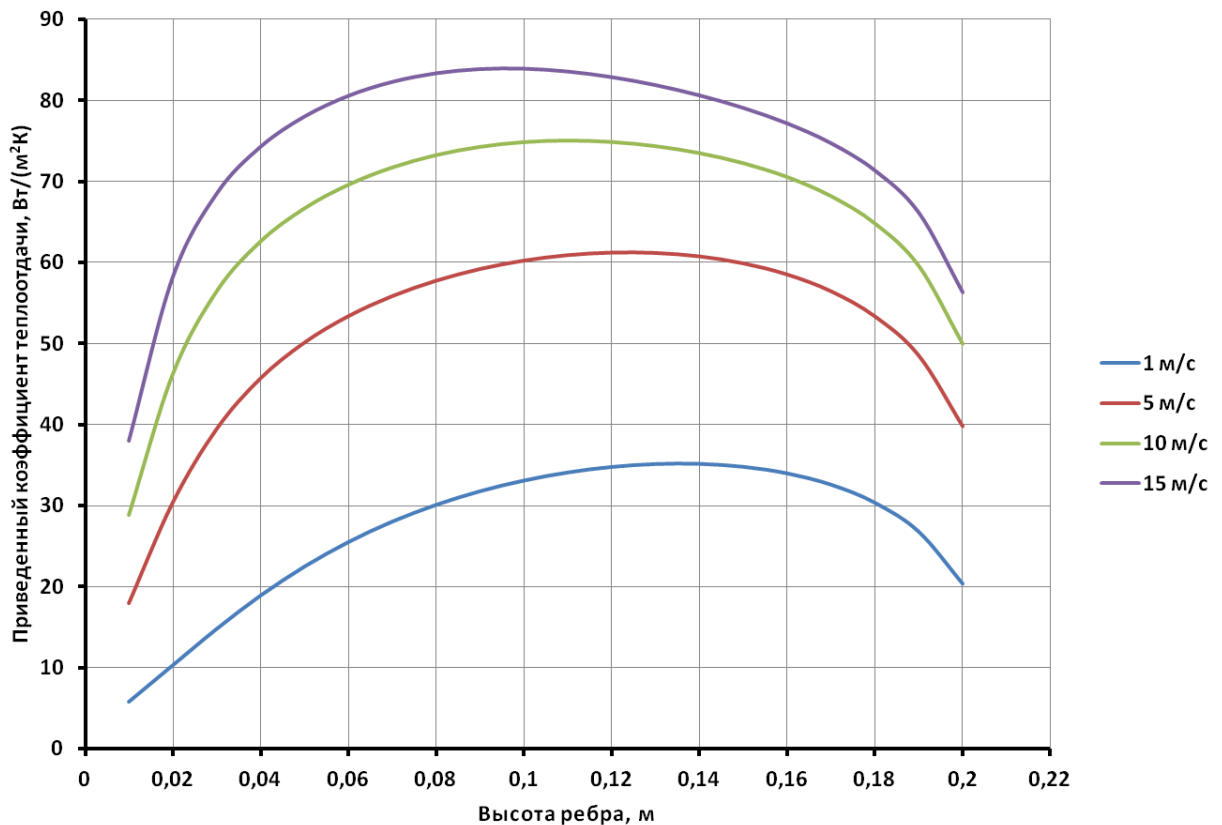


Рисунок 2.4. График изменения приведенного коэффициента теплоотдачи в зависимости от высоты ребра при заданной скорости ветра.

Высота ребра также как и толщина ребра имеет непосредственное влияние на приведенный коэффициент теплоотдачи конденсатора термостабилизатора. Здесь кривые на графике (рисунок 2.4) можно разделить на три характерных участка: первый участок соответствует резкому возрастанию приведенного коэффициента теплоотдачи оребренной трубы; второй участок с практически постоянным значениям α ; третий участок соответствует уменьшению коэффициента теплоотдачи с увеличением высоты ребра.

На первом участке наблюдается рост приведенного коэффициента теплоотдачи, что объясняется увеличением площади теплообмена при незначительном уменьшении скорости движения воздуха в сжатом сечении. На втором участке увеличение площади теплообмена между воздухом и конденсатором происходит с внесением практически равного значения в процессы теплообмена, что соответствует не большому изменению коэффициента теплоотдачи. Третий участок характерен уменьшению приведенного коэффициента теплоотдачи вследствие того, что сечение между ребрами пропускает не более 5 % набегающего потока воздуха.

2.4.2. Результаты расчетов, учитывающие контактное термическое сопротивление между оребрением и корпусом термостабилизатора.

Расчетным способом выполним оценку влияния контактного термического сопротивления на величину приведенного коэффициента теплоотдачи конденсатора термостабилизатора.

Расчет выполнен для биметаллического конденсатора имеющего следующие характеристики: материал ребер алюминий, материал корпуса трубы сталь, $h=15$ мм, $t=2,5$ мм, $\delta=0,7$ мм, $\delta_b=0,3$ мм, $d_0=36,5$ мм, $d_k=33,7$ мм, $d_1=26,7$ мм длина конденсатора 1,0 м. Вычисления проводились в диапазоне толщины воздушного зазора от 0,01 до 3,0 мм при скорости обдува воздухом V .

Результаты вычислений коэффициента теплопередачи через биметаллический конденсатор в атмосферу при наличии воздушного зазора представлены в таблице 2.3.

Таблица 2.3. Зависимость коэффициента теплопередачи конденсатора имеющего воздушный зазор при заданных параметрах конденсатора термостабилизатора.

	Толщина воздушного зазора, мм									
	0,01	0,34	0,67	1,01	1,34	1,67	2,00	2,34	2,67	3,00
K_{kon} ($V=3$ м/с), Вт/К	4,90	3,00	2,20	1,70	1,40	1,20	1,05	0,95	0,85	0,80
K_{kon} ($V=8$ м/с), Вт/К	9,55	4,30	2,80	2,05	1,65	1,40	1,20	1,05	0,95	0,85

Эти же вычисления отобразим в графическом виде (рис.2.5), что позволит дать результатам расчетов качественную оценку.

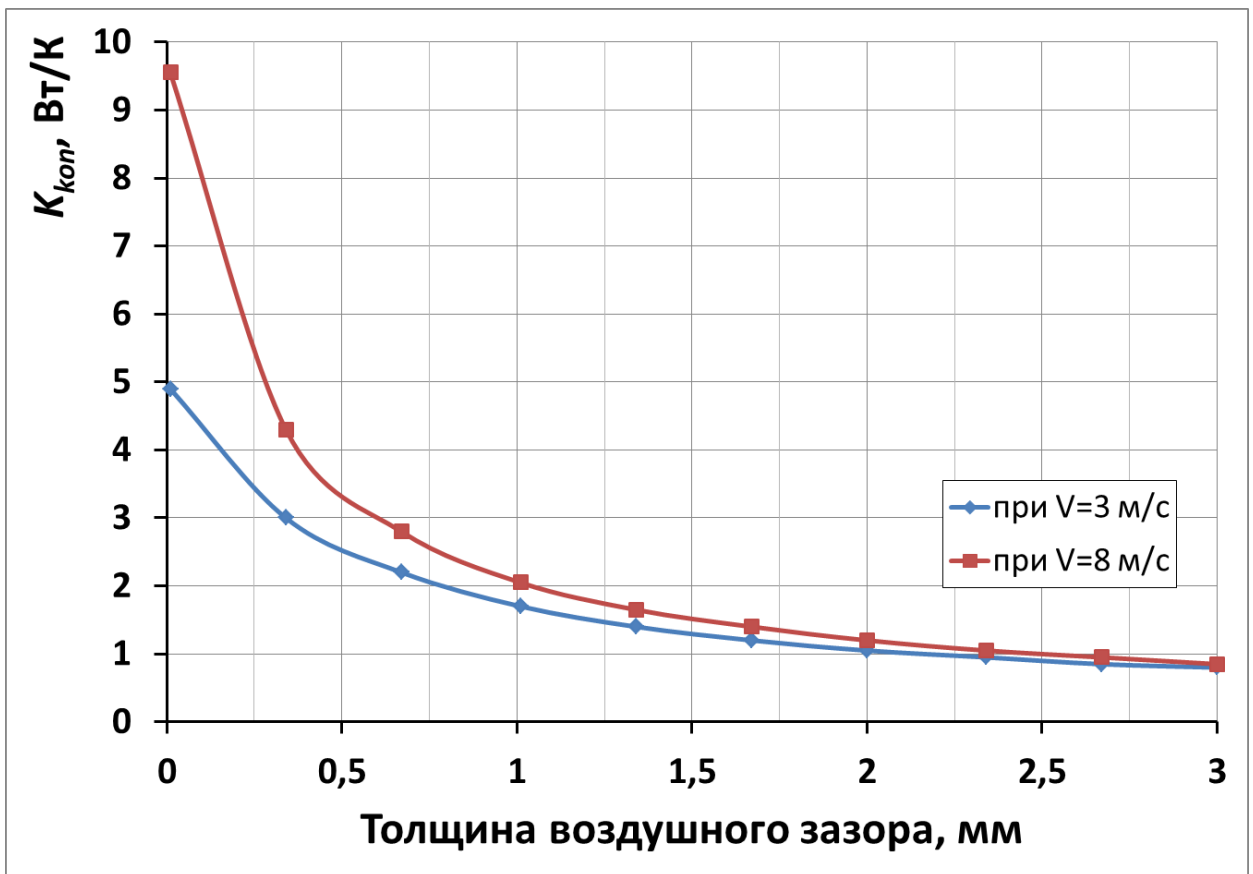


Рисунок 2.5. График изменения коэффициента теплопередачи конденсатора при изменении толщины воздушного зазора

Результаты вычислений влияния контактного термического сопротивления на величину приведенного коэффициента теплоотдачи конденсатора при скорости ветра V представлены в таблицах 2.4 и 2.5. В расчете предполагается, что

конвекция воздуха в зазоре отсутствует, коэффициент теплоотдачи от оребрения к воздуху при скорости ветра 3,0 м/с равен 25,44 Вт/(м²*К), при 8,0 м/с 53,93 Вт/(м²*К).

Таблица 2.4. Зависимость приведенного коэффициента теплоотдачи от толщины воздушного зазора между корпусом конденсатора и оребрения $\beta=0,2$ при заданных параметрах конденсатора термостабилизатора.

	Толщина воздушного зазора, мм									
	0,01	0,34	0,67	1,01	1,34	1,67	2,00	2,34	2,67	3,00
$K_{общ}$ (V=3 м/с), Вт/(м ² ·К)	20,45	20,41	20,39	20,39	20,38	20,38	20,37	20,37	20,37	20,37
$K_{общ}$ (V=8 м/с), Вт/(м ² ·К)	43,33	43,23	43,20	43,18	43,18	43,17	43,17	43,16	43,16	43,16

Таблица 2.5. Зависимость приведенного коэффициента теплоотдачи от толщины воздушного зазора между корпусом конденсатора и оребрения $\beta=0,4$ при заданных параметрах конденсатора термостабилизатора.

	Толщина воздушного зазора, мм									
	0,01	0,34	0,67	1,01	1,34	1,67	2,00	2,34	2,67	3,00
$K_{общ}$ (V=3 м/с), Вт/(м ² ·К)	15,65	15,50	15,43	15,40	15,37	15,36	15,35	15,34	15,33	15,32
$K_{общ}$ (V=8 м/с), Вт/(м ² ·К)	33,10	32,69	32,57	32,52	32,49	32,46	32,45	32,44	32,43	32,42

Из результатов расчета представленных на рисунке 2.5 видно, что уменьшение величины коэффициента теплопередачи через биметаллический конденсатор в атмосферу прямо зависит от наличия между соприкасающимися металлами воздушного зазора. Даже при толщине зазора менее 1 мм интенсивность теплопередачи такого конденсатора уже незначительно зависит от скорости ветра. Как следует из сравнения приведенного коэффициента теплопередачи биметаллического конденсатора без зазора (при V=3м/с $K_{общ}=25,44$ Вт/(м²*К); при V=8,0м/с $K_{общ}=53,93$ Вт/(м²*К) и с зазором имеющим $\beta=0,2$ (табл. 2.4) от площади контакта металлов снижает интенсивность теплопередачи на 8%, однако при наличии зазора $\beta=0,4$ (табл. 2.5) теплопередача снижается на

40%. Этот факт свидетельствует о том, что определяющее влияние на интенсивность теплопередачи биметаллических конденсаторов оказывает контактное сопротивление.

2.5. Выводы к главе

1. Выявлена зависимость коэффициента эффективности оребрения от скорости ветра. При увеличении скорости ветра эффективность оребрения уменьшается. Это связано с тем, что скорость переноса тепла к вершине ребра при увеличении скорости обдува конденсатора уменьшается (растет коэффициент теплоотдачи в воздух).

2. Получена модель переноса тепла для конденсатора термостабилизатора учитывающая характеристики ребер и трубы в основании ребер. На основании данной модели разработан программный комплекс, позволяющий определить оптимальную конструкцию и параметры конденсатора термостабилизатора проектируемого для конкретного объекта, с учетом среднемесячных (или средне зимних) скоростей ветра характерных для данной местности.

3. При помощи программного комплекса проведены расчеты, выявившие важное явление: толщина ребра существенно сказывается на приведенном коэффициенте теплоотдачи, т.е. с уменьшением толщины ребра приведенный коэффициент теплоотдачи уменьшается.

4. Показано определяющее влияние термического контактного сопротивления на интенсивность теплопередачи биметаллических конденсаторов. Так мероприятия направленные на увеличение теплопередачи конденсатора (переход от монометаллического оребренного конденсатора к биметаллическому) могут оказать обратный эффект в случае выбора не качественной технологии изготовления конденсаторов, допускающей образование зазоров между металлами.

Глава 3. Теплообмен одиночного вертикального естественно-конвективного охлаждающего устройства (термостабилизатора) с грунтом

3.1. Постановка задачи теплообмена термостабилизатора с грунтом.

Термостабилизатор состоит из вертикальной цилиндрической трубы, одна часть которой погружена в грунт - испаритель, другая находится над его поверхностью - конденсатор. Теплообмен с мерзлыми породами происходит за счет контакта с испарителем термостабилизатора. В различное время года верхний слой мерзлых грунтов может находиться в оттаявшем состоянии за счет сезонного протаивания. Вода в грунтах, окружающих термостабилизатор, может находиться в различных агрегатных состояниях.

Термостабилизатор «включается» тогда, когда выполняется условие: $t_{gr} > t_a$ (температура грунта выше температуры атмосферного воздуха, в котором находится конденсатор). При этом хладагент, стекая по внутренней стенке одиночного термостабилизатора испаряется, за счет теплоотдачи в окружающие термостабилизатор породы в грунтах происходит процесс понижения температуры.

Для решения задачи теплообмена рассматривается следующая система дифференциальных уравнений, записанная в цилиндрической системе координат [6, 82]:

$$\begin{cases} c(T) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) & (3.1) \\ \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = K_s(v) (T - T_v(\tau)) & (3.2) \end{cases}$$

где r, z - координаты цилиндрической системы координат, τ - время, $T(r, z, \tau)$ - температура грунта, впоследствии для упрощения формул будет записываться как T , $\lambda(T)$ - коэффициент теплопроводности, $c(T)$ - эффективная объемная теплоемкость пород, $c(T) = c_{gr}(T) + h\rho \frac{dw}{dT}$ [23, 24], $c_{gr}(T)$ - объемная теплоемкость породы (вообще говоря, функция температуры), h - удельная теплота фазового перехода воды, ρ - плотность скелета грунта, w - влажность

мерзлых пород. $K_s(v)$ - коэффициент теплопередачи испарителя (вообще говоря, функция скорости ветра), r_s – радиус испарителя термостабилизатора, t – температура воздуха или $t(\tau)$.

В математической постановке задачи о тепловом взаимодействии сооружения с мерзлыми грунтами обычно рассматривается полубесконечный массив грунта. В диссертационной работе для решения уравнения (3.1) проводится численными методами, в связи с этим возникает необходимость ограничения размера расчетной области. Дифференциальное уравнение (3.1) параболического типа [24] системы описывает тепловое поле многолетнемерзлых грунтов во всей расчетной области. Расчетная область задается в цилиндрической системе координат (ЦСК). Начало координат, которой помещено на пересечении термостабилизатора с дневной поверхностью, ось термостабилизатора совпадает с осью Oz в ЦСК. В виду симметричности задачи (рассматривается равномерный по радиусу инженерно-геологический состав грунта) будет рассматриваться прямоугольное сечение двумерной расчетной области ограниченный слева осью термостабилизатора; справа выбран радиус, который не оказывает влияние на расчет; сверху – граница грунта и атмосферного воздуха; снизу выбрана граница, не оказывающая влияние на расчет. Температура в расчетной области зависит от координат r и z . Во всей расчетной области задается постоянная отрицательная начальная температура.

Тепловое взаимодействие на стыке одиночного вертикального термостабилизатора с грунтом описывается граничным условием третьего рода в виде (3.2) применяется в зимний расчетный период. В летний период, когда температура воздуха выше температуры грунта на контакте с испарителем граничное условие (3.2) записывается в виде:

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r_{r=r_s}} = 0 \quad (3.3)$$

Оттаивание (промерзание) влажного грунта являются сложным термодинамическим процессом, протекающем в неоднородной среде [63] в частности на верхней поверхности рассматриваемой области. Основная трудность

решения задачи с фазовыми переходами заключается в том, что скорость фронта фазового перехода нелинейным образом зависит от градиента температуры – нелинейная задача [3]. Трудность состоит не только в математической постановке и решении задачи, но и в том, что фазовый переход в капиллярно-пористой среде происходит не на бесконечно тонком фронте, напротив образуется двухфазная среда, в которой вода одновременно присутствует и в жидком состоянии и в виде льда [50].

3.2 Граничные и начальные условия нестационарной задачи теплопереноса в грунтах.

В процессе моделирования теплопереноса в заданной расчетной области взаимодействие грунта с окружающей его областью отражается условиями, заданными на границах. Следует сформулировать и аппроксимировать граничные условия в соответствии с процессами на границах расчетной области.

Начальное распределение температур грунта, плотности, влажности, объемной теплоемкости талого и мерзлого грунта, теплопроводности талого и мерзлого грунта задается во всей расчетной области (рис 3.1).

Расчетная область есть область внутри двух коаксиальных цилиндров, ограниченных по высоте горизонтальными плоскостями.

В начальный момент времени температурное поле многолетнемерзлых грунтов имеет вид: $T(r, z, 0) = T^0$. В качестве T^0 далее принимается близкая к постоянной по разрезу температура.

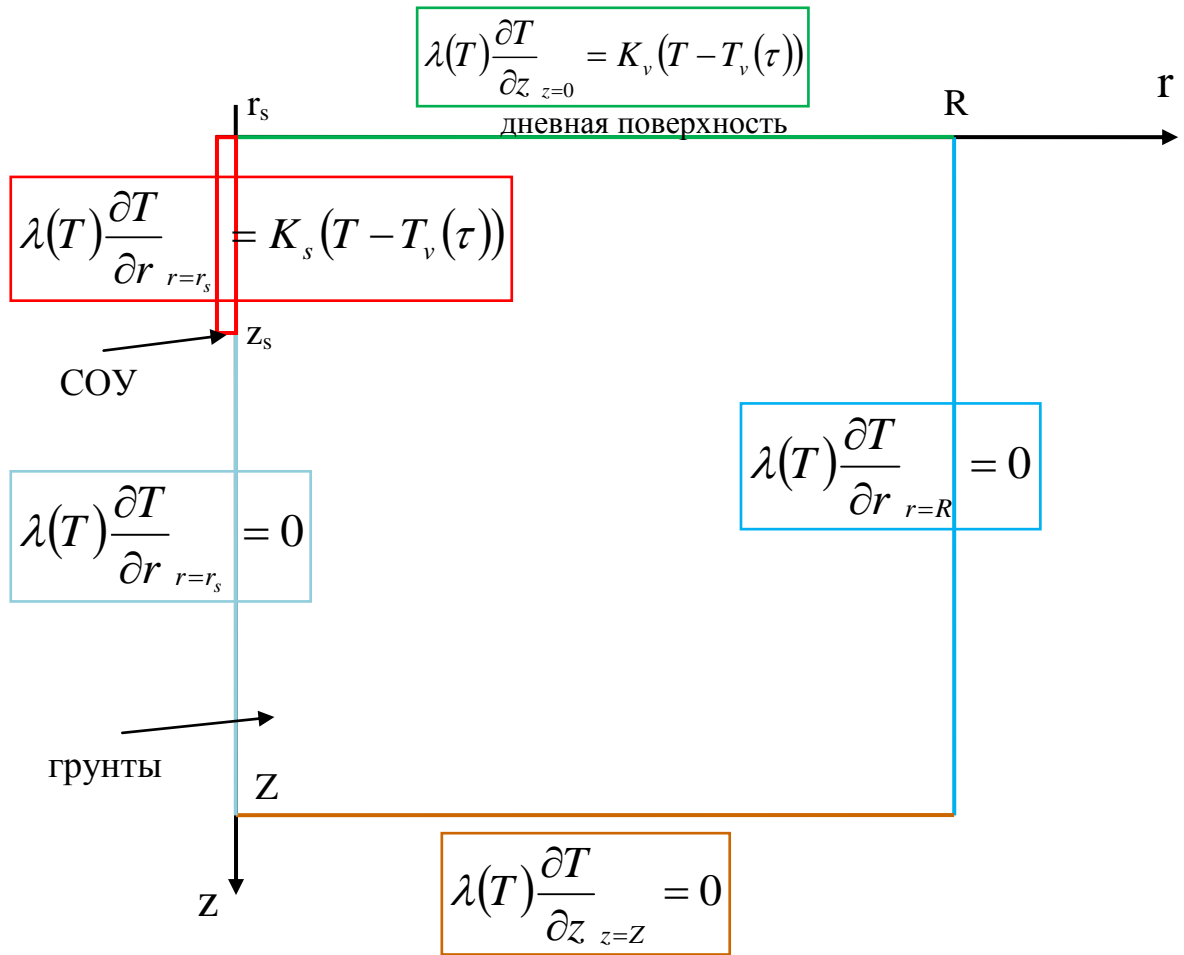


Рисунок 3.1. Граничные условия для задачи теплообмена вертикального термостабилизатора с грунтом.

3.2.1. Верхнее граничное условие.

Для верхней границы расчетной области граничное условие третьего рода запишем в виде [131, 136]:

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z}_{z=0} = K_v (T - T_v(\tau)) \quad (3.4)$$

где K_v – коэффициент теплопередачи от поверхности грунта к воздуху; T – температура грунта (в рассматриваемом ниже одномерном случае является функцией вертикальной координаты z точек массива и времени τ); T_v – температура воздуха (периодическая функция времени с периодом 1 год); λ – коэффициент теплопроводности грунта (вообще говоря – функция температуры и координат в точках массива). При этом годовой ход температуры воздуха $T_v(\tau)$ считается заданным, а коэффициент теплоотдачи от воздуха к грунту эффективным образом может быть включена вся совокупность факторов, которые

могут действовать с поверхности. В технических задачах (в отличие от фундаментальной проблемы, которая упомянута в первой главе) верхнее граничное условие должно подбираться на основе некоторых иных соображений и при этом должно быть подогнано к некоторому набору фактических данных тестовыми расчетами. При этом неверно заданные параметры этого условия могут приводить как к охлаждающему влиянию поверхности с понижением температуры грунта во времени (без всяких охлаждающих устройств), так и к повышению его температуры вплоть до оттаивания и разогрева.

Таким образом, для задач инженерной геокриологии учет совокупного действия поверхностных факторов в верхнем граничном условии должен быть заменен достаточно простой и надежной процедурой. В качестве обоснования такой процедуры предлагается следующее рассуждение. Если отвлечься от длиннопериодных колебаний температуры на поверхности массива (связанных с климатическими изменениями), то формирование фактически наблюдаемого температурного режима массива грунта в естественных условиях (то есть в ненарушенном состоянии и в отсутствии влияния каких либо сооружений) произошло под действием сезонных колебаний температуры воздуха и всей совокупности относительно стабильно действующих поверхностных факторов. Важной константой, характеризующей сформировавшееся тепловое состояние грунтового массива, является температура на глубине нулевых амплитуд. В условии (3.4) с помощью итерационной процедуры подбирается такое значение коэффициента теплообмена K_v , что при заданном законе сезонного изменения температуры воздуха $T_v(\tau)$ расчетная температура в массиве грунта (в отсутствие сооружения, но в течение проектного срока его эксплуатации) будет оставаться постоянной с необходимой точностью, то условие (3.4) с таким способом подобранным значением коэффициента K_v принимается в качестве граничного условия для прогноза температурного режима грунтов, в том числе и в присутствии сооружения (вне области его контакта с поверхностью массива). Таким путем гарантируется отсутствие дополнительного влияния поверхности (охлаждающего, либо отепляющего) на грунты основания, что позволяет

выделить эффект влияния сооружения на мерзлые грунты в процессе его эксплуатации в чистом виде. Можно при этом отметить, что именно изменение расчетной температуры грунтов на глубине нулевых амплитуд в отсутствие сооружения при достаточно произвольно выбранном коэффициенте K_v , говорит об ошибочности выбранного значения этого параметра и неадекватного применения верхнего граничного условия в расчетной процедуре. При необходимости возможно включение в тестовую процедуру иных фактических данных (например, глубину сезонного оттаивания, также определяемую на стадии изысканий). В этом случае к значению параметров условия (3.4) могут быть предъявлены более жесткие требования.

3.2.2. Нижнее граничное условие

На нижней границе расчетной области задается нулевое значение плотности теплового потока.

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z_{z=Z}} = 0 \quad (3.5)$$

где Z – граница расчетной области по глубине

При выборе положения нижней границы расчетной области предлагается способ, заключающийся в итерационном подборе такого положения нижней границы, когда оно уже не оказывает влияния на результаты расчета за время эксплуатации сооружения.

Вопрос об определении нижней границы расчетной области целесообразно рассматривать совместно с определением параметров верхнего граничного условия, поскольку их влияние на результаты расчетов могут быть одного порядка. Чтобы пояснить процедуру выбора параметров верхнего граничного условия и положения нижней границы приведем здесь постановку задачи только для процессов промерзания-протаивания с поверхности массива и изменения температуры в его внутренних точках в отсутствие сооружения. Постановка задачи включает уравнение теплопроводности [6, 82]:

$$c(T) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (3.6)$$

где z – координата глубины.

Для численного решения уравнения (3.6) постановка граничных условий на подвижной границе не требуется [58]. Кроме того, в рассматриваемом здесь одномерном случае не требуется вводить ограничения на горизонтальные размеры расчетной области.

Отметим, что коэффициент теплообмена K_v имеет сильную сезонную зависимость вследствие значительного влияния на теплообмен снега (в зимнее время года) и процессов конвективного теплообмена с открытой поверхностью летом. Так, при средней толщине снежного покрова в 0,5 м, плотности 150-300 кг/м³ и коэффициенте теплопроводности в диапазоне 0,03- 0,3 Вт/(м*град) величина этого коэффициента (оцененная по величине термического сопротивления этого слоя) имеет порядок 1-4 Вт/(м²*град). Оценка его величины по ветровой составляющей теплопереноса в летнее время (при средней скорости ветра в диапазоне 5-15 м/с) дает значения в пределах 10-40 Вт/(м²*град). Однако в пределах сезона он изменяется не столь значительно [49]. Поэтому в течение летнего или зимнего сезонов он может быть определен как некоторая средняя величина, имеющая постоянное значение. Общий же коэффициент K_v , характеризующий теплообмен в течение года может быть определен как кусочно-постоянная функция, имеющая постоянные (но различные) значения в течение каждого сезона.

В качестве начального условия далее принимается постоянная по разрезу отрицательная температура T^0 (в примерах вычисления $T^0 = -2^0$ C).

В качестве первого шага по выбору указанных параметров предлагается следующая процедура: принимая за основу некоторые предварительные оценки сезонных значений коэффициента K_v (обозначаемые далее как K_{vs} – летний и K_{vw} – зимний), зафиксируем эти значения. Далее выполним оценку радиуса теплового влияния $L(\tau)$ по приведенной в 1 главе формуле. Для примера примем: $\tau=30$ лет, величина k может быть оценена по данным Таблицы 1 (приведенной ниже) и имеет порядок 10^{-6} м²/с. Вычисления дают для $L(\tau)$ значения 70-80 метров (в зависимости от диапазона изменения величины k). Это значение принимается в

качестве ориентира для положения нижней границы расчетной области. Однако для повышения надежности последующих вычислений в первой итерации выбора этого положения лучше всего взять значение не менее чем в два раза превышающее цифру приведенной выше оценки радиуса влияния (для современной вычислительной техники время решения одномерной задачи не превышает нескольких минут в любом из этих вариантов). Интерес представляет также проследить влияние вида граничного условия на нижней границе на результаты расчета. Для примеров вычислений, которые рассматриваются ниже, положение нижней границы расчетной области принято на отметке $Z=200$ м, а расчеты выполнены в двух вариантах граничного условия на этой границе: 1) равенство нулю теплового потока $q_b=0$; 2) постоянство температуры T_b на этой границе (равной начальному значению $T_b = -2,0$ °C).

Значения сезонных констант в коэффициенте K_v в первой итерации принимаются максимальными из указанных выше диапазонов (40 Вт/(м²*град) для лета и 4 Вт/(м²*град) для зимнего периода), а в последующих итерациях монотонно снижаются на 0,1 от максимального значения (ступенчатыми шагами – сначала летнее значение при фиксированном зимнем, затем зимнее при фиксированном летнем и т.д.). Контрольными параметрами в каждом варианте расчета являются: температура на глубине 15 м (условная глубина нулевых амплитуд) и максимальная глубина сезонного протаивания (в конце летнего периода). Оба параметра коэффициента K_v считаются подобранными в процедуре, если температура на глубине нулевых амплитуд меняется не более чем на 0,1° C в течение расчетного срока (то есть, остается практически равной начальному значению), а максимальная глубина протаивания совпадает с условно принятым фактическим значением 1,3 м (отметим, что рассматриваемая процедура не привязана к каким либо конкретным условиям и в данном случае имеет только методическое значение). Для всех вариантов расчета характеристики грунтов приняты постоянными по разрезу (раздельно для талых и мерзлых грунтов): теплопроводность талого $\lambda_u=1,61$ Вт/(м·град) и мерзлого грунта $\lambda_f=1,92$ Вт/(м·град); объемная теплоемкость талого $C_u=3,39$ МДж/(м³·град) и мерзлого

грунта $C_f=2,13$ МДж/(м³·град); плотность скелета грунта $\gamma_s=1030$ кг/м³; влажность $w=0,56$. Температура начала фазового перехода $T_f=-0,2$ °С.

Ход температуры воздуха в течение года принят в виде кусочно-постоянной функции из среднемесячных температур. Для примеров вычислений данные приняты по метеостанции “Уренгой” по [143] и представлены в Таблице 3.1.

Таблица 3.1. Климатические данные по метеостанции "Уренгой"

Месяц	Средняя температура воздуха, °С	Месяц	Средняя температура воздуха, °С
Январь	-26,4	Июль	15,4
Февраль	-26,4	Август	11,3
Март	-19,2	Сентябрь	5,2
Апрель	-10,3	Октябрь	-6,3
Май	-2,6	Ноябрь	-18,2
Июнь	8,4	Декабрь	-24,0

Задача решается численно. Используется конечно-разностная схема, в которой область определения искомой функции покрывается расчетной сеткой с узлами в точках [52]. Для получения дискретных аналогов уравнений в модели используется метод контрольного объема [53].

Для решения системы трех уравнений (уравнения (3.4), –(3.6) и граничное условие на нижней границе) использовалась среда Matlab.

График поведения температуры в зависимости от глубины для промежуточных значений коэффициентов K_{vs} и K_{vw} (не обеспечивающих выполнение сформулированных выше требований) для нулевого потока тепла на нижней границе расчетной области приведен на рисунке 3.2. То же для параметров, обеспечивающих выполнение этих требований, показано на рисунке 3.3. Отметим, что разлет кривых вблизи нулевой отметки (в левой части графиков) показывает поведение температуры в каждый из 12 месяцев завершающего (30-го) расчетного года, а точка их слияния (на глубине примерно 15 метров) показывает глубину проникновения сезонных колебаний температуры (то есть – глубину нулевых амплитуд). Отметим также, что при задании на

нижней границе условия постоянства температуры $T_b=T_0=-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ (вместо условия $q_b=0$) для двух рассматриваемых здесь вариантов расчета приводят к практически идентичным (с представленным на рисунках 3.2 и 3.3) распределениям температуры для соответствующих коэффициентов теплообмена (то есть результаты, изображенные на рисунках 3.2 и 3.3 не зависят от вида нижнего граничного условия).

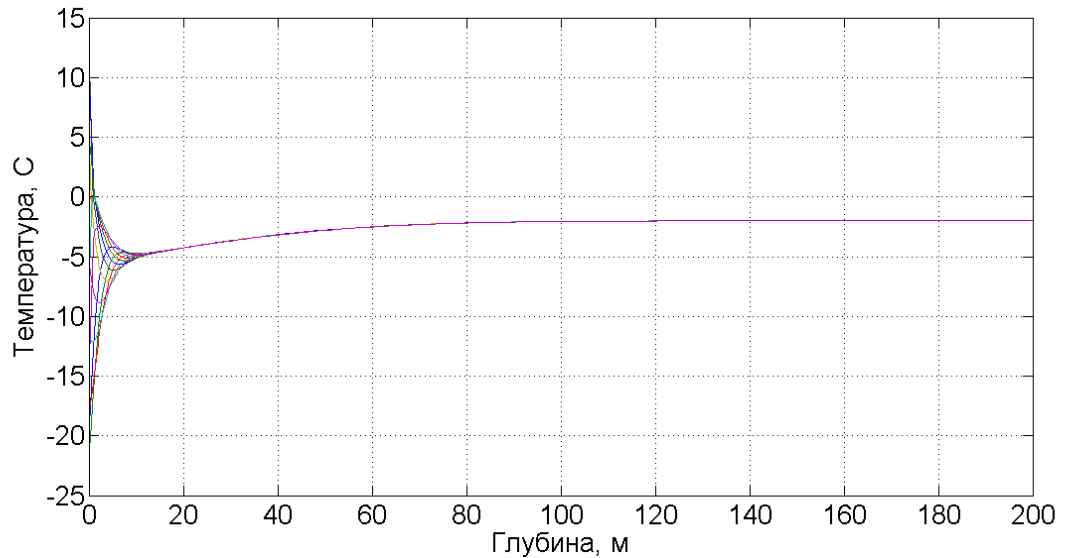


Рисунок 3.2. Распределение температуры в массиве грунта в отсутствие сооружения при: $K_{vs} = 23,2 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$; $K_{vw} = 2,9 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$; $Z=200 \text{ м}$; $q_b=0 \text{ Вт/м}^2$; $T_0=-2\text{ }^{\circ}\text{C}$; $\tau=30 \text{ лет}$.

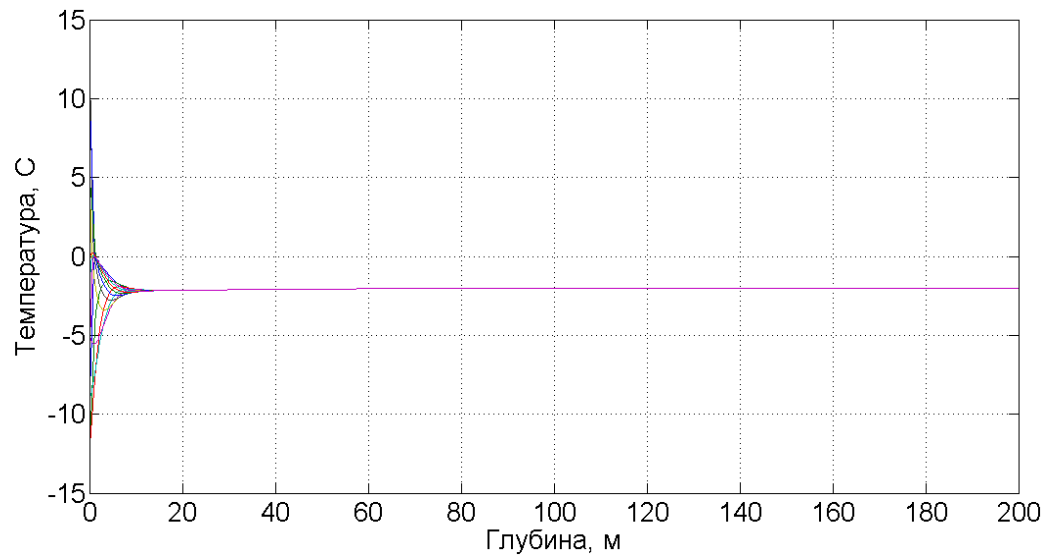
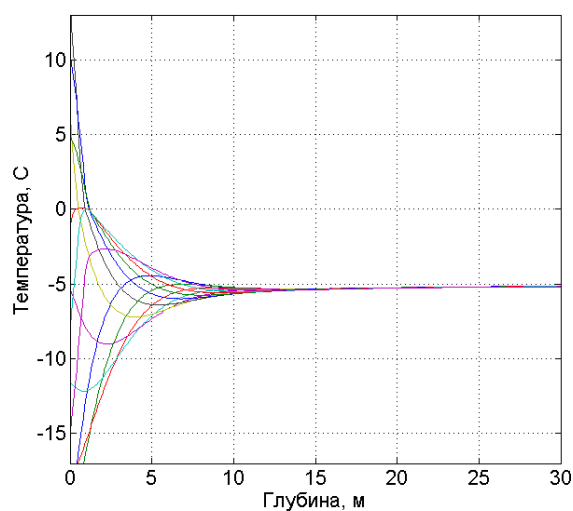


Рисунок 3.3. Распределение температуры в массиве грунта в отсутствие сооружения при: $K_{vs} = 23,2 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$; $K_{vw} = 1,16 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$; $Z=200 \text{ м}$; $q_b=0 \text{ Вт/м}^2$; $T_0=-2\text{ }^{\circ}\text{C}$; $\tau=30 \text{ лет}$.

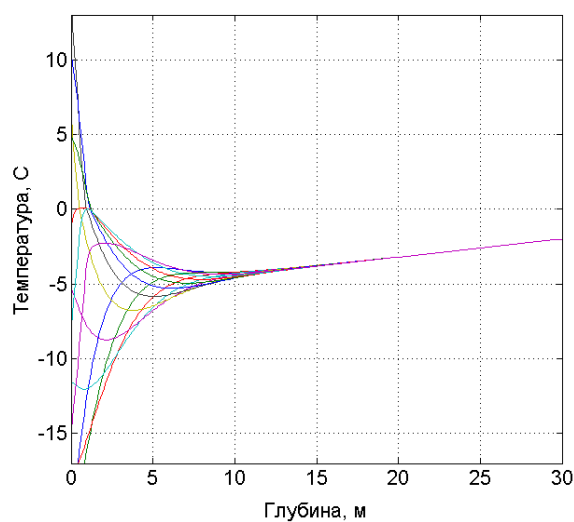
Вместе с тем, результаты расчета, представленные на рисунке 3.2 показывают, что если выбранные параметры коэффициента K_v не обеспечивают выполнение сформулированных требований, то температурная кривая (ниже глубины нулевых амплитуд) состоит из двух участков, имеющих разный характер поведения: первый из них (в интервале от 15 до отметки примерно 80 м) имеет явно выраженный градиент температуры, который оказывает охлаждающее действие на подстилающие породы. Отметка 80 метров есть расстояние, на котором начинает ощущаться тепловое влияние поверхности через 30 лет (что примерно совпадает с приведенной выше оценкой радиуса теплового влияния $L(\tau)$). С дальнейшим течением времени это влияние будет распространяться все дальше вглубь массива. Второй участок (от отметки 80 м и до нижней границы области - 200 м) является безградиентным, в эту область тепловое влияние поверхности через 30 лет еще не проникло. При положении нижней границы на отметке 200 м температура вдоль этого участка остается практически постоянной (и равной начальному значению -2°C) и не зависит от вида граничного условия на нижней границе. Тем не менее, наличие первого (градиентного) участка при выбранных в данном примере параметрах теплообмена показывает, что верхнее граничное условие с этими параметрами будет являться некорректным, поскольку приводит к охлаждению основания (в отсутствии каких либо специальных устройств) и не обеспечивает стабильности его состояния в естественных условиях. Отметим также, что нетрудно подобрать параметры теплообмена таким образом, что поверхность будет оказывать противоположное (отепляющее) действие на подстилающие породы.

Корректным образом подобранные параметры приводят к безградиентному распределению температуры ниже глубины нулевых амплитуд (с температурой, равной начальному значению -2°C), обеспечивающему стабильность теплового состояния массива в естественных условиях. Картина этого распределения также не зависит от вида граничного условия на нижней границе области (рисунок 3.3).

Для случая некорректно выбранных параметров коэффициента теплообмена и при выборе положения нижней границы расчетной области на отметках меньших, чем значение радиуса теплового влияния на заданный срок, влияние верхней границы на температуру подстилающих грунтов значительно усиливается. Так, при положении этой границы на отметке $Z=30$ м и при тех же прочих входных параметрах, что приняты для расчета результатов, изображенных на рисунке 3.2, происходит выхолаживание всей толщи пород ниже отметки глубины нулевых амплитуд до температуры минус 5°C (рисунок 3.4, а). Условие равенства нулю теплового потока на нижней границе способствует этому охлаждению, поскольку оно эквивалентно наличию идеальной теплоизоляции на глубине $Z=30$ м, которая полностью препятствует теплообмену с нижележащими породами, оказывающими отепляющее действие на вышележащие слои (как это имеет место на рисунке 3.2). Естественно, что при задании на нижней границе фиксированной температуры ее значение на ней остается неизменным во времени, но внутри слоя ниже отметки глубины нулевых колебаний охлаждающий эффект поверхности также очевиден вследствие градиентного распределения температуры с минимумом (близким к минус 4°C) вблизи глубины нулевых амплитуд (рисунок 3.4, б). В данном случае эффект охлаждения меньше, чем в предыдущем случае вследствие принятого граничного условия (отражающего отепляющее воздействие нижележащих пород).



а)



б)

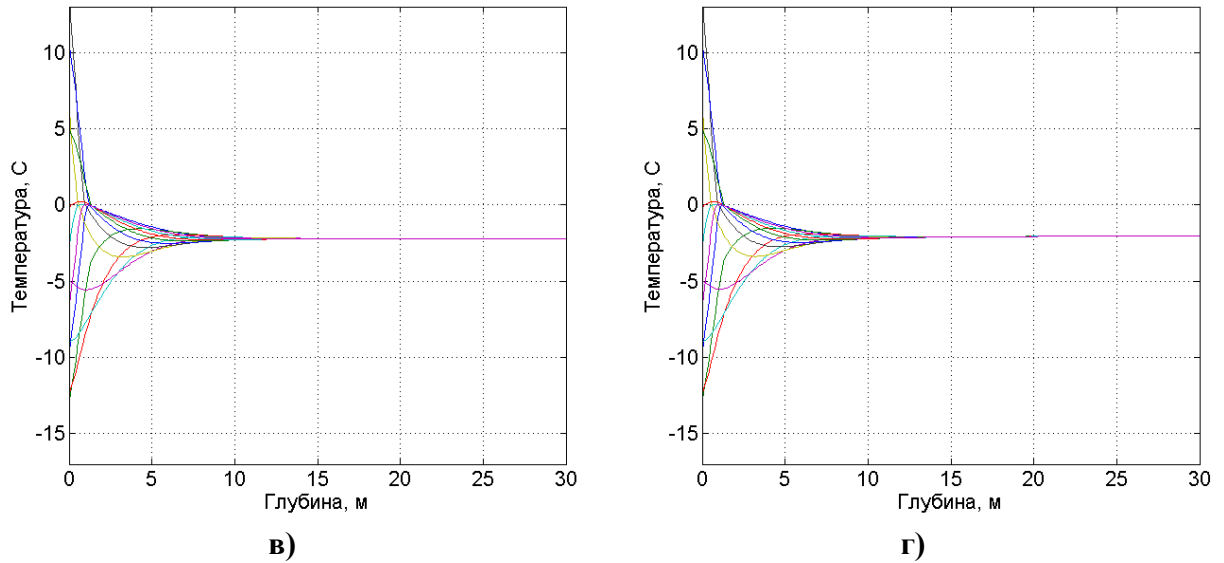


Рисунок 3.4. Распределение температуры в массиве грунта в отсутствие сооружения при $Z=30$ м; $T_0=-2^0$, $\tau=30$ лет: а) $K_{vs} = 23,2$ Вт/м²·град; $K_{vw} = 2,90$ Вт/м²·град; $q=0$ Вт/м² б) $K_{vs} = 23,2$ Вт/м²·град; $K_{vw} = 2,90$ Вт/м²·град; $T_b=-2^0$ в) $K_{vs} = 23,2$ Вт/м²·град; $K_{vw} = 1,16$ Вт/м²·град; $q=0$ Вт/м² г) $K_{vs} = 23,2$ Вт/м²·град; $K_{vw} = 1,16$ Вт/м²·град; $T_b=-2^0$. Пояснения в тексте.

Для корректно выбранных параметров теплообмена на верхней границе массива результаты расчетов не зависят от вида граничного условия на нижней границе и обеспечивают стабильность температуры в массиве пород ниже глубины нулевых амплитуд на уровне начального значения – минус 2^0 С (рисунок 3.4, в, г). Это означает, что при корректно выбранных параметрах поверхностного теплообмена суммарное тепловое действие поверхности на массив (проявляющееся на отметке нулевых колебаний температуры и ниже) равно нулю. Таким образом, выполненная подгоночная процедура позволяет принять для последующих расчетов температурного поля в основании сооружений на данной конкретной территории верхнее граничное условие в форме (3.4) с параметрами $K_{vs} = 23,2$ (Вт/м²·град); $K_{vw} = 1,16$ Вт/(м²·град). Вместе с тем, при расчете температурного поля в основании сооружения необходимо принять положение нижней границы расчетной области не ниже значения радиуса теплового влияния (на расчетный срок эксплуатации), поскольку в данном случае возникает действие

источника тепла с ненулевым действием на основание (которое учитывается совместно с действием поверхности).

Отметим также, что в рамках процедуры выбора параметров верхнего граничного условия в качестве начального распределения температуры может выступать достаточно произвольный вид функции температуры от глубины, удовлетворяющий условию стационарности. В частности, это может быть линия с постоянным геотермическим градиентом (достаточно часто встречающаяся в естественных условиях залегания мерзлых пород). В этом случае общая процедура выбора параметров теплообмена на верхней границе останется неизменной с той лишь разницей, что в качестве граничного условия на нижней границе расчетной области должен быть задан тепловой поток, соответствующий по величине действующему геотермическому градиенту. Если же начальное распределение температуры носит выраженный нестационарный характер, то для осуществления корректного выбора параметров верхнего граничного условия необходимо выполнить анализ факторов, вызывающих не стационарность этого распределения. Только после этого можно попытаться включить их действие в процедуру выбора параметров. Однако, этот аспект проблемы в настоящей работе не затрагивается.

3.2.3. Граничные условия на вертикальных цилиндрических поверхностях.

Граничное условие на внешней цилиндрической границе расчетной области также как и на ее нижней границе задается нулевое значение плотности теплового потока.

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r_{r=R}} = 0 \quad (3.7)$$

где R – размер области по радиусу.

Для определения положения внешней (боковой) границы расчетной области используется та же методика, что и при определении положения нижней границы с той лишь разницей, что задача решается в цилиндрической системе координат.

Расчетная область представляет собой цилиндр с «вынутым» стержнем в виде испарителя термостабилизатора. На внешней границе испарителя необходимо задать условие теплообмена с грунтом. В силу незначительного отношения величины радиуса испарителя термостабилизатора к радиусу расчетной области ($8,5 \cdot 10^{-5}$) в модели предусмотрена замена части грунта находящейся под дном термостабилизатора идеальным теплоизолирующим материалом (по сути, продление испарителя термостабилизатора до глубины расчетной области не проводящим тепло материалом). Таким образом, на контакте испарителя с грунтом необходимо задавать два граничных условия: 1 – до глубины заложения испарителя (глубина реального испарителя) задается условие теплообмена с грунтом; 2 – от глубины заложения испарителя до глубины расчетной области задается нулевое значение плотности теплового потока. Такое допущение не может повлиять на точность расчетов, однако значительно упростит механизм задания условия теплообмена реализуемое численными методами.

Для внутренней цилиндрической границы расчетной области запишем два граничных условия:

Первое – для участка границы от дневной поверхности до глубины заложения испарителя (условие теплообмена термостабилизатора с грунтом):

Как было описано в [131, 135], тепловое взаимодействие на стыке одиночного вертикального термостабилизатора с грунтом описывается граничным условием третьего рода в виде:

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r_{r=r_s}} = K_s(v)(T - T_v) \quad (3.8)$$

где $K_s(v)$ – коэффициент теплопередачи от воздуха в грунт через стенку термостабилизатора.

В [6, 135] было доказано, что коэффициент теплопередачи в грунт определяется как произведение коэффициента теплоотдачи надземной конденсаторной части термостабилизатора α_g и отношения площадей конденсаторной части F_k термостабилизатора к площади его испарителя F_u :

$$K_s(v) = \alpha_B \frac{F_k}{F_H} \quad (3.9)$$

Второе – для границы от глубины заложения испарителя до нижней границы расчетной области задается нулевое значение плотности теплового потока.

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = 0 \quad (3.10)$$

3.3. Прогноз температуры грунта в основании заглубленного трубопровода

При расчете динамики температурного поля в основании “теплого” трубопровода приняты следующие параметры: Диаметр трубопровода 1,0 м; толщина теплоизоляции 0,1 м; теплопроводность теплоизоляции 0,035 Вт/м·град; глубина заложения (до оси трубопровода) 2,0 м, температура перекачиваемого теплоносителя 40,0 °С. Начальное значение температуры грунта принято минус - 2,0 °С. В силу того, что при наличии трубопровода одномерность процесса распространения тепла нарушается необходимо рассматривать двумерную схему процесса (в каждом сечении, перпендикулярном оси трубопровода) и вводить ограничение на горизонтальный размер расчетной области. Форма области принята прямоугольной при ширине X=120 м и глубине Y=100 м. На нижней границе расчетной области принято условие равенства нулю теплового потока. Расчетный срок эксплуатации - 30 лет. Ниже представлены результаты расчетов на декабрь 30-го года (для удобства восприятия на рисунках представлен фрагмент расчетной области, в масштабе, соответствующий истинным размерам 20x20 м и содержащий поперечное сечение трубопровода).

Для данной задачи правая часть уравнения (3.6) дополняется составляющей определяющей теплоперенос во второй пространственной координате (по ширине) и становится справедливо во всем полупространстве за исключением внутренности круга, соответствующего поперечному сечению трубопровода. При решении данной задачи вводится дополнительное граничное условие на внутренней стенке трубопровода, в котором принимается постоянство температуры по всему периметру поперечного сечения и равенство ее

температуре теплоносителя. Учет теплоизоляции осуществляется с помощью формул стационарной теплопередачи через цилиндрические стенки. Для сопряжения периметра трубопровода с разбиением расчетной области на элементарные ячейки использована аппроксимация круглого сечения трубы 12-угольником.

Результаты расчетов для двух вариантов значений параметров коэффициента теплообмена верхнего граничного условия представлены на рисунке 3.5. Их сравнение со всей очевидностью показывает, что некорректно выбранный коэффициент существенно занижает расчетные температуры грунтов. В численном выражении это показано значениями температур в двух точках грунта (одинаковых для обоих вариантов). Соответственно, глубина протаивания под трубой с некорректно заданным коэффициентом оказывается значительно заниженной – около 3,9 м (Рис. 3.5 б) в сравнении с корректным вариантом его задания – около 7,4 м (Рис. 3.5 а). Почти двукратное занижение расчетного значения глубины протаивания под сооружением может привести к применению неадекватных технических решений при его проектировании и чревато серьезными осложнениями при эксплуатации.

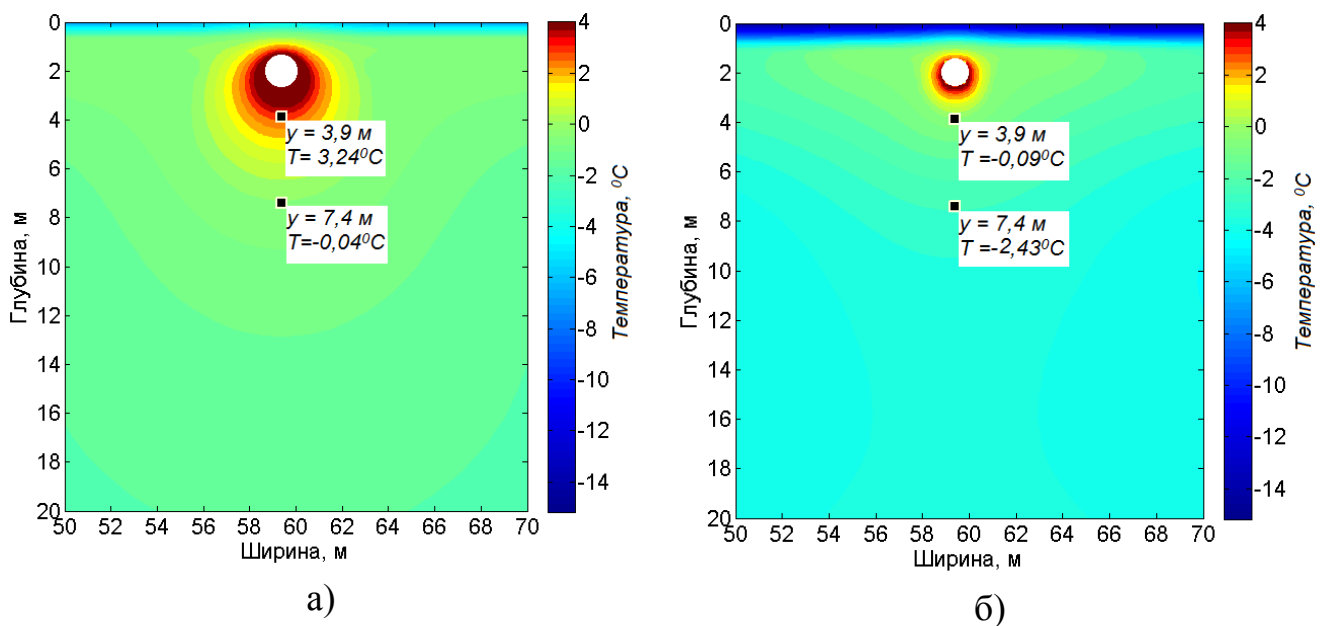


Рис. 3.5. Температурное поле грунта в основании трубопровода на конец 30-летнего периода при: а) $K_{vs} = 23,2 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$; $K_{vw} = 1,16 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$ б) $K_{vs} = 23,2 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$; $K_{vw} = 2,9 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$.

3.4. Элементы тестирования вычислительной процедуры

В настоящем разделе приведен простейший вариант тестирования разработанного метода расчета (при корректно заданном верхнем граничном условии), который заключается в сопоставлении его результатов на максимально длительный срок с результатами расчета стационарного (то есть предельно возможного) положения границы протаивания вокруг трубопровода. Одним из условий корректности разработанной расчетной схемы является условие того, что по любому из исходящих из центра трубы направлений (не пересекающих слой сезонного протаивания), радиус протаивания, определенный предлагаемым расчетным методом, в любой момент времени не должен превосходить его стационарное значение. Учитывая, что радиус протаивания по любому из направлений есть монотонно возрастающая функция времени, желательно провести такое сопоставление для возможно длительного периода, насколько это будет возможно для конкретного вычислительного устройства и приемлемо для разработчика. Формулы для расчета стационарного температурного поля вокруг заглубленного трубопровода при постоянной по разрезу температуре грунта, совпадающей с температурой на его верхней поверхности определяется решением Форхгеймера и приведено в работах [10, 144]. При тех же исходных данных, что использованы в расчетах 3 главы, стационарное температурное поле вокруг трубопровода имеет вид, показанный на Рис. 3.6. а. Численное решение, соответствующее условиям расчета по Рис. 3.5. а, но на срок от 30 лет и выше показывает, что полученный таким способом радиус протаивания всегда меньше значения, приведенного на Рис. 3.6. а. Скорость его увеличения монотонно снижается со временем, а при 100 лет эксплуатации почти точно совпадает со своим предельным значением (Рис. 3.6. б). Расхождения (менее 2%) могут быть обусловлены точностью определения положения фазовой границы внутри отдельной ячейки (размером 0,1x0,1 м), на которые разбита расчетная область. Другим способом проверки корректности разработанной расчетной процедуры может быть сравнение результатов численных расчетов с результатами приближенных решений по квазистационарным моделям [144], которые хорошо

зарекомендовали себя в практике инженерных расчетов (в том числе трубопроводов) [145]. Оценки показывают хорошую сходимость результатов расчета и в таком способе сравнения.

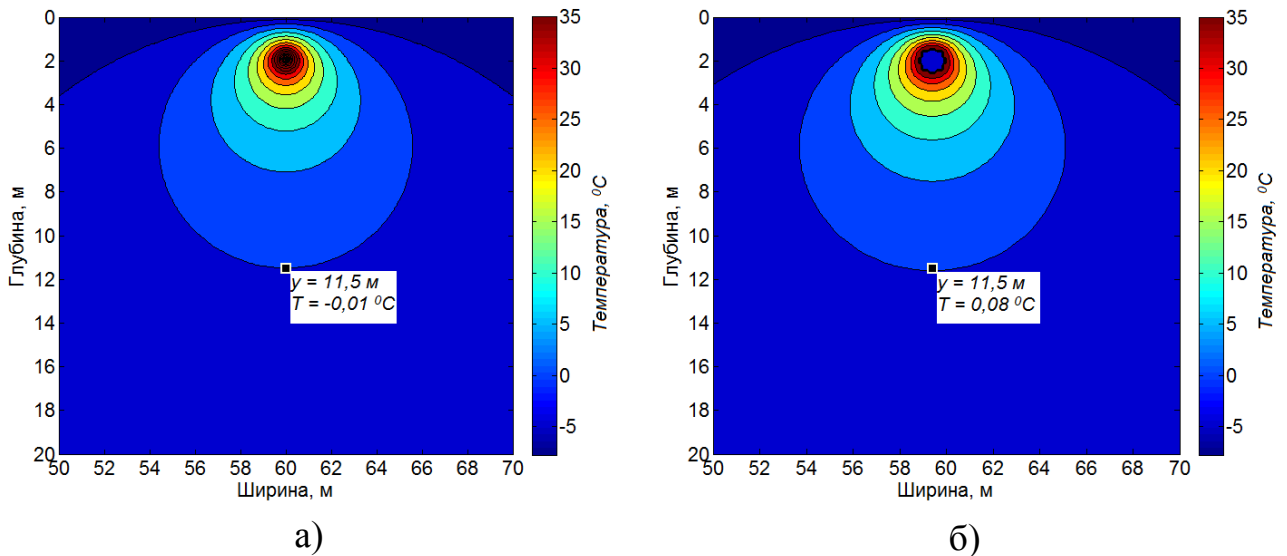


Рис. 3.6. Результаты двух способов расчета температурного поля вблизи заглубленного трубопровода: а) стационарное решение (по Форхгеймеру); б) результаты численного расчета температурного поля в основании трубопровода на срок эксплуатации $\tau=100$ лет.

3.5. Решение задачи теплообмена термостабилизатора с грунтом.

Главным инструментом теоретического исследования сложных процессов теплопереноса в промерзающих и протаивающих грунтах, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями, являются численные методы, поскольку в аналитическом виде решения существуют лишь для ограниченного числа задач.

Для нахождения температурного поля по всей расчетной области решим нестационарное двухмерное уравнение теплопроводности (3.1).

Задача решается численно. Строится разностная схема, в которой область определения искомой функции покрывается расчетной сеткой с узлами в точках. Приближенным решением задачи будет называться сеточная функция. Верхний индекс в такой форме записи сеточной функции традиционно указывает на номер слоя по времени, нижние индексы — на номер узла по пространственной сетке.

Под разностной схемой называется совокупность разностных уравнений для определения значений сеточной функции внутри расчетной области, дополненная соответствующими начальными и граничными условиями для этой сеточной функции.

В модели используется метод контрольного объема для получения дискретных аналогов.

Следует отметить, что в модели предусмотрена зависимость теплоемкости и теплопроводности не только от температуры, но и от пространственных координат (что позволяет учитывать неоднородность грунтовых пород).

Установим зависимость теплоемкости и теплопроводности от температуры, с учетом того, что процессы таяния и кристаллизации происходят равномерно в некотором интервале отрицательных температур, границы которого определяются кривой незамерзшей воды для данного типа грунта.

При протекании фазового перехода в грунтах необходимо учитывать изменение объемной теплоемкости мерзлой породы ($\chi = \frac{h \cdot \rho \cdot \omega}{0 - T_{\text{фп}}}$). h - удельная теплота фазового перехода для воды, ρ - плотность скелета грунта, ω - влажность грунта, $T_{\text{фп}}$ - температура начала фазового перехода.

Для теплоемкости грунта определим ее значения для всех возможных сочетаний температур на текущем временном шаге (T^{n+1}), на предыдущем временном шаге (T^n) и температуры начала фазового перехода. Для этого следует проинтегрировать левую часть уравнения (3.1) по времени от τ до $\tau + \Delta\tau$. Так заменяя переменные на T^{n+1} и T^n получим выражение:

$$\int_{T^n}^{T^{n+1}} C(T) dT \quad (3.11)$$

В результате интегрирования получим:

1. При $T^n \leq T^{n+1} \leq T_{\text{фп}} < 0$

$$T^{n+1} C_M - T^n C_M \quad (3.12)$$

2. При $T^n \leq T_{\text{фп}} < T^{n+1} < 0$

$$T^{n+1} (C_M + \chi) - T^n C_M - T_{\text{фп}} \chi \quad (3.13)$$

3. При $T^n \leq T_{\text{фп}} < 0 \leq T^{n+1}$

$$T^{n+1}C_T - T^n C_M - T_{\text{фп}}\chi \quad (3.14)$$

4. При $T^{n+1} \leq T_{\text{фп}} < T^n < 0$

$$T^{n+1}C_M - T^n(C_M + \chi) + T_{\text{фп}}\chi \quad (3.15)$$

5. При $T_{\text{фп}} < T^n < T^{n+1} < 0$

$$T^{n+1}(C_M + \chi) - T^n(C_M + \chi) \quad (3.16)$$

6. При $T_{\text{фп}} < T^n < 0 \leq T^{n+1}$

$$T^{n+1}C_T - T^n(C_M + \chi) \quad (3.17)$$

7. При $T^{n+1} \leq T_{\text{фп}} < 0 \leq T^n$

$$T^{n+1}C_M - T^n C_T + T_{\text{фп}}\chi \quad (3.18)$$

8. При $T_{\text{фп}} < T^{n+1} < 0 \leq T^n$

$$T^{n+1}(C_M + \chi) - T^n C_T \quad (3.19)$$

9. При $T_{\text{фп}} < 0 \leq T^{n+1} \leq T^n$

$$T^{n+1}C_T - T^n C_T \quad (3.20)$$

где C_M – теплоемкость мерзлого грунта, C_T – теплоемкость талого грунта.

Обозначим выражение (3.11) как S получим $S = \int_{T^n}^{T^{n+1}} C(T)dT$

Тогда полученные выражения (3.12)-(3.20) можно записать единственной формулой:

$$S = T^{n+1} \cdot C(T^{n+1}) - T^n \cdot C(T^n) + k \cdot \chi \cdot T_{\text{фп}} \quad (3.21)$$

в которой $C(T^{n+1})$, $C(T^n)$ и k выбираются из интервала. $C(T^{n+1})$ принимает

$$\text{значения } \begin{cases} C_M \\ C_M + \chi \\ C_m \end{cases}, C(T^n) \text{ принимает значения } \begin{cases} C_M \\ C_M + \chi \\ C_m \end{cases}, k \text{ значения } \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}.$$

Вывод уравнения (3.21) необходим для дискретизации левой части дифференциального уравнения (3.1) и выполнения численных расчетов.

Значения теплопроводности принимаются в зависимости от величины температуры грунта в текущем промежутке времени.

При $T^{n+1} \leq T_{\text{фп}} - \lambda(T) = \lambda_m$;

при $T^{n+1} \geq 0 \text{ } ^\circ\text{C} - \lambda(T) = \lambda_t$;

при $T_{\text{фп}} < T^{n+1} < 0 \text{ } ^\circ\text{C} - \lambda(T) = \lambda_m + \frac{T(\lambda_m - \lambda_t)}{T_{\text{фп}}}$.

где λ_m – теплопроводность мерзлого грунта, λ_T – теплопроводность талого грунта.

Для численного расчета выбран метод контрольного объема. Решение находится, применяя полностью неявную расчетную схему. Для одиночного термостабилизатора расчет выполняется в цилиндрической системе координат. На рисунке 3.5 представлена схема расчетной области.

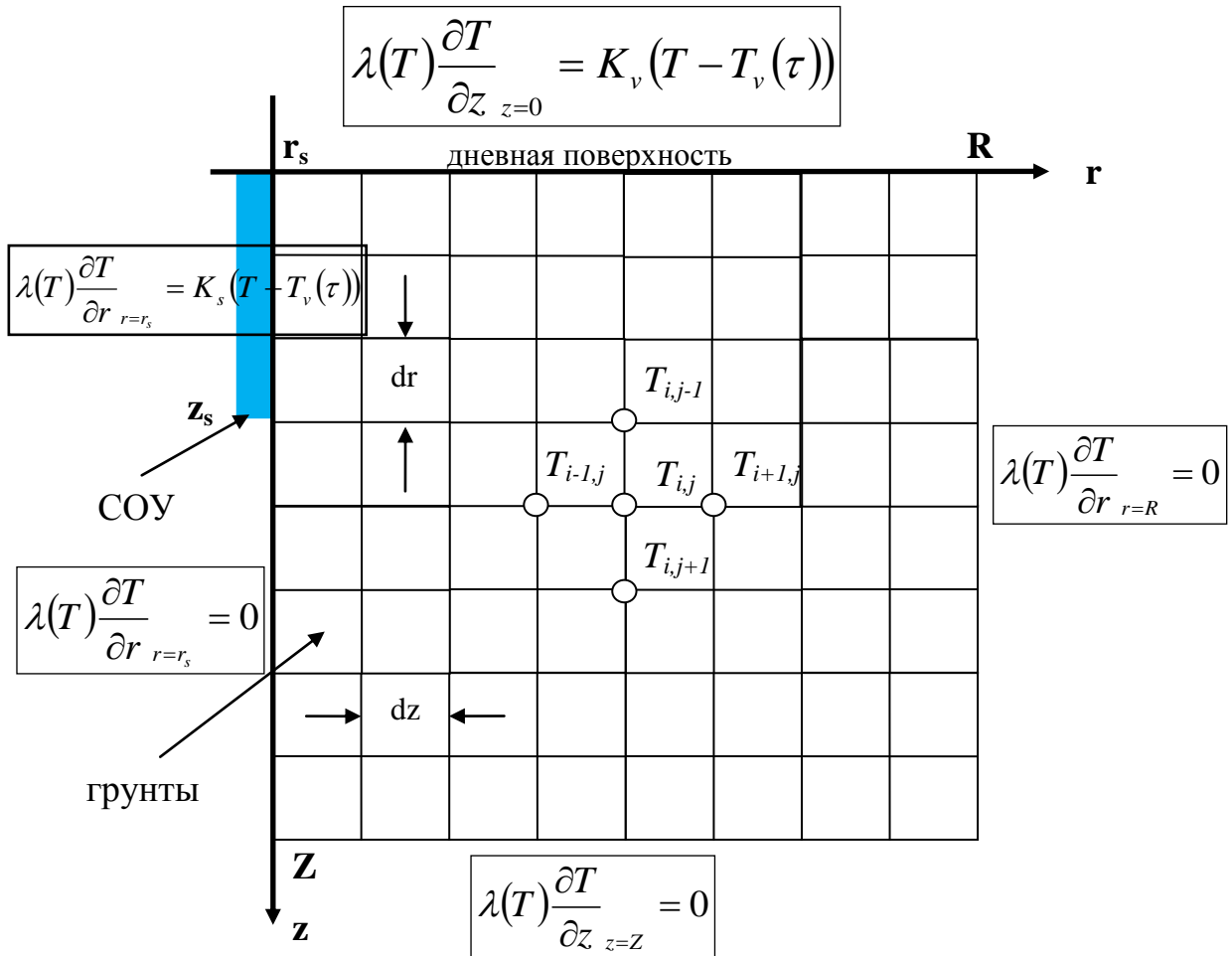


Рисунок 3.7. Схема расчетной области

3.6. Система уравнений в цилиндрической системе координат

Дискретный аналог дифференциального уравнения (3.1) после его интегрирования по пространственным переменным r и z , а также по времени в общем виде выглядит:

$$\begin{aligned}
& \frac{\pi \cdot (z_{j+1} - z_{j-1}) \cdot \left(\frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln \left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2} \right)} - \frac{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2}{\ln \left(\frac{(r_{(i)})^2}{(r_{(i-1)})^2} \right)} \right)}{2 \cdot \Delta t} \\
& \frac{(C(T_{i,j}^{n+1}) \cdot T_{i,j}^{n+1} - C(T_{i,j}^n) \cdot T_{i,j}^n + k\chi T_{\phi n})}{2 \cdot \Delta t} = \\
& \frac{(T_{i,j}^{n+1} - T_{i+1,j}^{n+1}) \cdot 4\pi \cdot \frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln \left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2} \right)} \cdot \frac{(z_{j+1}) - z_{j-1}}{2}}{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2} \times \\
& \times \frac{\ln \left(\frac{r_{(i+1)}}{r_{(i)}} \right)}{\ln \left(\frac{\sqrt{\frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln \left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2} \right)}}}{r_{(i)}} \right)} + \\
& \frac{\ln \left(\frac{r_{(i+1)}}{\sqrt{\frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln \left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2} \right)}}} \right)}{\ln \left(\frac{r_{(i+1)}}{\sqrt{\frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln \left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2} \right)}}} \right)} + \\
& \frac{(T_{i,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}) \cdot 4\pi \cdot \frac{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2}{\ln \left(\frac{(r_{(i)})^2}{(r_{(i-1)})^2} \right)} \cdot \frac{(z_{j+1}) - z_{j-1}}{2}}{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{\ln\left(\frac{r^{(i)}}{r^{(i-1)}}\right)}{\left(\frac{\ln\left(\frac{(r^{(i)})^2 - (r^{(i-1)})^2}{r^{(i-1)}}\right)}{\lambda(T_{(i-1,j)}^{n+1}, r^{(i-1)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r^{(i)}}{\sqrt{\frac{(r^{(i)})^2 - (r^{(i-1)})^2}{\ln\left(\frac{(r^{(i)})^2}{(r^{(i-1)})^2}\right)}}}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}^{n+1}, r^{(i)}, z_{(j)})} \right) +} \\
& \left(T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j+1}^{n+1} \right) \cdot \pi \cdot \left(\frac{(r^{(i+1)})^2 - (r^{(i)})^2}{\ln\left(\frac{(r^{(i+1)})^2}{(r^{(i)})^2}\right)} - \frac{(r^{(i)})^2 - (r^{(i-1)})^2}{\ln\left(\frac{(r^{(i)})^2}{(r^{(i-1)})^2}\right)} \right) \times \\
& \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}^{n+1}, r^{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j+1)}^{n+1}, r^{(i)}, z_{(j+1)})}{\lambda(T_{(i,j)}^{n+1}, r^{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j+1)}^{n+1}, r^{(i)}, z_{(j+1)})} + \\
& \left(T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1} \right) \cdot \pi \cdot \left(\frac{(r^{(i+1)})^2 - (r^{(i)})^2}{\ln\left(\frac{(r^{(i+1)})^2}{(r^{(i)})^2}\right)} - \frac{(r^{(i)})^2 - (r^{(i-1)})^2}{\ln\left(\frac{(r^{(i)})^2}{(r^{(i-1)})^2}\right)} \right) \times \\
& \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}^{n+1}, r^{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j-1)}^{n+1}, r^{(i)}, z_{(j-1)})}{\lambda(T_{(i,j)}^{n+1}, r^{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j-1)}^{n+1}, r^{(i)}, z_{(j-1)})} \tag{3.22}
\end{aligned}$$

Здесь нижние индексы i, j – принадлежат к пространственным осям r и z .
Верхний индекс n – определяет временной шаг.

Сократив левую и правую части уравнения (3.22) на π , приняв $T^{n+1}=T$,
 $T^n=T^0$ запишем уравнение (3.22) в общем виде:

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{(i,j)}) \cdot T_{(i,j)} - C(T_{i,j}^0) \cdot T_{i,j}^0 + k\chi T_{\phi n})}{\Delta t} = \\
& = (T_{(i,j)} - T_{(i+1,j)})La1 + (T_{(i,j)} - T_{(i-1,j)})La2 + \\
& + (T_{(i,j)} - T_{(i,j+1)})La3 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j-1)})La4
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Тогда при $i=1, j=1$ с учетом аппроксимации граничных условий на левой (3.4) и верхней границе (3.6)

$$r12 = \frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2}\right)} \quad F = r12 - r_{(i)}^2$$

$$dz = \frac{(z_{j+1} - z_j)}{2} \quad S = 2 \cdot \pi \cdot r12 \cdot dz$$

$$dz12 = (z_{j+1} - z_j)$$

$$V = dz(r12 - r_{(i)}^2)$$

$$La11 = \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r_{(i)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r12}{r_{(i)}}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r12}\right)}{\lambda(T_{(i+1,j)}, r_{(i+1)}, z_{(j)})}}$$

$$La33 = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}$$

$$La1 = \frac{4 \cdot r12 \cdot dz}{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2} \cdot La11$$

$$La3 = \frac{r12 - r_{(i)}^2}{dz12} \cdot La33$$

получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{(i,j)}) \cdot T_{(i,j)} - C(T_{i,j}^0) \cdot T_{i,j}^0 + k\chi T_{\phi n})}{\Delta t} = \\
& = (T_{i,j} - T_v) \cdot K_s \cdot S + (T_{i,j} - T_v) \cdot K_v \cdot F +
\end{aligned} \tag{3.24}$$

$$+(T_{(i,j)} - T_{(i+1,j)})La1 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j+1)})La3$$

при i от 2 до $N-1$, $j=1$ и с учетом граничного условия (3.6) имеем

$$r12 = \frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2}\right)} \quad r21 = \frac{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i)})^2}{(r_{(i-1)})^2}\right)}$$

$$F = r12 - r21$$

$$dz12 = (z_{j+1} - z_j)$$

$$dz = \frac{(z_{j+1} - z_j)}{2}$$

$$V = dz(r12 - r21)$$

$$La11 = \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r_{(i)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r12}{r_{(i)}}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r12}\right)}{\lambda(T_{(i+1,j)}, r_{(i+1)}, z_{(j)})}}$$

$$La22 = \frac{\ln\left(\frac{r_{(i)}}{r_{(i-1)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r21}{r_{(i-1)}}\right)}{\lambda(T_{(i-1,j)}, r_{(i-1)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r_{(i)}}{r21}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)})}}$$

$$La33 = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}$$

$$La1 = \frac{4 \cdot r12 \cdot dz}{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2} \cdot La11$$

$$La2 = \frac{4 \cdot r21 \cdot dz}{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2} \cdot La22$$

$$La3 = \frac{r12 - r21}{dz12} \cdot La33$$

получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{(i,j)}) \cdot T_{(i,j)} - C(T_{i,j}^0) \cdot T_{i,j}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
& = (T_{i,j} - T_v) \cdot K_v \cdot F + (T_{(i,j)} - T_{(i+1,j)})La1 + \\
& + (T_{(i,j)} - T_{(i-1,j)})La2 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j+1)})La3
\end{aligned} \tag{3.25}$$

при $i=N, j=1$ и с учетом (3.6) имеем

$$r_{21} = \frac{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i)})^2}{(r_{(i-1)})^2}\right)} \quad dz_{12} = (z_{j+1} - z_j)$$

$$F = r_{(i)}^2 - r_{21} \quad V = dz(r_{12} - r_{(i)}^2)$$

$$dz = \frac{(z_{j+1} - z_j)}{2}$$

$$La_{22} = \frac{\ln\left(\frac{r_{(i)}}{r_{(i-1)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r_{21}}{r_{(i-1)}}\right)}{\lambda(T_{(i-1,j)}, r_{(i-1)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r_{(i)}}{r_{21}}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)})}}$$

$$La_{33} = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}$$

$$La_3 = \frac{r_{12} - r_{(i)}^2}{dz_{12}} \cdot La_{33}$$

$$La_2 = \frac{4 \cdot r_{(i)}^2 \cdot dz}{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2} \cdot La_{22}$$

получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{(i,j)}) \cdot T_{(i,j)} - C(T_{i,j}^0) \cdot T_{i,j}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
& = (T_{i,j} - T_v) \cdot K_v \cdot F + (T_{(i,j)} - T_{(i-1,j)})La_2 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j+1)})La_3
\end{aligned} \tag{3.26}$$

при $i=1, 1 < j \leq z_s$ с учетом левого граничного условия (3.4) имеем

$$r_{12} = \frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2}\right)} \quad S = 2 \cdot \pi \cdot r_{12} \cdot dz$$

$$dz = \frac{(z_{j+1} - z_{j-1})}{2} \quad dz_{12} = (z_{j+1} - z_j)$$

$$dz_{21} = (z_j - z_{j-1}) \quad V = dz(r_{12} - r_{(i)}^2)$$

$$La_{11} = \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r_{(i)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r_{12}}{r_{(i)}}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r_{12}}\right)}{\lambda(T_{(i+1,j)}, r_{(i+1)}, z_{(j)})}}$$

$$La_{33} = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}$$

$$La_{44} = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j-1)}, r_{(i)}, z_{(j-1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j-1)}, r_{(i)}, z_{(j-1)})}$$

$$La_1 = \frac{4 \cdot r_{12} \cdot dz}{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2} \cdot La_{11}$$

$$La_4 = \frac{r_{12} - r_{(i)}^2}{dz_{21}} \cdot La_{44}$$

$$La_3 = \frac{r_{12} - r_{(i)}^2}{dz_{12}} \cdot La_{33}$$

получим

$$\begin{aligned} & \frac{V(C(T_{(i,j)}) \cdot T_{(i,j)} - C(T_{i,j}^0) \cdot T_{i,j}^0 + k\chi T_{\phi\Pi})}{\Delta t} = \\ & = (T_{i,j} - T_v) \cdot K_s \cdot S + (T_{(i,j)} - T_{(i+1,j)})La_1 + \\ & + (T_{(i,j)} - T_{(i,j+1)})La_3 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j-1)})La_4 \end{aligned} \quad (3.27)$$

при $i=1, z_s < j < M-1$

$$r_{12} = \frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2}\right)} \quad S = 2 \cdot \pi \cdot r_{12} \cdot dz$$

$$dz = \frac{(z_{j+1} - z_{j-1})}{2} \quad dz_{12} = (z_{j+1} - z_j)$$

$$dz_{21} = (z_j - z_{j-1}) \quad V = dz(r_{12} - r_{(i)}^2)$$

$$La_{11} = \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r_{(i)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r_{12}}{r_{(i)}}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r_{12}}\right)}{\lambda(T_{(i+1,j)}, r_{(i+1)}, z_{(j)})}}$$

$$La_{33} = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}$$

$$La_{44} = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j-1)}, r_{(i)}, z_{(j-1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j-1)}, r_{(i)}, z_{(j-1)})}$$

$$La_1 = \frac{4 \cdot r_{12} \cdot dz}{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2} \cdot La_{11}$$

$$La_3 = \frac{r_{12} - r_{(i)}^2}{dz_{12}} \cdot La_{33}$$

$$La_4 = \frac{r_{12} - r_{(i)}^2}{dz_{21}} \cdot La_{44}$$

получим

$$\begin{aligned} & \frac{V(C(T_{(i,j)}) \cdot T_{(i,j)} - C(T_{i,j}^0) \cdot T_{i,j}^0 + k\chi T_{\phi\Pi})}{\Delta t} = \\ & = (T_{(i,j)} - T_{(i+1,j)})La_1 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j+1)})La_3 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j-1)})La_4 \end{aligned} \quad (3.28)$$

при i от 2 до $N-1$, j от 2 до $M-1$

$$r_{12} = \frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2}\right)} \quad r_{21} = \frac{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i)})^2}{(r_{(i-1)})^2}\right)}$$

$$dz = \frac{(z_{j+1} - z_{j-1})}{2} \quad dz_{12} = (z_{j+1} - z_j)$$

$$dz_{21} = (z_j - z_{j-1}) \quad V = dz(r_{12} - r_{21})$$

$$La_{11} = \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r_{(i)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r_{12}}{r_{(i)}}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r_{12}}\right)}{\lambda(T_{(i+1,j)}, r_{(i+1)}, z_{(j)})}}$$

$$La_{22} = \frac{\ln\left(\frac{r_{(i)}}{r_{(i-1)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r_{21}}{r_{(i-1)}}\right)}{\lambda(T_{(i-1,j)}, r_{(i-1)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r_{(i)}}{r_{21}}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)})}}$$

$$La_{33} = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}$$

$$La_{44} = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j-1)}, r_{(i)}, z_{(j-1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j-1)}, r_{(i)}, z_{(j-1)})}$$

$$La_1 = \frac{4 \cdot r_{12} \cdot dz}{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2} \cdot La_{11}$$

$$La_2 = \frac{4 \cdot r_{21} \cdot dz}{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2} \cdot La_{22}$$

$$La_3 = \frac{r_{12} - r_{21}}{dz_{12}} \cdot La_{33}$$

$$La_4 = \frac{r_{12} - r_{21}}{dz_{21}} \cdot La_{44}$$

получим уравнение, совпадающее с уравнением (3.21)

при $i = N$, j от 2 до $M-1$

$$r_{21} = \frac{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i)})^2}{(r_{(i-1)})^2}\right)} \quad dz_{12} = (z_{j+1} - z_j)$$

$$dz = \frac{(z_{j+1} - z_{j-1})}{2} \quad V = dz(r_{(i)}^2 - r_{21})$$

$$dz_{21} = (z_j - z_{j-1})$$

$$La_{22} = \frac{\ln\left(\frac{r_{(i)}}{r_{(i-1)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r_{21}}{r_{(i-1)}}\right)}{\lambda(T_{(i-1,j)}, r_{(i-1)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r_{(i)}}{r_{21}}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)})}}$$

$$La_{33} = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j+1)}, r_{(i)}, z_{(j+1)})}$$

$$La_{44} = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j-1)}, r_{(i)}, z_{(j-1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j-1)}, r_{(i)}, z_{(j-1)})}$$

$$La_2 = \frac{4 \cdot r_{21} \cdot dz}{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2} \cdot La_{22}$$

$$La_3 = \frac{r_{(i)}^2 - r_{21}}{dz_{12}} \cdot La_{33}$$

$$La_4 = \frac{r_{(i)}^2 - r_{21}}{dz_{21}} \cdot La_{44}$$

получим

$$\begin{aligned} & \frac{V(C(T_{(i,j)}) \cdot T_{(i,j)} - C(T_{i,j}^0) \cdot T_{i,j}^0 + k\chi T_{\text{фн}})}{\Delta t} = \\ & = (T_{(i,j)} - T_{(i-1,j)})La_2 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j+1)})La_3 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j-1)})La_4 \end{aligned} \quad (3.29)$$

при $i=I, j=M$

$$r_{12} = \frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2}\right)} \quad dz = \frac{(z_j - z_{j-1})}{2}$$

$$V = dz(r_{12} - r_{(i)}^2) \quad dz_{21} = (z_j - z_{j-1})$$

$$La_{11} = \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r_{(i)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r_{12}}{r_{(i)}}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r_{(i+1)}}{r_{12}}\right)}{\lambda(T_{(i+1,j)}, r_{(i+1)}, z_{(j)})}}$$

$$La_{44} = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j-1)}, r_{(i)}, z_{(j-1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r_{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j-1)}, r_{(i)}, z_{(j-1)})}$$

$$La_1 = \frac{4 \cdot r_{12} \cdot dz}{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2} \cdot La_{11} \quad La_4 = \frac{r_{12} - r_{(i)}^2}{dz_{21}} \cdot La_{44}$$

Получим

$$\begin{aligned} & \frac{V(C(T_{(i,j)}) \cdot T_{(i,j)} - C(T_{i,j}^0) \cdot T_{i,j}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\ & = (T_{(i,j)} - T_{(i+1,j)})La_1 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j-1)})La_4 \end{aligned} \quad (3.30)$$

при i от 2 до $N-1$, $j=M$

$$r_{12} = \frac{(r_{(i+1)})^2 - (r_{(i)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i+1)})^2}{(r_{(i)})^2}\right)} \quad r_{21} = \frac{(r_{(i)})^2 - (r_{(i-1)})^2}{\ln\left(\frac{(r_{(i)})^2}{(r_{(i-1)})^2}\right)}$$

$$dz = \frac{(z_j - z_{j-1})}{2} \quad V = dz(r_{12} - r_{21})$$

$$dz_{21} = (z_j - z_{j-1})$$

$$La11 = \frac{\ln\left(\frac{r^{(i+1)}}{r^{(i)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r12}{r^{(i)}}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r^{(i)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r^{(i+1)}}{r12}\right)}{\lambda(T_{(i+1,j)}, r^{(i+1)}, z_{(j)})}}$$

$$La22 = \frac{\ln\left(\frac{r^{(i)}}{r^{(i-1)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r21}{r^{(i-1)}}\right)}{\lambda(T_{(i-1,j)}, r^{(i-1)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r^{(i)}}{r21}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r^{(i)}, z_{(j)})}}$$

$$La44 = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r^{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j-1)}, r^{(i)}, z_{(j-1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r^{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j-1)}, r^{(i)}, z_{(j-1)})}$$

$$La1 = \frac{4 \cdot r12 \cdot dz}{(r^{(i+1)})^2 - (r^{(i)})^2} \cdot La11$$

$$La2 = \frac{4 \cdot r21 \cdot dz}{(r^{(i)})^2 - (r^{(i-1)})^2} \cdot La22$$

$$La4 = \frac{r12 - r21}{dz21} \cdot La44$$

получим

$$\begin{aligned} & \frac{V(C(T_{(i,j)}) \cdot T_{(i,j)} - C(T_{i,j}^0) \cdot T_{i,j}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\ & = (T_{(i,j)} - T_{(i+1,j)})La1 + (T_{(i,j)} - T_{(i-1,j)})La2 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j-1)})La4 \end{aligned} \quad (3.31)$$

при $i=N, j=M$

$$r21 = \frac{(r^{(i)})^2 - (r^{(i-1)})^2}{\ln\left(\frac{(r^{(i)})^2}{(r^{(i-1)})^2}\right)}$$

$$dz = \frac{(z_j - z_{j-1})}{2}$$

$$V = dz(r^{(i)}^2 - r21)$$

$$dz21 = (z_j - z_{j-1})$$

$$La22 = \frac{\ln\left(\frac{r^{(i)}}{r^{(i-1)}}\right)}{\frac{\ln\left(\frac{r21}{r^{(i-1)}}\right)}{\lambda(T_{(i-1,j)}, r^{(i-1)}, z_{(j)})} + \frac{\ln\left(\frac{r^{(i)}}{r21}\right)}{\lambda(T_{(i,j)}, r^{(i)}, z_{(j)})}}$$

$$La44 = \frac{2 \cdot \lambda(T_{(i,j)}, r^{(i)}, z_{(j)}) \cdot \lambda(T_{(i,j-1)}, r^{(i)}, z_{(j-1)})}{\lambda(T_{(i,j)}, r^{(i)}, z_{(j)}) + \lambda(T_{(i,j-1)}, r^{(i)}, z_{(j-1)})}$$

$$La2 = \frac{4 \cdot r21 \cdot dz}{(r^{(i)})^2 - (r^{(i-1)})^2} \cdot La22 \qquad La4 = \frac{r^{(i)^2} - r21}{dz21} \cdot La44$$

получим

$$\frac{V(C(T_{(i,j)}) \cdot T_{(i,j)} - C(T_{i,j}^0) \cdot T_{i,j}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = (T_{(i,j)} - T_{(i-1,j)})La2 + (T_{(i,j)} - T_{(i,j-1)})La4 \quad (3.32)$$

Таким образом, получена система нелинейных уравнений, решение которых позволяет получить значения температуры грунта во всей расчетной области в любой момент времени. Представленный метод реализован в среде Matlab. Создан программный комплекс, позволяющий получить температуру грунта вблизи вертикального термостабилизатора в том числе в динамике.

Для расчета температурного поля грунтов использовались следующие характеристики вертикального термостабилизатора:

Материал ребер - алюминий; Высота ребра - 15,0 мм; Шаг (расстояние между вершинами) ребер - 2,5 мм; Толщина ребра у основания - 0,7 мм; Толщина вершины ребра - 0,3 мм; Диаметр трубы у основания ребра - 36,5 мм; Длина конденсатора - 1,0 м; Материал испарителя - сталь; Диаметр испарителя - 33,7 мм; Длина испарителя - 6,0 м.

Климатические данные приняты по метеостанции "Новый Порт" и представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2. Климатические данные по метеостанции "Новый Порт"

Месяц	Средняя температура воздуха, °С	Средняя скорость ветра, м/с	Месяц	Средняя температура воздуха, °С	Средняя скорость ветра, м/с
Январь	-24,8	6,4	Июль	11,0	5,6
Февраль	-24,1	6,1	Август	10,0	5,8
Март	-21,9	6,6	Сентябрь	4,5	5,8
Апрель	-13,7	6,1	Октябрь	-4,9	6,6
Май	-5,3	6,2	Ноябрь	-16,8	6,4
Июнь	2,9	6,0	Декабрь	-21,9	6,6

Свойства многолетнемерзлых грунтов использованных для расчета приведены в таблице 3.3.

Таблица 3.3. Теплофизические свойства грунтов в талом и мерзлом состоянии.

Номер слоя грунта	Толщина слоя, м	Теплопроводность грунта, Вт/(м*К)		Объемная теплоемкость грунта, МДж/(м ³ *К)		Плотность скелета грунта, кг/м ³	Влажность, д.е.	Температура нач. фаз. перехода, °С
		талого	мерзлого	талого	мерзлого			
01	0,4	1,87	2,11	2,54	2,03	1856	0,16	-0,1
02	1,1	1,55	1,71	2,59	2,29	1520	0,28	-0,1
03	0,3	0,63	1,15	3,03	1,92	220	3,5	-0,3
04	198,2	1,61	1,92	3,39	2,13	1030	0,56	-0,2

Расчет выполнен на 30 лет в двухмерной расчетной области размерами 200 м глубиной и 200 м по радиусу. Расчетная сетка не равномерная с мелким шагом близкой к термостабилизатору и плавно увеличивающимся шагом при отдалении от термостабилизатора. В качестве начального условия далее принимается близкая к постоянной по разрезу температура T^0 , имеющая как положительные (в зоне сезонного оттаивания) так и отрицательные значения.

Результаты прогнозного расчета сложного теплового взаимодействия грунта, термостабилизатора и окружающего воздуха на конец зимнего (30 апреля) и летнего (30 сентября) периода 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 25 и 30 лет работы термостабилизатора при нестационарных условиях теплообмена в предположении, что процессы таяния и кристаллизации влаги происходят

равномерно в заданном интервале температур от $T_{\phi n}$ до 0°C представлены на рисунках 3.8-3.25. Предполагается, что температура начала фазового перехода всегда ниже нуля градусов Цельсия $T_{\phi n} < 0^{\circ}\text{C}$. На рисунках X - координата радиуса, м; Y - координата глубины, м; Level - значение температуры, $^{\circ}\text{C}$.

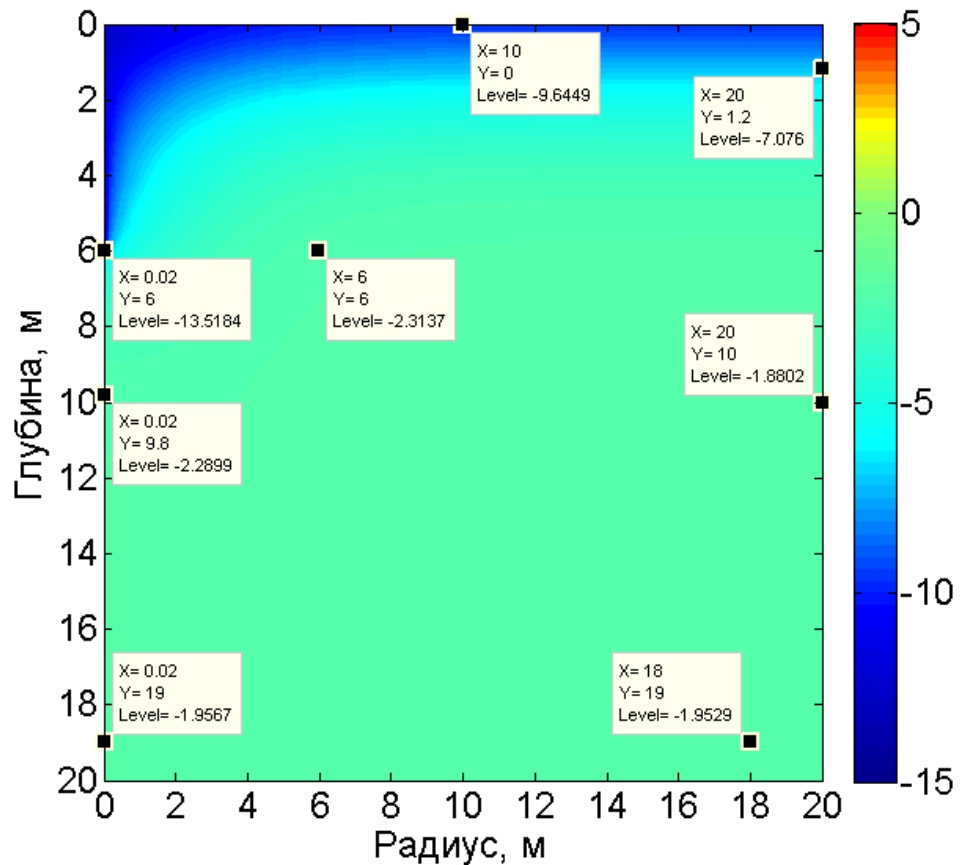


Рисунок 3.8. Распределение температуры грунта на конец 1 зимы.

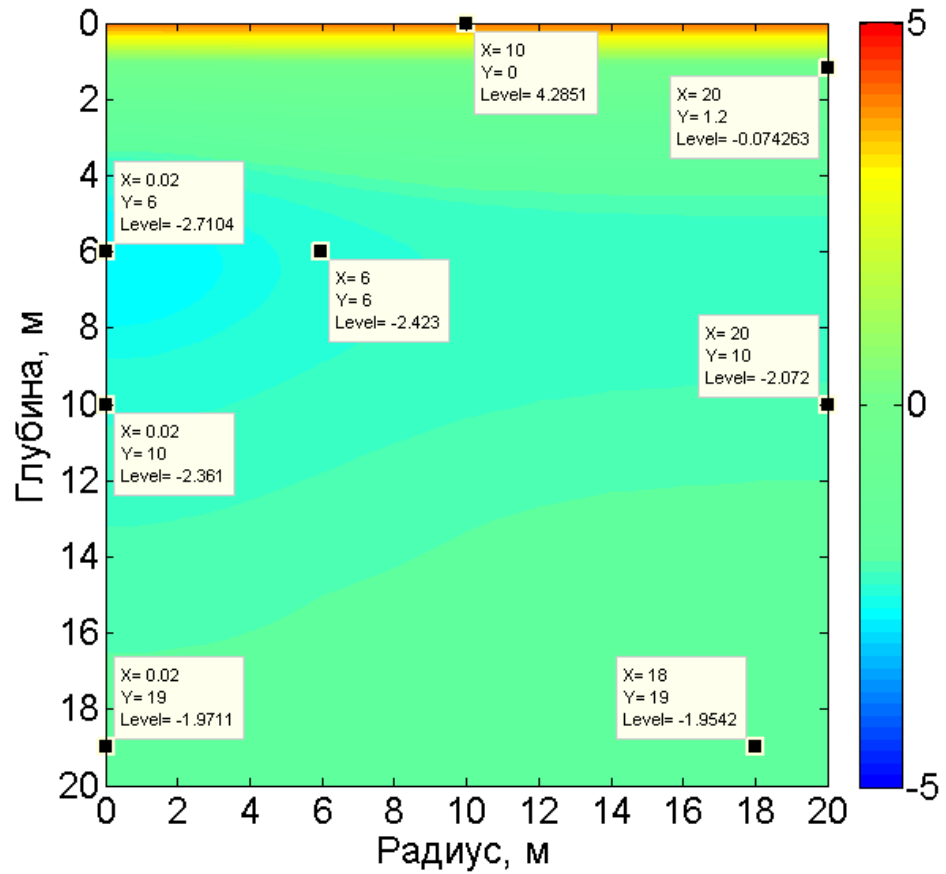


Рисунок 3.9. Распределение температуры грунта на конец 1 лета.

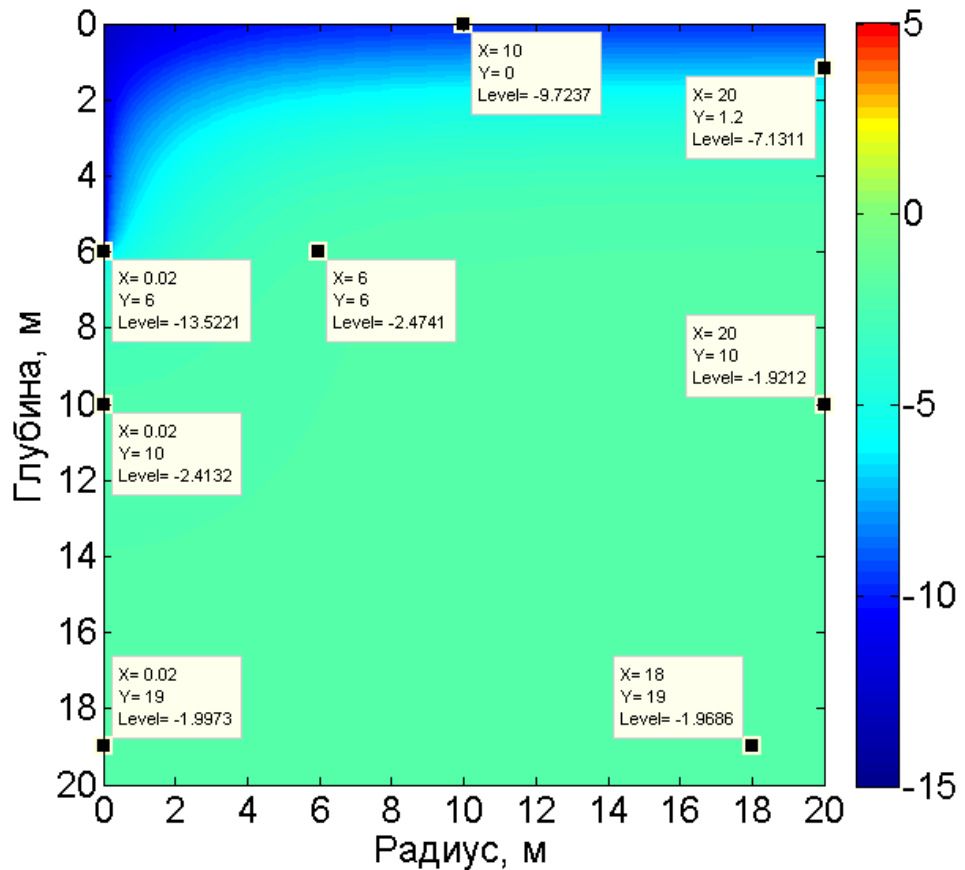


Рисунок 3.10. Распределение температуры грунта на конец 2 зимы.

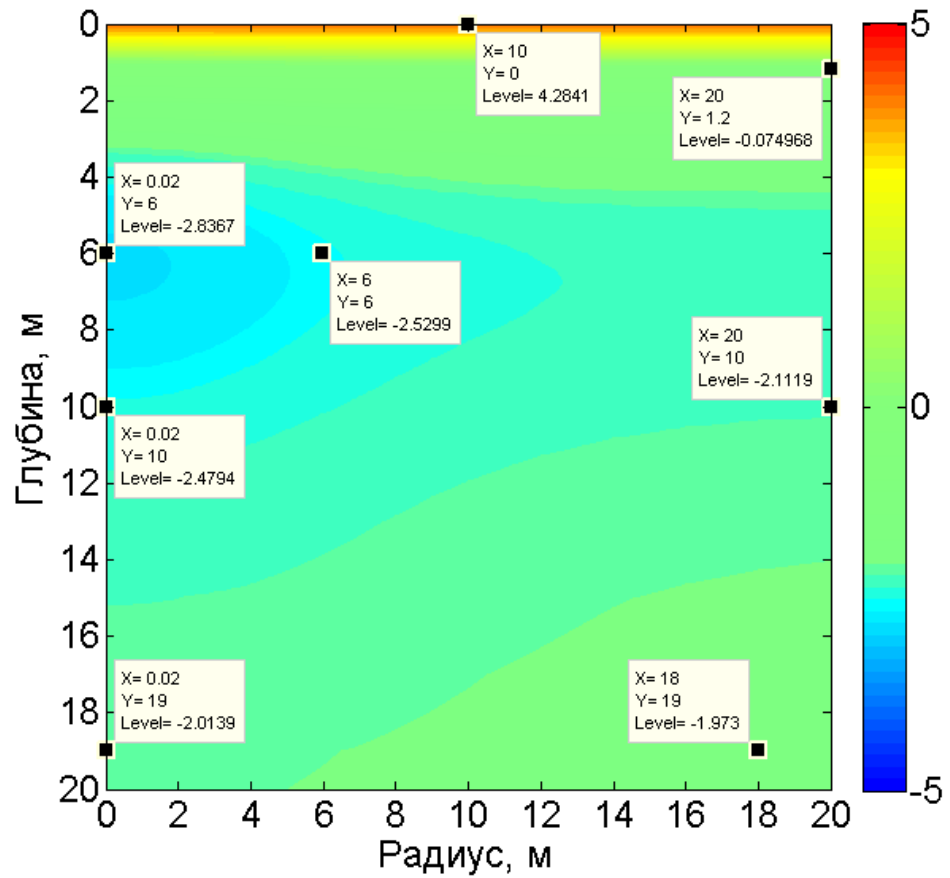


Рисунок 3.11. Распределение температуры грунта на конец 2 лета.

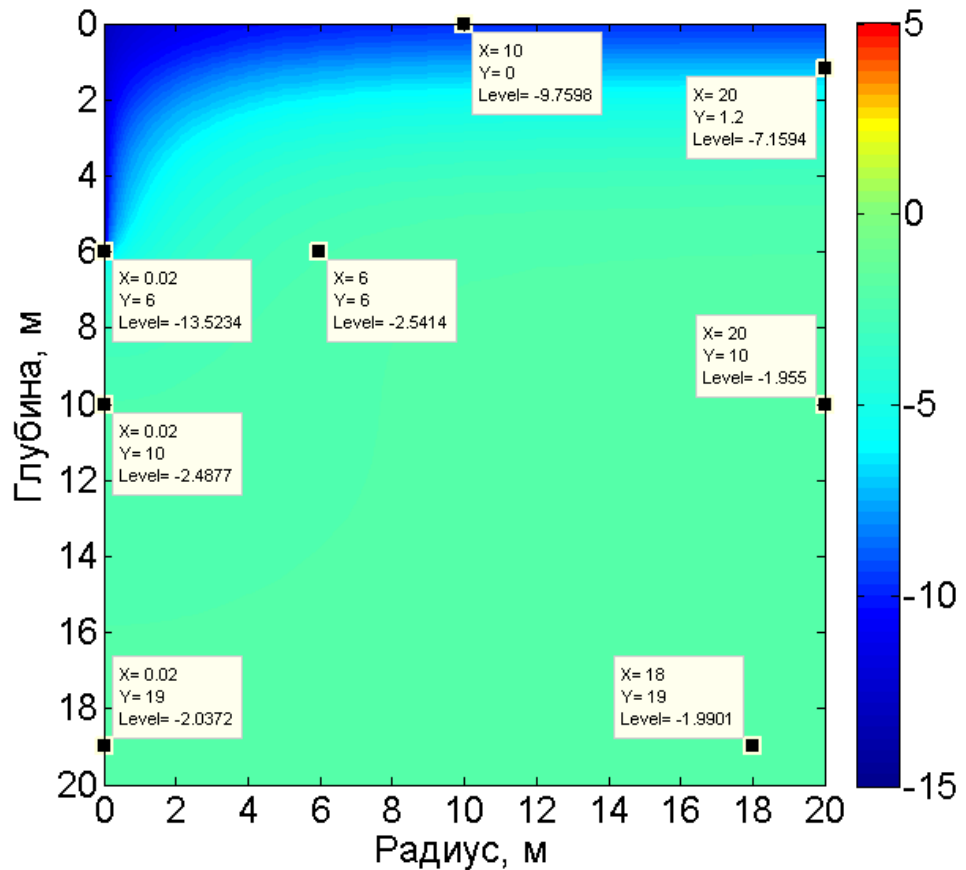


Рисунок 3.12. Распределение температуры грунта на конец 3 зимы.

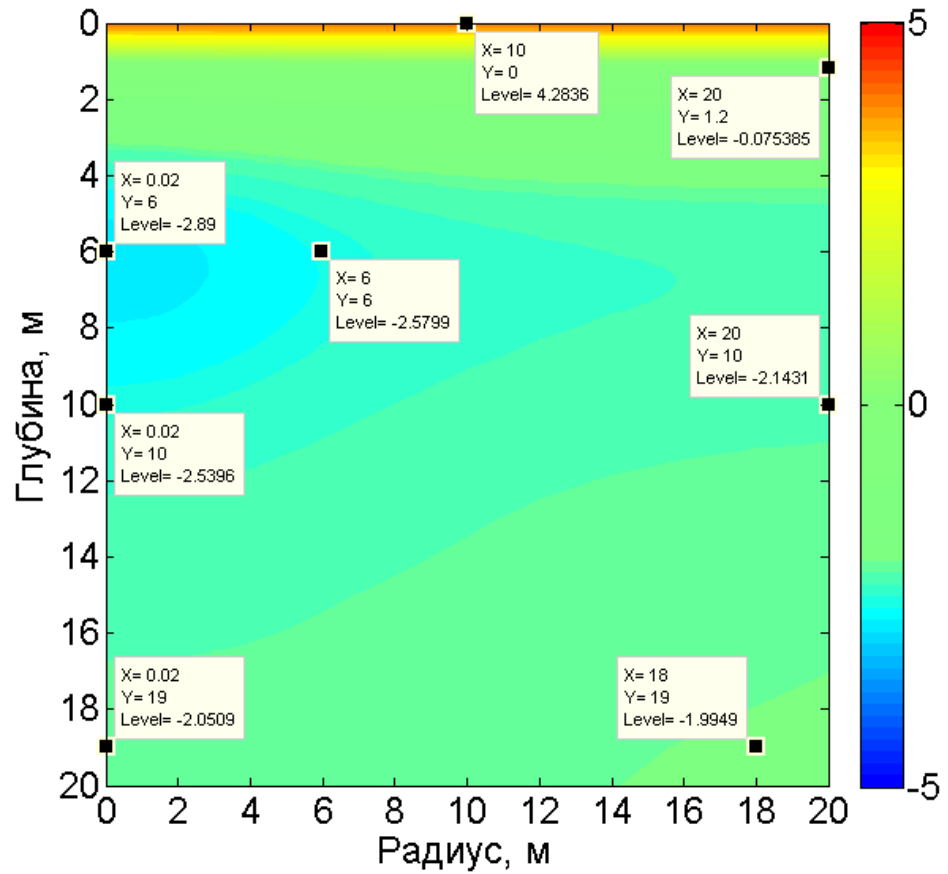


Рисунок 3.13. Распределение температуры грунта на конец 3 лета.

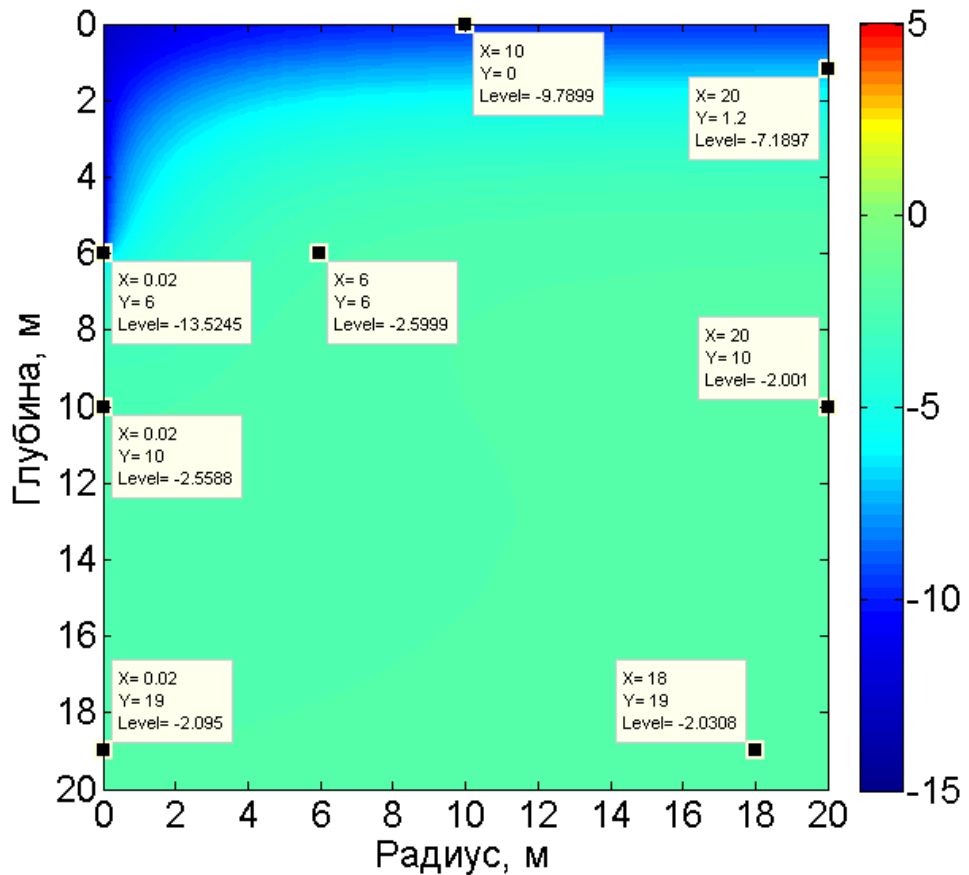


Рисунок 3.14. Распределение температуры грунта на конец 5 зимы.

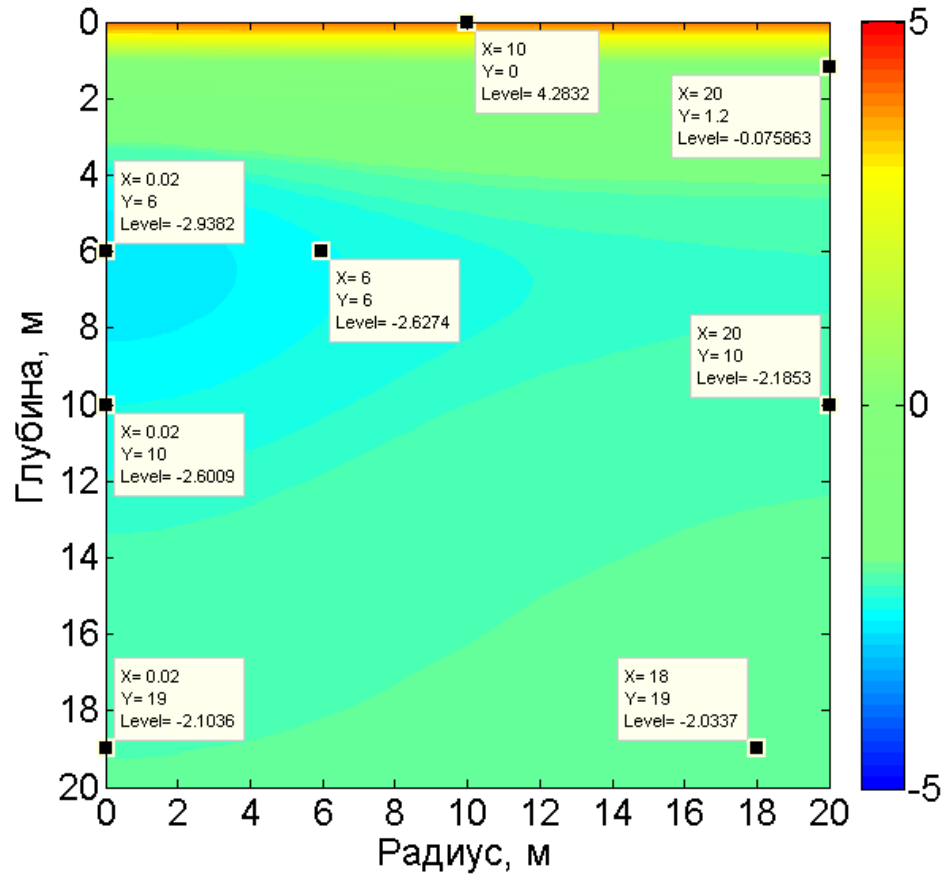


Рисунок 3.15. Распределение температуры грунта на конец 5 лета.

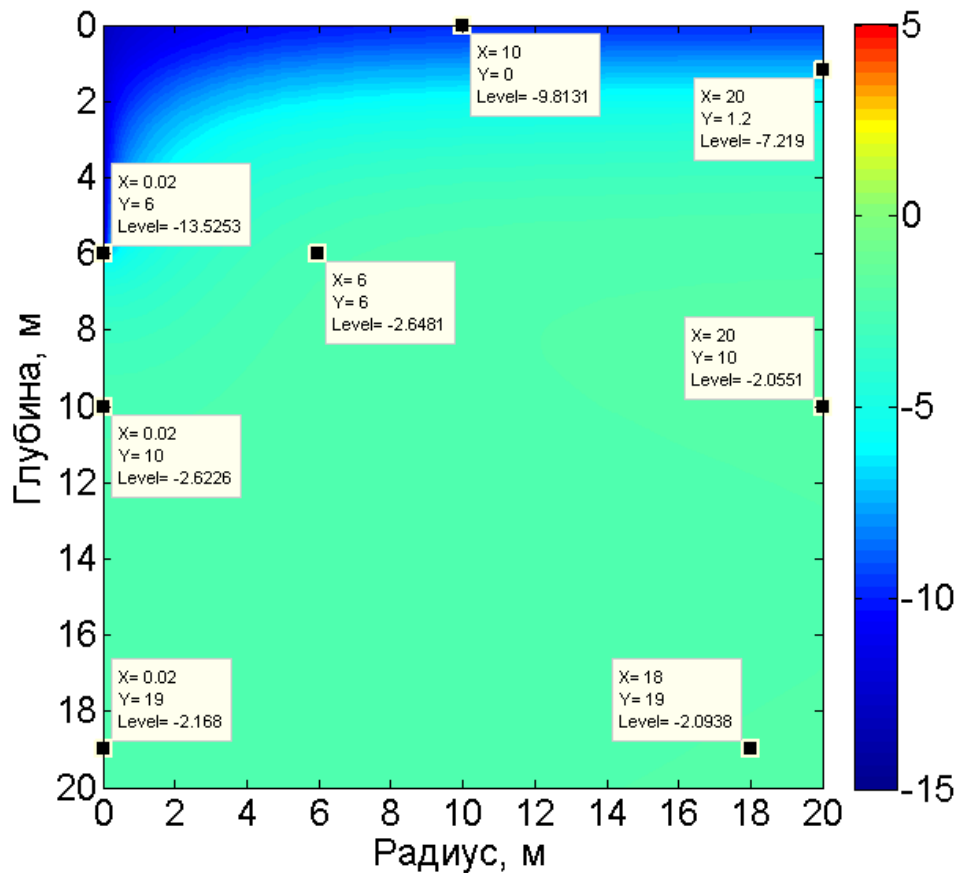


Рисунок 3.16. Распределение температуры грунта на конец 10 зимы.

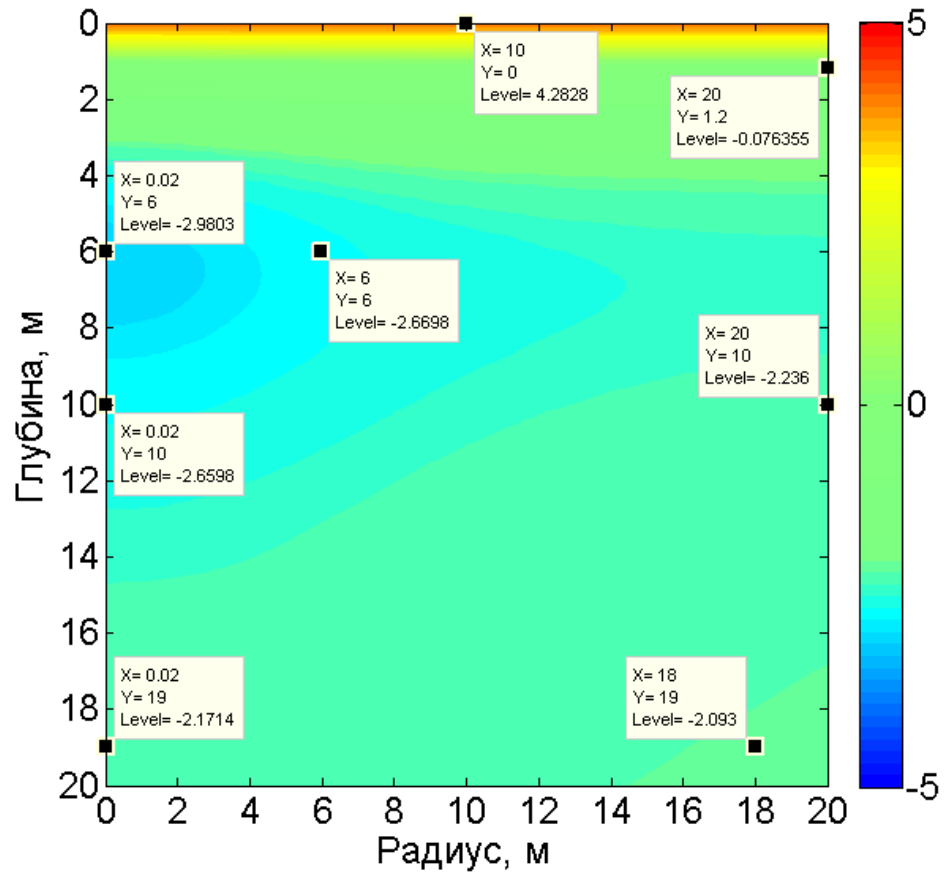


Рисунок 3.17. Распределение температуры грунта на конец 10 лета.

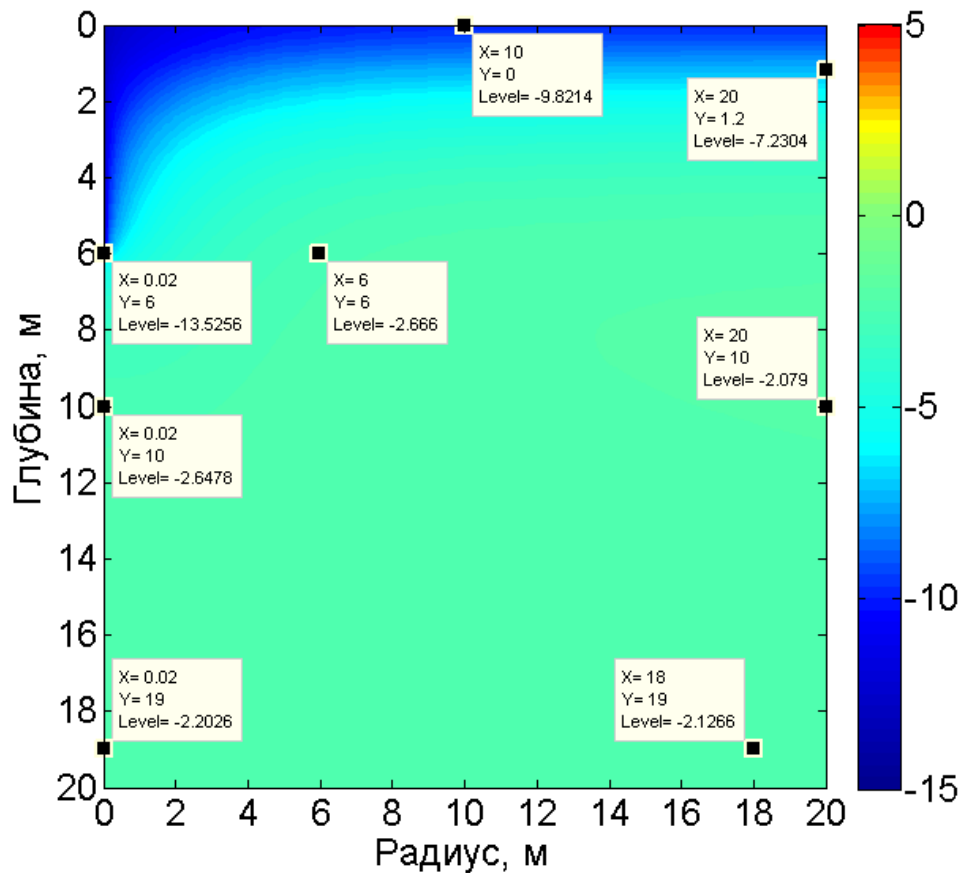


Рисунок 3.18. Распределение температуры грунта на конец 15 зимы.

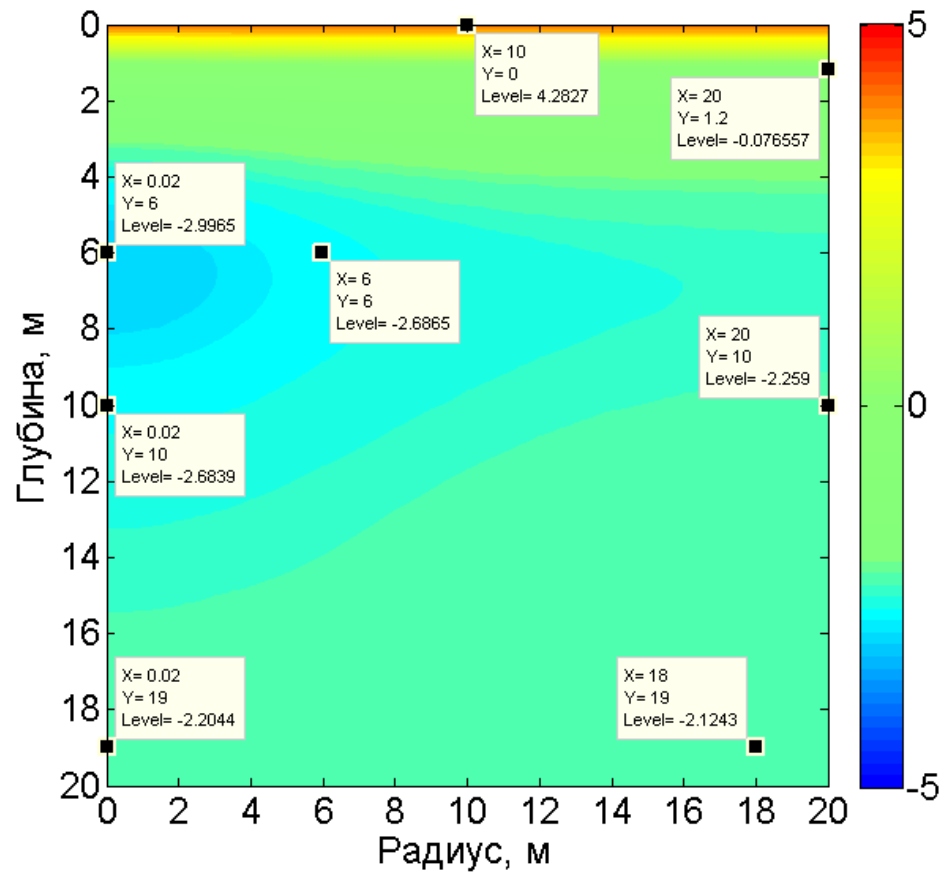


Рисунок 3.19. Распределение температуры грунта на конец 15 лета.

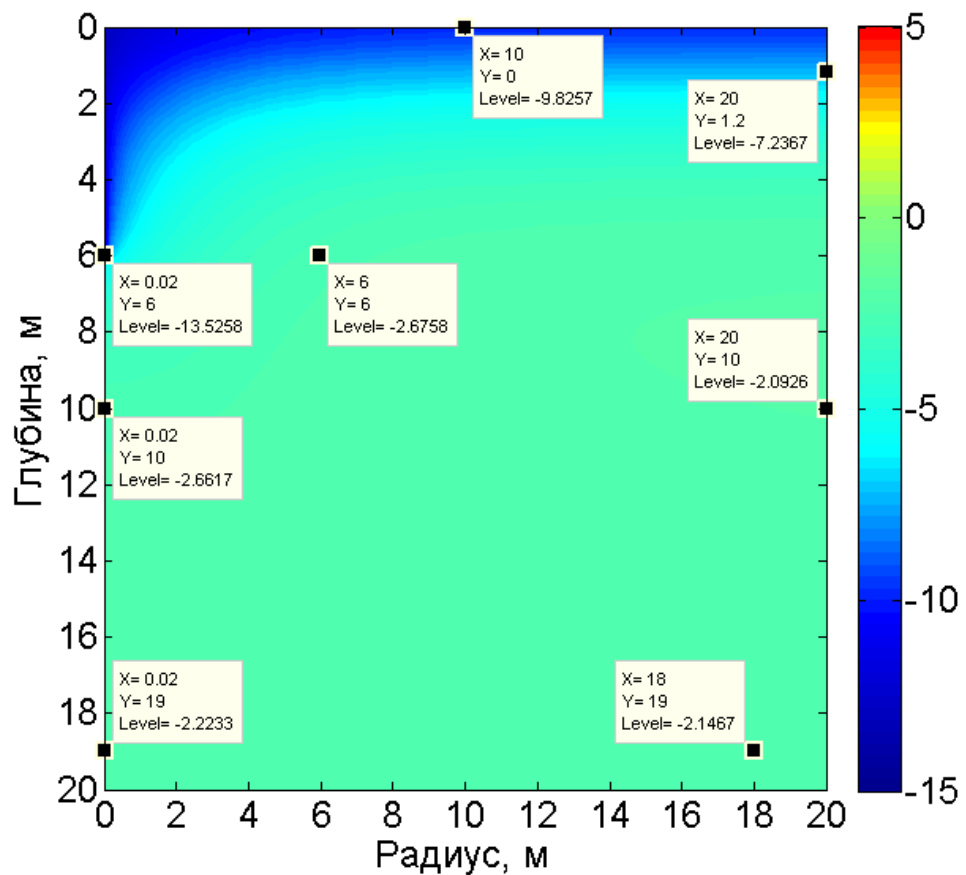


Рисунок 3.20. Распределение температуры грунта на конец 20 зимы.

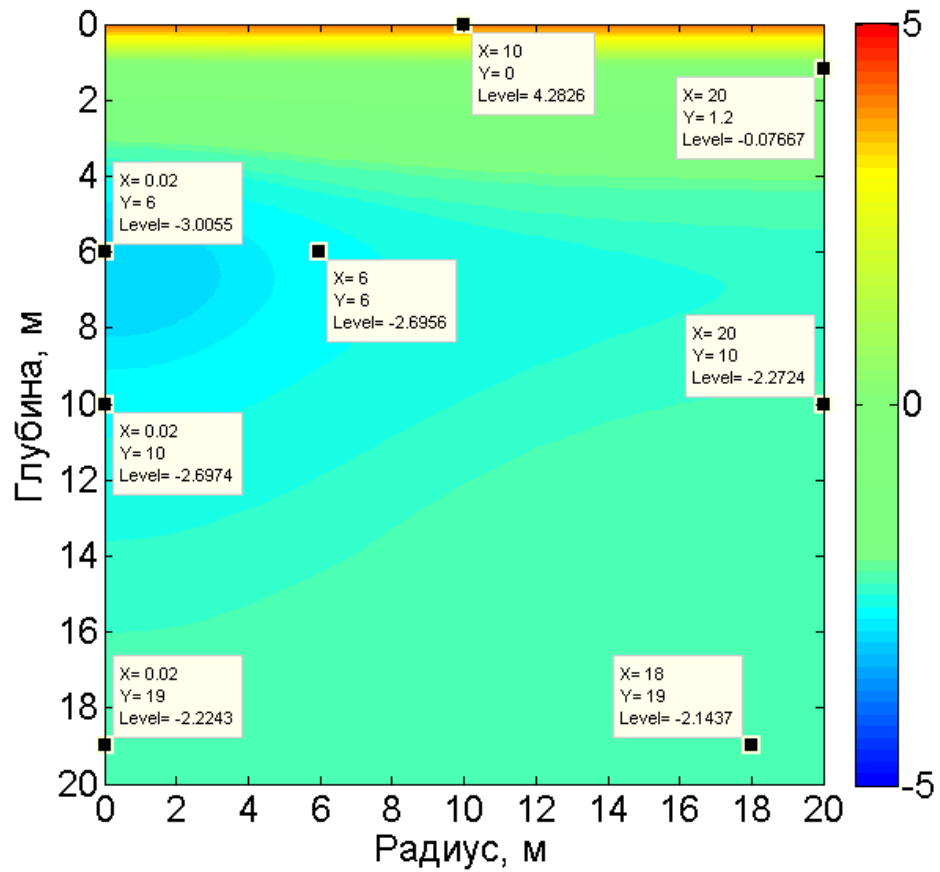


Рисунок 3.21. Распределение температуры грунта на конец 20 лета.

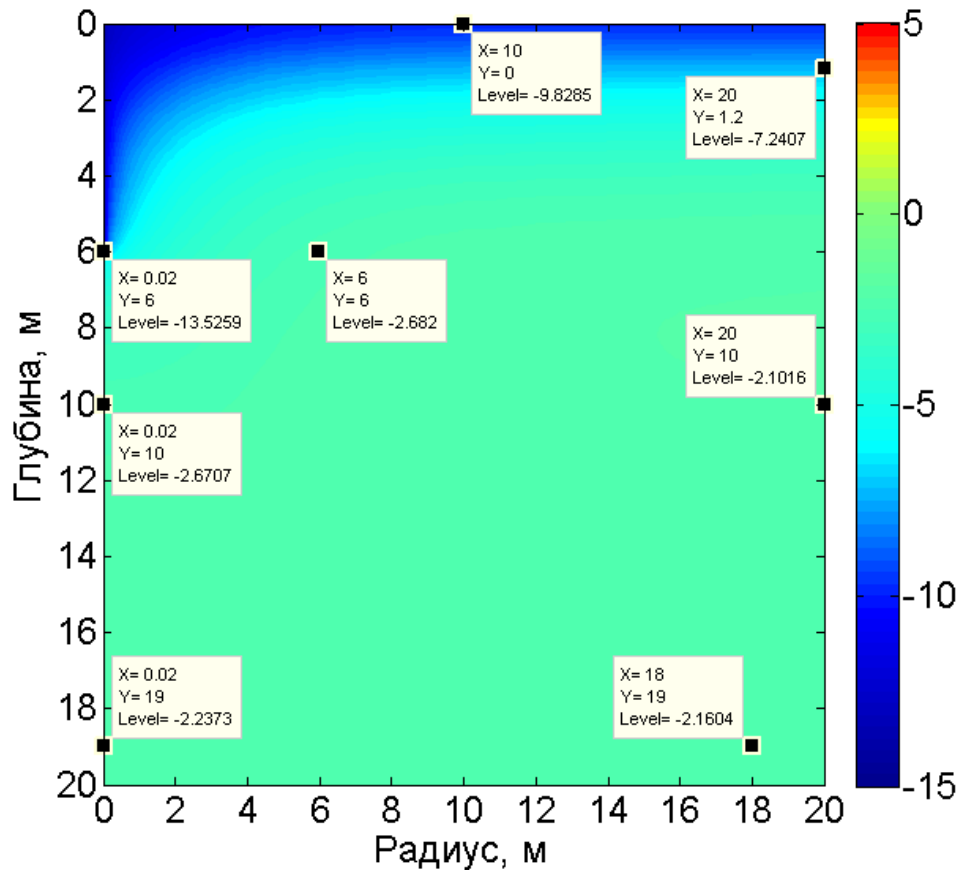


Рисунок 3.22. Распределение температуры грунта на конец 25 зимы.

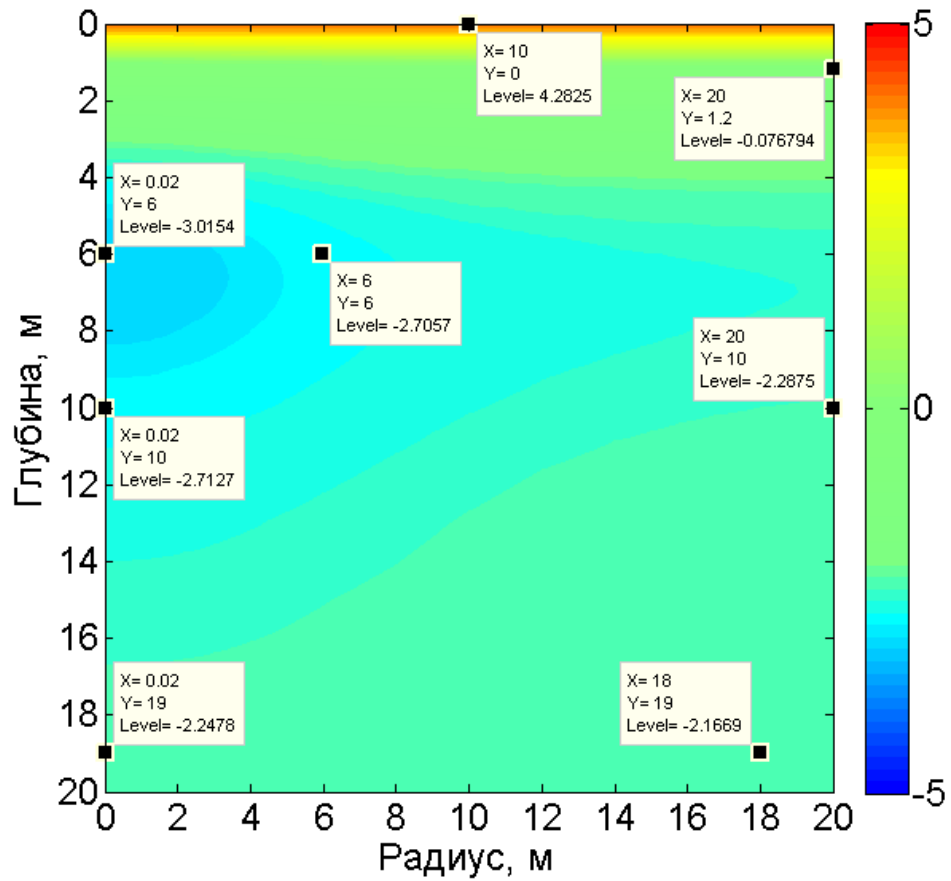


Рисунок 3.23. Распределение температуры грунта на конец 25 лета.

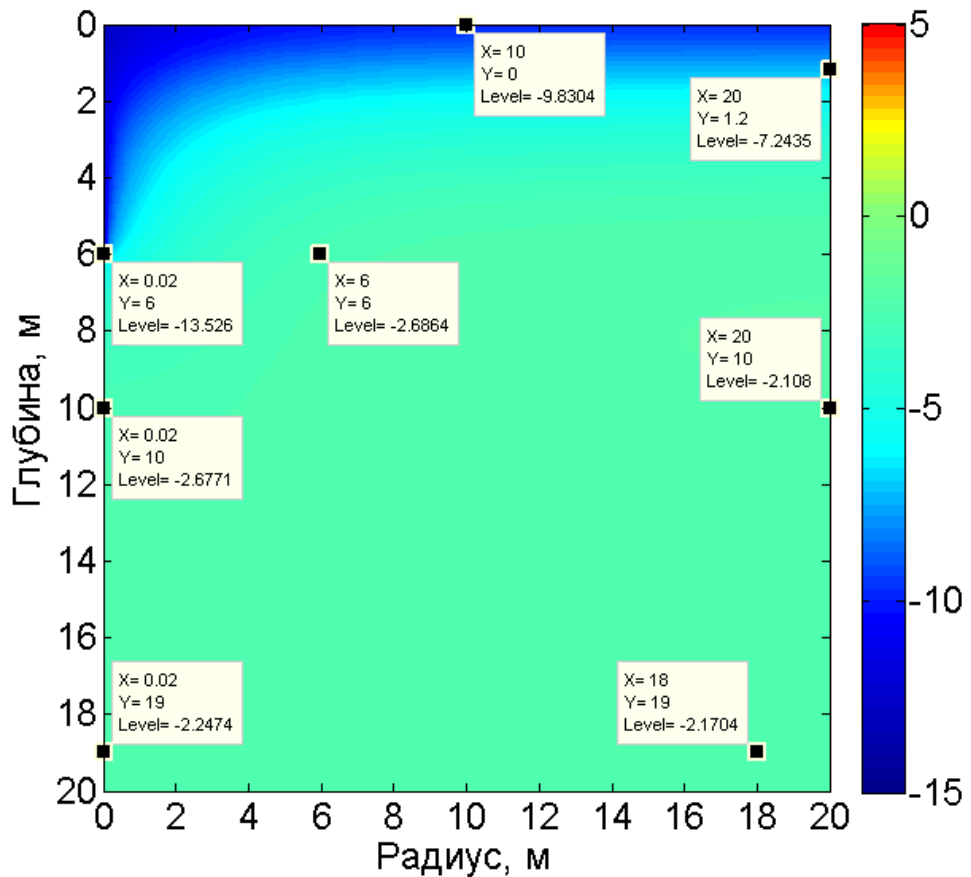


Рисунок 3.24. Распределение температуры грунта на конец 30 зимы.

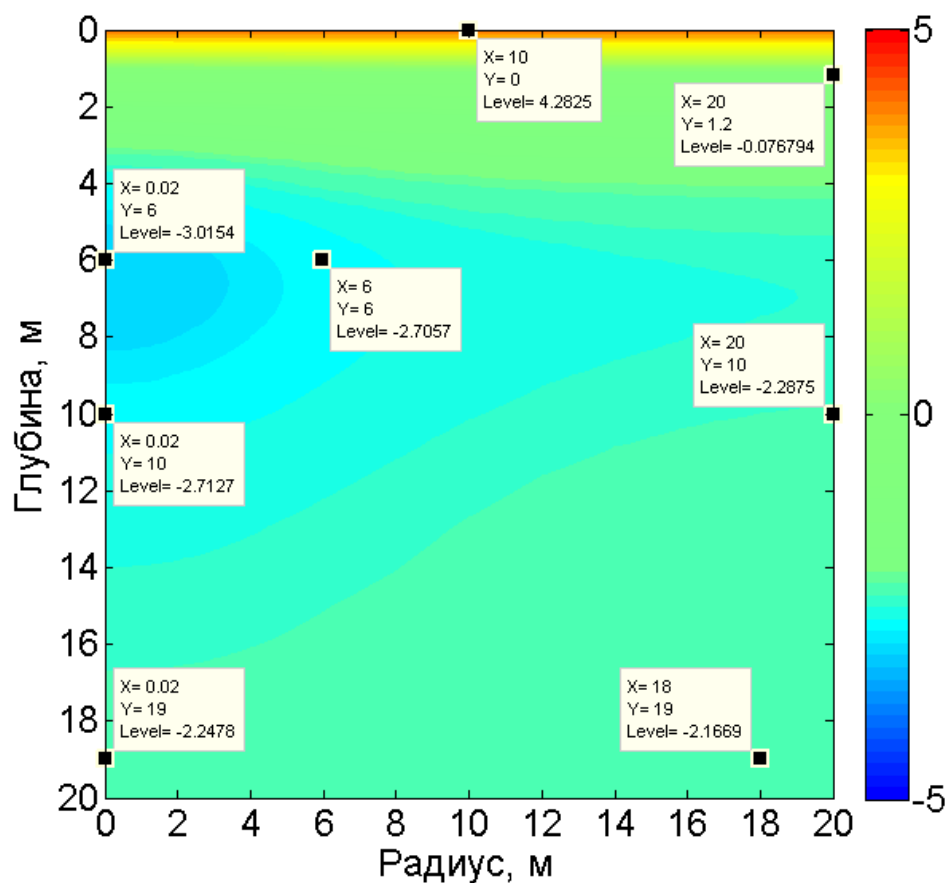


Рисунок 3.25. Распределение температуры грунта на конец 30 лет.

На рисунках 3.8-3.25 видна динамика распределения температурного поля грунта вследствие совместного действия работы вертикального термостабилизатора (в зимнее время года) и круглогодичного влияния наружного воздуха. Как следует из результатов расчета после 5-ти лет работы одиночного термостабилизатора температурное поле грунта выходит на стационарный режим, т.е. температура грунта в радиусе 4-5 м от термостабилизатора значительно не изменяется. При этом, как и ожидалось, охлаждающее действие термостабилизатора (в зимнее время года) вносит значительно больший вклад, чем влияние окружающего воздуха. Хотя температура воздуха и имеет меньшее влияние на распределение температуры грунта вблизи оси вертикального термостабилизатора, это влияние хорошо заметно и им невозможно пренебрегать. Из этого следует, что при проведении прогнозных теплотехнических расчетов температурного поля грунта необходимо корректно учитывать динамику температуры окружающего воздуха.

3.7 Результаты промысловых исследований

На УКПГ Новопортовского нефтегазоконденсатного месторождения (юго-восток полуострова Ямал) в период с июля 2015 года проводился мониторинг температуры грунта в термометрической скважине вблизи газоперекачивающего агрегата, установленной вблизи куста термостабилизаторов. Куст состоит из 3-х вертикальных термостабилизаторов с глубиной заложения испарителя 8,0 м, расположенных на расстоянии 2 м от термометрической скважины каждый (рисунок 3.26). Термостабилизаторы были установлены в период с 6 по 20 июля 2015 года и начали работы с момента понижения температуры воздуха ниже значений температуры многолетнемерзлого грунта вокруг термостабилизаторов.

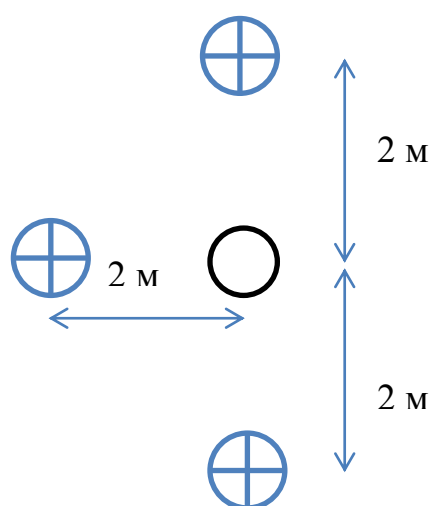


Рисунок 3.26. Схема расположения термостабилизаторов \oplus и термометрической скважины \bigcirc .

Имеющиеся результаты натуральных наблюдений (таблица 3.4) свидетельствуют о схожести порядка значений остаточного охлаждения в зоне действия термостабилизаторов с результатами, полученными путем численного моделирования работы одиночного термостабилизатора. Такое сравнение приводится в силу отсутствия в известных источниках результатов наблюдения за охлаждением мерзлого грунта вблизи одиночного термостабилизатора.

Таблица 3.4. Результаты мониторинга за температурным состоянием многолетнемерзлых грунтов вблизи газоперекачивающего агрегата поз. 5.2.1 по генплану УКПГ Новопортовского НГКМ.

Глубина, м	Дата измерения														
	23.08.2015	21.09.2015	29.10.2015	19.11.2015	16.12.2015	28.01.2016	21.02.2016	01.04.2016	21.04.2016	26.05.2016	01.07.2016	19.07.2016	16.08.2016	11.09.2016	31.10.2016
	Температура в термометрической скважине, С														
1	9,3	4,4	-0,7	-9,6	-11,2	-14,5	-12,4	-11,8	-10,3	-2,1	4,7	16,0	9,3	8,1	-0,1
2	6,2	1,9	0,0	-0,2	-3,2	-12,8	-11,9	-12,1	-10,6	-5,0	-1,2	2,5	1,8	2,8	0,0
3	1,1	0,2	0,0	0,0	-0,5	-11,7	-11,7	-12,0	-10,7	-6,7	-3,0	-1,4	-1,0	-0,5	-0,4
4	0,2	0,0	-0,2	-0,1	-2,8	-11,0	-11,3	-11,7	-10,7	-7,7	-4,4	-2,9	-2,2	-1,5	-1,2
5	-1,3	-0,9	-1,1	-1,0	-4,1	-10,3	-10,8	-11,2	-10,5	-8,1	-5,6	-4,3	-3,4	-2,6	-1,9
6	-2,5	-1,8	-2,0	-1,9	-4,9	-9,7	-10,2	-10,8	-10,2	-8,3	-6,4	-5,2	-4,2	-3,5	-2,6
7	-3,2	-2,5	-2,6	-2,5	-5,1	-8,7	-9,3	-10,0	-9,6	-8,3	-6,6	-5,8	-4,9	-4,1	-3,2
8	-3,9	-3,3	-3,1	-3,1	-4,8	-7,3	-7,8	-8,6	-8,6	-7,8	-6,9	-6,2	-5,4	-4,8	-3,9
9	-4,2	-3,7	-3,4	-3,3	-4,3	-5,8	-6,4	-7,3	-7,4	-7,2	-6,6	-6,1	-5,6	-5,0	-4,2
10	-4,3	-4,0	-3,6	-3,5	-4,0	-4,8	-5,4	-6,2	-6,4	-6,5	-6,3	-6,0	-5,5	-5,2	-4,5

На Новопортовском НГКМ планируется создание экспериментального стенда состоящего из термостабилизатора установленного совместно с термометрической скважиной и контрольной термометрической скважины расположенной вне зоны влияния термостабилизатора.

3.8 Выводы к главе.

1. Из совместного анализа внешнего теплообмена и внутренних процессов в вертикальном естественно-конвективном охлаждающем устройстве для его подземной части получено граничное условие третьего рода в форме (3.8) с коэффициентом теплообмена (3.9).

2. Разработан и реализован метод получения корректного верхнего граничного условия «грунт-воздух» для задачи сезонного оттаивания-промерзания грунта. Данный метод реализован путем итерационного подбора коэффициента теплопередачи от воздуха в грунт, таким образом, чтобы ниже глубины сезонного колебания температуры грунта не происходило ни отепляющего, ни охлаждающего эффекта.

3. Сформулирована и численно решена задача теплообмена естественно-конвективного охлаждающего устройства с мерзлым и талым грунтом.

4. Разработана программа, позволяющая получать распределение температуры грунта вокруг естественно-конвективного охлаждающего

устройства. Модель учитывает динамику изменения климата путем сравнения температуры грунта на стенке термостабилизатора с температурой воздуха, при этом на испарителе задается либо условие передачи холода в грунт (зима), либо нулевой тепловой поток (лето).

5. По результатам проведенного исследования работы одиночного вертикального термостабилизатора установлено его более значимое влияние на распределение температуры грунта по сравнению с влиянием температуры воздуха.

Глава 4. Решение некоторых прикладных задач.

4.1. Исследование теплового взаимодействия двух вертикальных естественно-конвективных охлаждающих устройств в трехмерном пространстве.

4.1.1 Постановка задачи

При проектировании вертикальных термостабилизаторов важной величиной является радиус замораживания вокруг термостабилизатора. При расчете радиуса замораживания необходимо учитывать, что в случае двух, рядом стоящих термостабилизаторов взаимодействуют между собой. Аналогично происходит и с большим количеством термостабилизаторов.

Моделирование работы двух и более вертикальных термостабилизаторов вынуждает перейти от цилиндрической системы координат к декартовой с тремя пространственными координатами.

Для нахождения температурного поля по всей расчетной области потребуется решить нестационарное трехмерное уравнение теплопроводности:

$$c(T) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (4.1)$$

где x, y, z – координаты декартовой системы координат, τ – время, T – температура грунта. $\lambda(T)$ – коэффициент теплопроводности, $c(T)$ – эффективная объемная теплоемкость пород.

Задача рассматривается в параллелепипеде. Начало координат находится в месте пересечения оси OZ и дневной поверхности. Начальная температура грунта известна во всем параллелепипеде. На границах рассматриваемой области задаются краевые условия:

На верхней границе задается граничное условие третьего рода, аналогично заданному в главе 3:

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z_{z=z_0}} = K_v(T - T_v) \quad (4.2)$$

На нижней и боковых (левой, правой, передней, задней) границах задается нулевое значение плотности теплового потока соответственно:

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z_{z=Z}} = 0 \quad (4.3)$$

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x_{x=0}} = 0 \quad (4.4)$$

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x_{x=X}} = 0 \quad (4.5)$$

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y_{y=0}} = 0 \quad (4.6)$$

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y_{y=Y}} = 0 \quad (4.7)$$

4.1.2 Решение задачи

На основании полученного алгоритма реализована численная физико-математическая модель для расчета теплообмена двух вертикальных сезонно-действующих устройств с многолетнемерзлыми грунтами.

Дискретный аналог уравнения теплопроводности для трех пространственных измерений для полностью не явной схемы численного расчета имеет вид [43]:

$$\begin{aligned} & \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\ & = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \\ & + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \\ & + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2} \end{aligned} \quad (4.8)$$

где V – объем i,j,k контрольного объема; Δt – шаг по времени; Δx , Δy , Δz – размеры контрольного объема по направлению осей Ox , Oy , Oz соответственно; ∂x_1 – расстояние между центрами i,j,k и $i-1,j,k$ контрольных объемов; ∂x_2 – расстояние между центрами i,j,k и $i+1,j,k$ контрольных объемов; ∂y_1 – расстояние между центрами i,j,k и $i,j-1,k$ контрольных объемов; ∂y_2 – расстояние между центрами i,j,k и $i,j+1,k$ контрольных объемов; ∂z_1 – расстояние между центрами i,j,k и $i,j,k-1$ контрольных объемов; ∂z_2 – расстояние между центрами i,j,k и $i,j,k+1$

контрольных объемов; La_1 – средняя гармоническая теплопроводность между i,j,k и $i-1,j,k$ контрольными объемами; La_2 – средняя гармоническая теплопроводность между i,j,k и $i+1,j,k$ контрольными объемами; La_3 – средняя гармоническая теплопроводность между i,j,k и $i,j-1,k$ контрольными объемами; La_4 – средняя гармоническая теплопроводность между i,j,k и $i,j+1,k$ контрольными объемами; La_5 – средняя гармоническая теплопроводность между i,j,k и $i,j,k-1$ контрольными объемами; La_6 – средняя гармоническая теплопроводность между i,j,k и $i,j,k+1$ контрольными объемами. Здесь i – индексы по оси Ox , j – индексы по оси Oy , k – индексы по оси Oz .

Тогда при $i=1, j=1, k=1$ с учетом аппроксимации граничного условия на верхней границе (4.17) имеем

$$\begin{aligned} \partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta x &= (x_{i+1} - x_i)/2 \\ \partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta y &= (y_{j+1} - y_j)/2 \\ \partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & \Delta z &= (z_{k+1} - z_k)/2 \\ La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i+1,j,k}} & F &= \Delta x \Delta y \\ La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j+1,k}} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\ La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k+1}} \end{aligned}$$

получим

$$\begin{aligned} & \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\ & = (T_{i,j,k} - T_v) \cdot K_v \cdot F + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \\ & + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

При $i=2:N-1, j=1, k=1$ с учетом аппроксимации граничного условия на верхней границе имеем (где N – максимальное значение индекса i)

$$\begin{aligned}
 \partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_{i+1} - x_{i-1})/2 \\
 \partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta y &= (y_{j+1} - y_j)/2 \\
 \partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta z &= (z_{k+1} - z_k)/2 \\
 \partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & F &= \Delta x \Delta y \\
 & & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
 La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i-1,j,k}} & La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i+1,j,k}} \\
 La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j+1,k}} & La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k+1}}
 \end{aligned}$$

получим

$$\begin{aligned}
 & \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
 & = (T_{i,j,k} - T_v) \cdot K_v \cdot F + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \\
 & + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \\
 & + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

При $i=N, j=1, k=1$ с учетом аппроксимации граничного условия на верхней границе имеем

$$\begin{aligned}
 \partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_i - x_{i-1})/2 \\
 \partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta y &= (y_{j+1} - y_j)/2 \\
 \partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & \Delta z &= (z_{k+1} - z_k)/2 \\
 La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i-1,j,k}} & F &= \Delta x \Delta y
 \end{aligned}$$

$$La_4 = \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j+1,k}} \quad V = \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$La_6 = \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k+1}}$$

получим

$$\begin{aligned} & \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\ & = (T_{i,j,k} - T_v) \cdot K_v \cdot F + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \\ & + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2} \end{aligned} \quad (4.11)$$

При $i=1, j=1, k=2:K-1$ (где K – максимальное значение индекса k) имеем

$$\begin{aligned} \partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta x &= (x_{i+1} - x_i)/2 \\ \partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta y &= (y_{j+1} - y_j)/2 \\ \partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & \Delta z &= (z_{k+1} - z_{k-1})/2 \\ \partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\ La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i+1,j,k}} & La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j+1,k}} \\ La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k-1}} & La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k+1}} \end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned} & \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\ & = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \\ & + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2} \end{aligned} \quad (4.12)$$

При $i=2:N-1, j=1, k=2:K-1$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_{i+1} - x_{i-1})/2 \\
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta y &= (y_{j+1} - y_j)/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta z &= (z_{k+1} - z_{k-1})/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i-1,j,k}} \\
La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i+1,j,k}} & La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j+1,k}} \\
La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k-1}} & La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

При $i=N, j=1, k=2:K-1$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_i - x_{i-1})/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta y &= (y_{j+1} - y_j)/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & \Delta z &= (z_{k+1} - z_{k-1})/2 \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i-1,j,k}} & La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j+1,k}}
\end{aligned}$$

$$La_5 = \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k-1}} \quad La_6 = \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k+1}}$$

Получим

$$\begin{aligned} & \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\ & = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \\ & + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2} \end{aligned} \quad (4.14)$$

При $i=1, j=1, k=K$ имеем

$$\begin{aligned} \partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta x &= (x_{i+1} - x_i)/2 \\ \partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta y &= (y_{j+1} - y_j)/2 \\ \partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & \Delta z &= (z_k - z_{k-1})/2 \\ La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i+1,j,k}} & V &= \Delta x\Delta y\Delta z \\ La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j+1,k}} & La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k-1}} \end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned} & \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\ & = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \\ & + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1} \end{aligned} \quad (4.15)$$

При $i=2:N-1, j=1, k=K$ имеем

$$\begin{aligned} \partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_{i+1} - x_{i-1})/2 \\ \partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta y &= (y_{j+1} - y_j)/2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta z &= (z_k - z_{k-1})/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i-1,j,k}} & La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i+1,j,k}} \\
La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j+1,k}} & La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k-1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

При $i=N, j=1, k=K$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_i - x_{i-1})/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta y &= (y_{j+1} - y_j)/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & \Delta z &= (z_k - z_{k-1})/2 \\
La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i-1,j,k}} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j+1,k}} & La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k-1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \\
& \quad + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

При $i=1, j=2:M-1, k=1$ с учетом аппроксимации граничного условия на верхней границе (где M – максимальное значение индекса j) имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta x &= (x_{i+1} - x_i)/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_{j+1} - y_{j-1})/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta z &= (z_{k+1} - z_k)/2 \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & F &= \Delta x\Delta y \\
La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i+1,j,k}} & V &= \Delta x\Delta y\Delta z \\
La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} & La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j+1,k}} \\
La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\
& = (T_{i,j,k} - T_v) \cdot K_v \cdot F + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \\
& \quad + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

При $i=2:N-1$, $j=2:M-1$, $k=1$ с учетом аппроксимации граничного условия на верхней границе имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_{i+1} - x_{i-1})/2 \\
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta y &= (y_{j+1} - y_{j-1})/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta z &= (z_{k+1} - z_k)/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & F &= \Delta x \Delta y \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i-1,j,k}} & La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i+1,j,k}} \\
La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} & La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j+1,k}} \\
La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фн}})}{\Delta t} = \\
& = (T_{i,j,k} - T_v) \cdot K_v \cdot F + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

При $i=N$, $j=2:M-1$, $k=1$ с учетом аппроксимации граничного условия на верхней границе имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_i - x_{i-1})/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_{j+1} - y_{j-1})/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta z &= (z_{k+1} - z_k)/2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & F &= \Delta x \Delta y \\
La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i-1,j,k}} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} & La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j+1,k}} \\
La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
& = (T_{i,j,k} - T_v) \cdot K_v \cdot F + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned} \tag{4.20}$$

При $i=1, j=2:M-1, k=2:K-1$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta x &= (x_{i+1} - x_i)/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_{j+1} - y_{j-1})/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta z &= (z_{k+1} - z_{k-1})/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i+1,j,k}} \\
La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} & La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j+1,k}} \\
La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k-1}} & La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned} \tag{4.21}$$

При $i=2:N-1$, $j=2:M-1$, $k=2:K-1$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_{i+1} - x_{i-1})/2 \\
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta y &= (y_{j+1} - y_{j-1})/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta z &= (z_{k+1} - z_{k-1})/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & V &= \Delta x\Delta y\Delta z \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i-1,j,k}} \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i+1,j,k}} \\
La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j-1,k}} & La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j+1,k}} \\
La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k-1}} & La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

получим выражение, совпадающее с уравнением (4.8).

При $i=N$, $j=2:M-1$, $k=2:K-1$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_i - x_{i-1})/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_{j+1} - y_{j-1})/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta z &= (z_{k+1} - z_{k-1})/2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i-1,j,k}} \\
La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} & La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j+1,k}} \\
La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k-1}} & La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1} + \\
& \quad + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned} \tag{4.22}$$

При $i=1, j=2:M-1, k=K$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta x &= (x_{i+1} - x_i)/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_{j+1} - y_{j-1})/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta z &= (z_k - z_{k-1})/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i+1,j,k}} & La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} \\
La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j+1,k}} & La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k-1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

При $i=2:N-1, j=2:M-1, k=K$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_{i+1} - x_{i-1})/2 \\
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta y &= (y_{j+1} - y_{j-1})/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta z &= (z_k - z_{k-1})/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & V &= \Delta x\Delta y\Delta z \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i-1,j,k}} \\
La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i+1,j,k}} & La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} \\
La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j+1,k}} & La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k-1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

При $i=N, j=2:M-1, k=K$ имеем

$$\partial x_1 = x_i - x_{i-1} \qquad \Delta x = (x_i - x_{i-1})/2$$

$$\begin{aligned}
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_{j+1} - y_{j-1})/2 \\
\partial y_2 &= y_{j+1} - y_j & \Delta z &= (z_k - z_{k-1})/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i-1,j,k}} & La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} \\
La_4 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j+1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j+1,k}} & La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k-1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j+1,k})La_4\Delta x\Delta z}{\partial y_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1}
\end{aligned} \tag{4.25}$$

При $i=1$, $j=M$, $k=1$ с учетом аппроксимации граничного условия на верхней границе имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta x &= (x_{i+1} - x_i)/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_j - y_{j-1})/2 \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & \Delta z &= (z_{k+1} - z_k)/2 \\
F &= \Delta x \Delta y & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i+1,j,k}} & La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} \\
La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
& = (T_{i,j,k} - T_v) \cdot K_v \cdot F + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned} \tag{4.26}$$

При $i=2:N-1$, $j=M$, $k=1$ с учетом аппроксимации граничного условия на верхней границе имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_{i+1} - x_{i-1})/2 \\
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta y &= (y_j - y_{j-1})/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta z &= (z_{k+1} - z_k)/2 \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & F &= \Delta x\Delta y \\
& & V &= \Delta x\Delta y\Delta z \\
La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i-1,j,k}} & La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i+1,j,k}} \\
La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} & La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
& = (T_{i,j,k} - T_v) \cdot K_v \cdot F + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

При $i=N$, $j=M$, $k=1$ с учетом аппроксимации граничного условия на верхней границе имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_i - x_{i-1})/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_j - y_{j-1})/2 \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & \Delta z &= (z_{k+1} - z_k)/2 \\
F &= \Delta x \Delta y & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i-1,j,k}} & La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} \\
La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\
& = (T_{i,j,k} - T_v) \cdot K_v \cdot F + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned} \tag{4.28}$$

При $i=1, j=M, k=2:K-1$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta x &= (x_{i+1} - x_i)/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_j - y_{j-1})/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & \Delta z &= (z_{k+1} - z_{k-1})/2 \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i+1,j,k}} & La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} \\
La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k-1}} & La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
&= + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \\
&+ \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned}$$

При $i=2:N-1, j=M, k=2:K-1$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_{i+1} - x_{i-1})/2 \\
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta y &= (y_j - y_{j-1})/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta z &= (z_{k+1} - z_{k-1})/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & V &= \Delta x\Delta y\Delta z \\
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i-1,j,k}} \\
La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i+1,j,k}} & La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j-1,k}} \\
La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k-1}} & La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
&\frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi n})}{\Delta t} = \\
&= \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \\
&+ \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1} + \\
&+ \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned} \tag{4.30}$$

При $i=N, j=M, k=2:K-1$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_i - x_{i-1})/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_j - y_{j-1})/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & \Delta z &= (z_{k+1} - z_{k-1})/2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\partial z_2 &= z_{k+1} - z_k & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i-1,j,k}} & La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}} \\
La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k-1}} & La_6 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k+1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k+1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1})La_6\Delta x\Delta y}{\partial z_2}
\end{aligned} \tag{4.31}$$

При $i=1, j=M, k=K$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta x &= (x_{i+1} - x_i)/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_j - y_{j-1})/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & \Delta z &= (z_k - z_{k-1})/2 \\
La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k} + La_{i+1,j,k}} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k} + La_{i,j,k-1}} & La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k} + La_{i,j-1,k}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\text{фп}})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1}
\end{aligned} \tag{4.32}$$

При $i=2:N-1, j=M, k=K$ имеем

$$\partial x_1 = x_i - x_{i-1} \quad \Delta x = (x_{i+1} - x_{i-1})/2$$

$$\begin{aligned}
\partial x_2 &= x_{i+1} - x_i & \Delta y &= (y_j - y_{j-1})/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta z &= (z_k - z_{k-1})/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i-1,j,k}} & La_2 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i+1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i+1,j,k}} \\
La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j-1,k}} & La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k-1}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i+1,j,k})La_2\Delta y\Delta z}{\partial x_2} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1}
\end{aligned} \tag{4.33}$$

При $i=N, j=M, k=K$ имеем

$$\begin{aligned}
\partial x_1 &= x_i - x_{i-1} & \Delta x &= (x_i - x_{i-1})/2 \\
\partial y_1 &= y_j - y_{j-1} & \Delta y &= (y_j - y_{j-1})/2 \\
\partial z_1 &= z_k - z_{k-1} & \Delta z &= (z_k - z_{k-1})/2 \\
La_1 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i-1,j,k}}{La_{i,j,k}+La_{i-1,j,k}} & V &= \Delta x \Delta y \Delta z \\
La_5 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j,k-1}}{La_{i,j,k}+La_{i,j,k-1}} & La_3 &= \frac{2La_{i,j,k}La_{i,j-1,k}}{La_{i,j,k}+La_{i,j-1,k}}
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{V(C(T_{i,j,k}) \cdot T_{i,j,k} - C(T_{i,j,k}^0) \cdot T_{i,j,k}^0 + k\chi T_{\Phi\Pi})}{\Delta t} = \\
& = \frac{(T_{i,j,k} - T_{i-1,j,k})La_1\Delta y\Delta z}{\partial x_1} + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})La_3\Delta x\Delta z}{\partial y_1} + \\
& + \frac{(T_{i,j,k} - T_{i,j,k-1})La_5\Delta x\Delta y}{\partial z_1}
\end{aligned} \tag{4.34}$$

При решении задачи о тепловом взаимодействии двух вертикальных термостабилизаторов к граничным условиям (4.17-4.22) добавляется условие на контакте «термостабилизатор-грунт», подробно описанное в главе 3. Решение полученной системы уравнений (4.23-4.49) реализовано в среде программирования Matlab.

При проведении расчета были приняты следующие начальные условия: Теплофизические свойства многолетнемерзлых грунтов в талом и мерзлом состоянии приняты по таблице 3.1. Вычисления производились в симметричной трехмерной расчетной области размерами 29,4x30,0x100,0 м. Симметрия осуществляется через плоскость, проходящую посередине между термостабилизаторами и через плоскость, проходящую по осям термостабилизаторов (рисунок 4.1). Начальная температура грунта принята минус $-2,0$ °С. Расстояние между термостабилизаторами принято 3,0 м. Принята конструкция термостабилизаторов соответствующая характеристикам термостабилизаторов приведенным в п. 3.4 третьей главы.

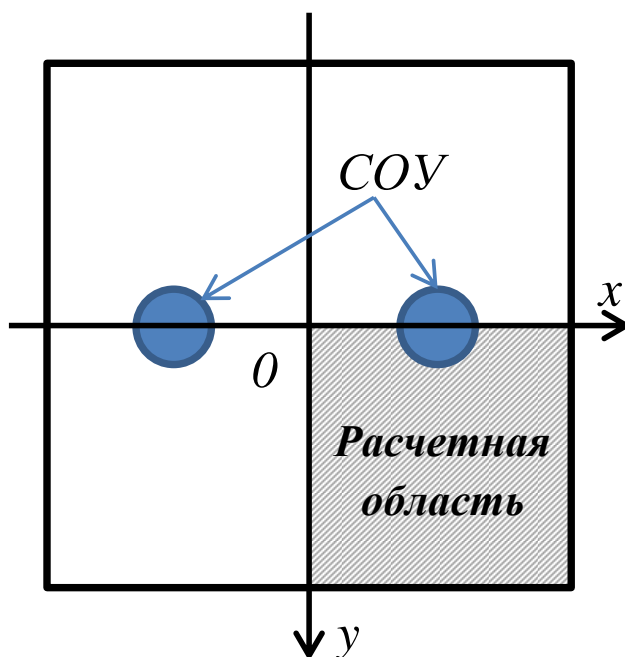


Рисунок 4.1 Схема расположения термостабилизаторов в горизонтальном сечении. Штриховкой выделена симметричная расчетная область в которой производится расчет.

Результаты расчета представлены на рисунках ниже (рисунки 4.2-4.19) на 30 апреля (для зимнего периода) и на 30 сентября (для летнего периода).

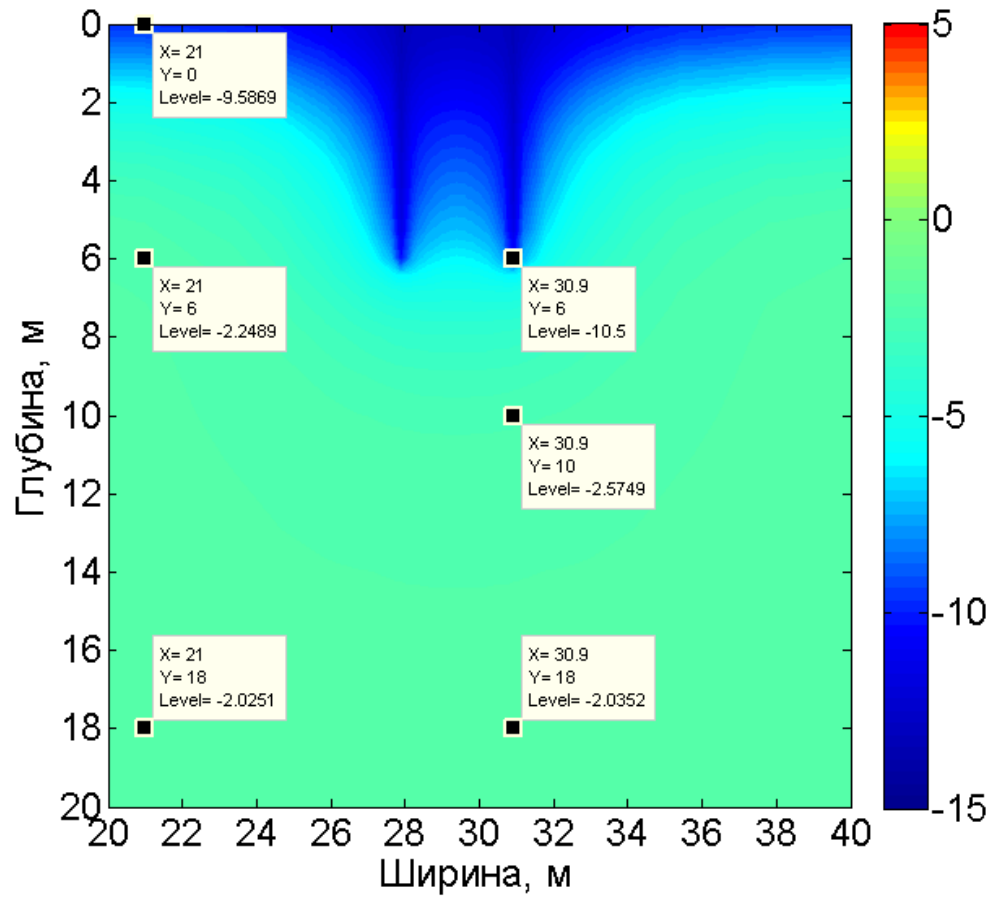


Рисунок 4.2 Распределение температуры грунта на конец 1 зимы.

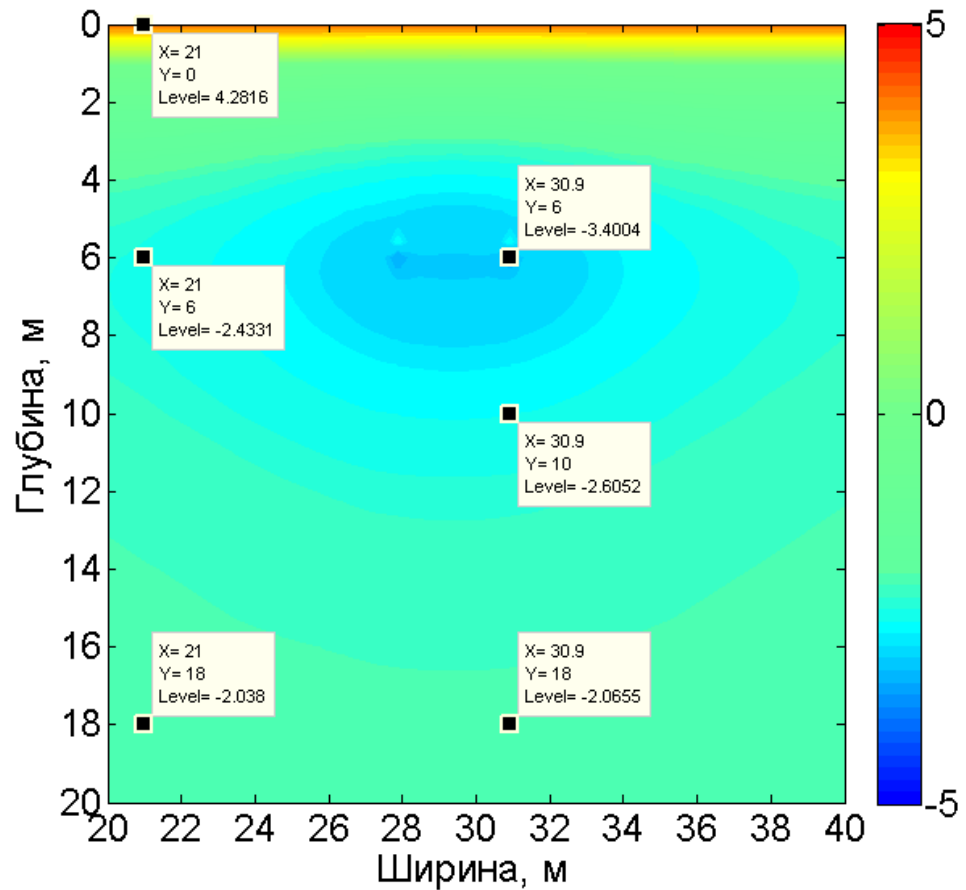


Рисунок 4.3 Распределение температуры грунта на конец 1 лета.

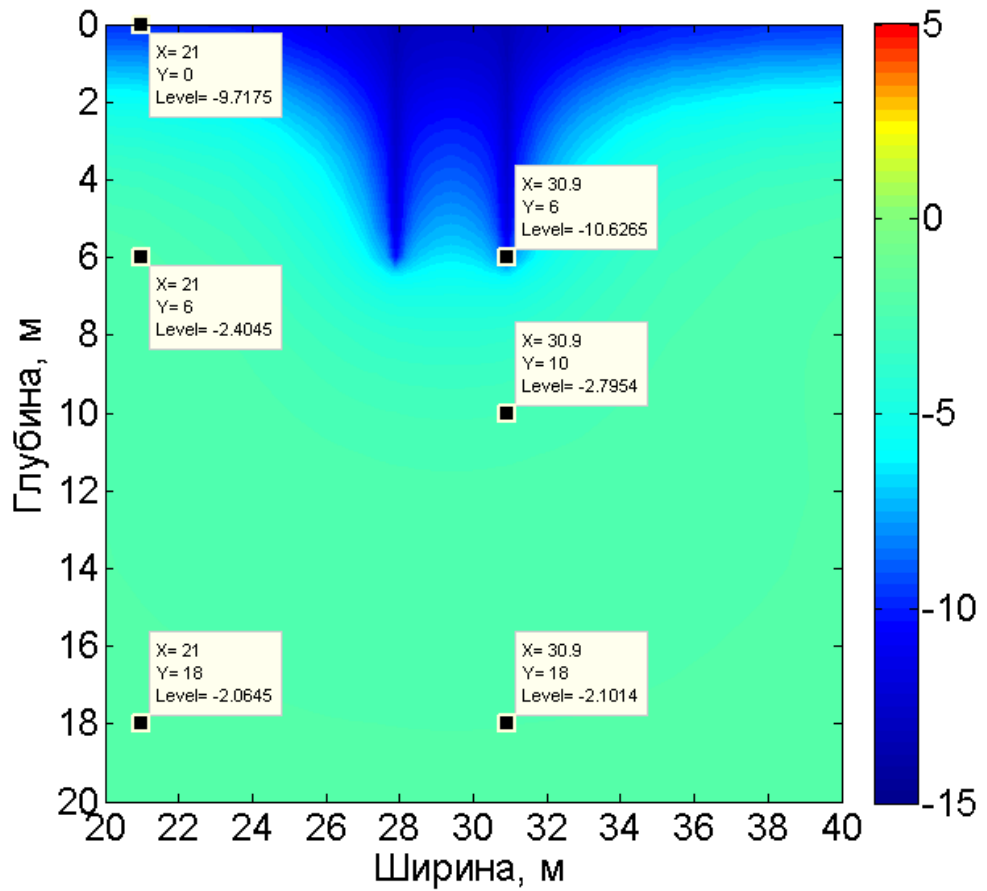


Рисунок 4.4 Распределение температуры грунта на конец 2 зимы.

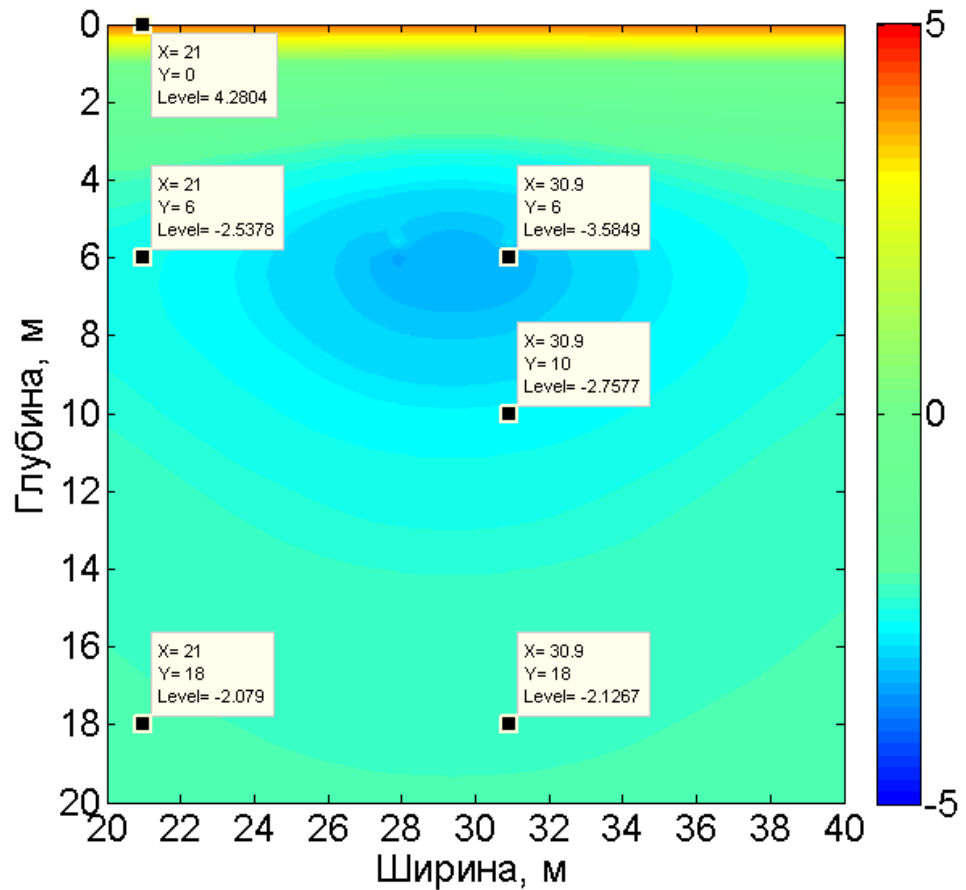


Рисунок 4.5 Распределение температуры грунта на конец 2 лета.

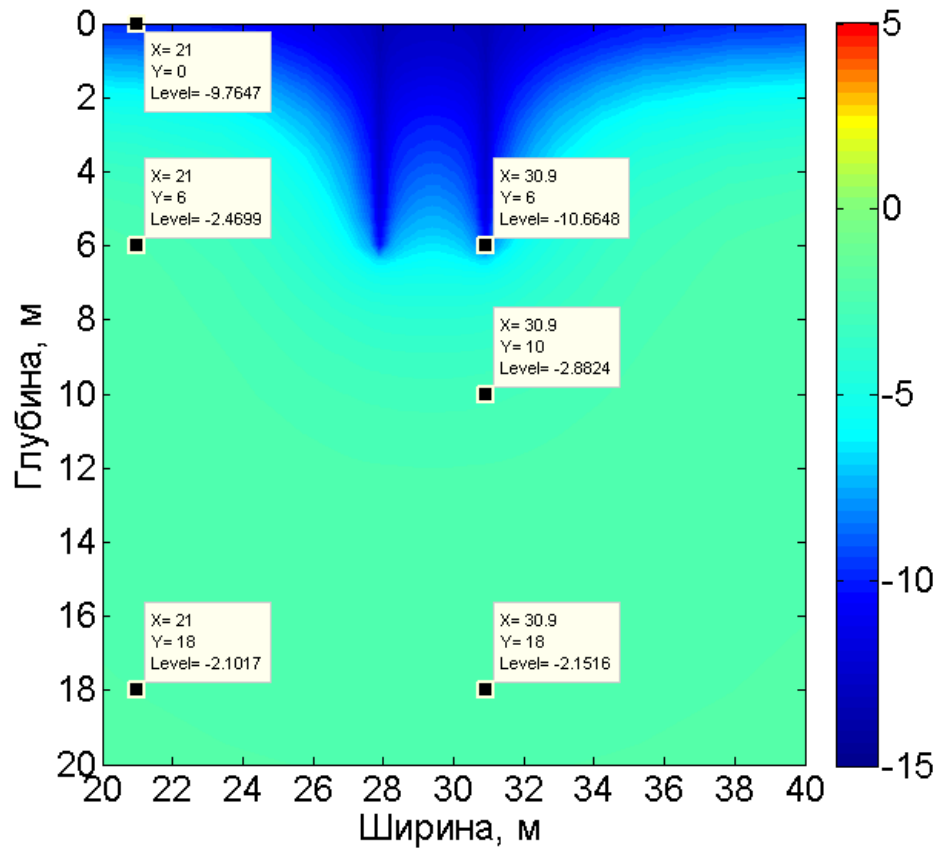


Рисунок 4.6 Распределение температуры грунта на конец 3 зимы.

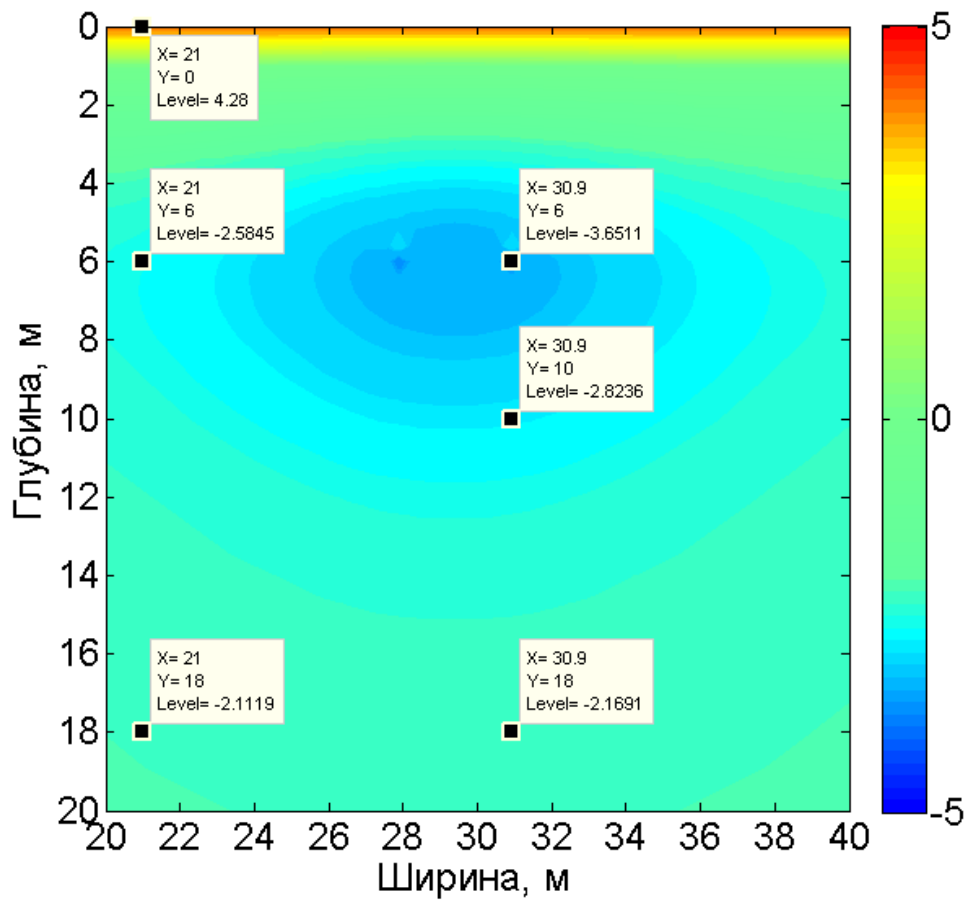


Рисунок 4.7 Распределение температуры грунта на конец 3 лета..

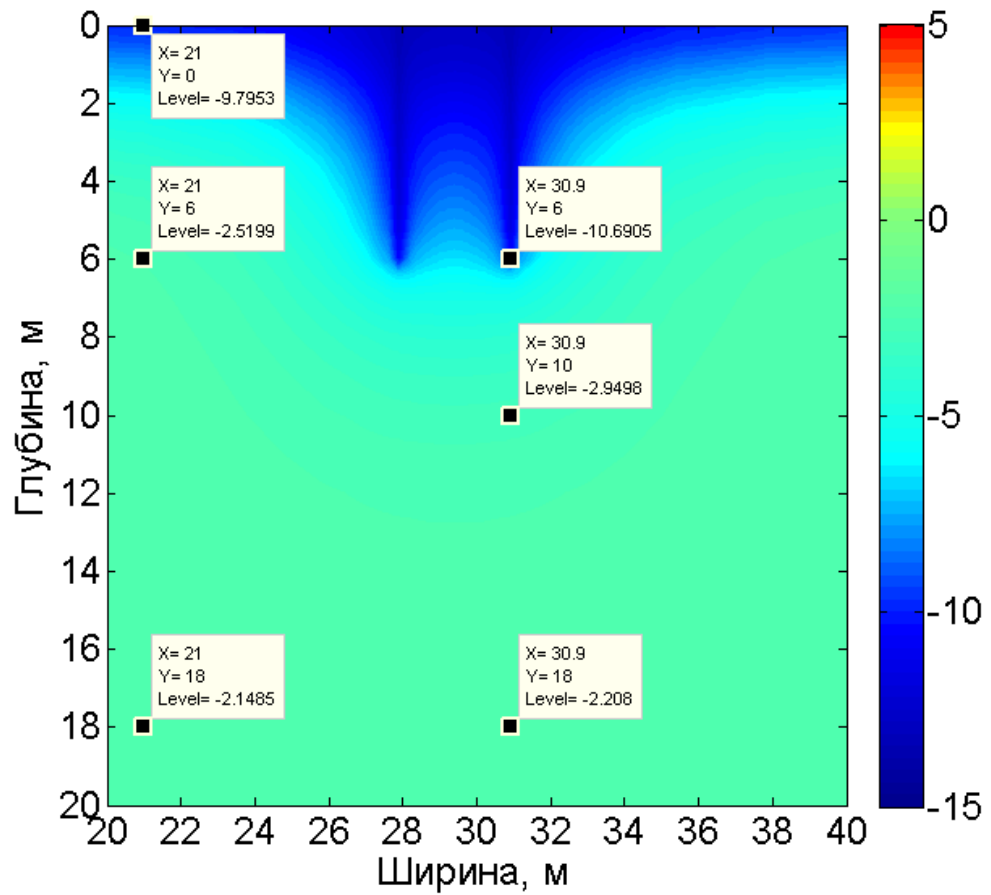


Рисунок 4.8 Распределение температуры грунта на конец 5 зимы.

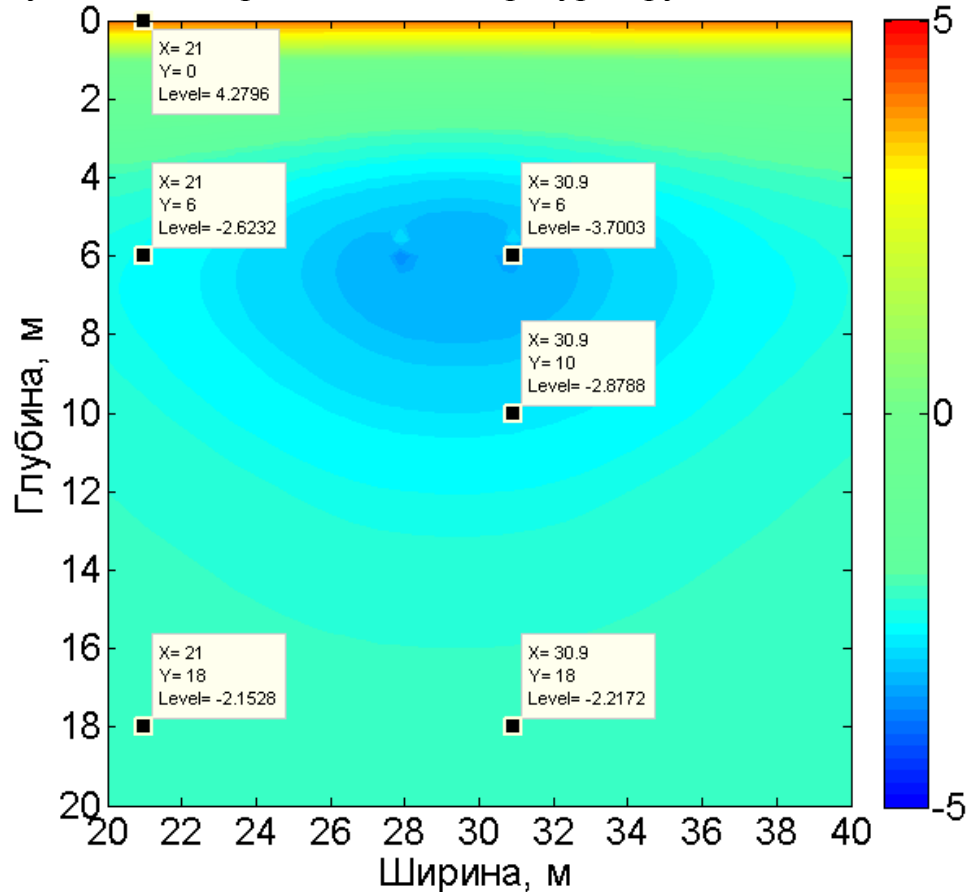


Рисунок 4.9 Распределение температуры грунта на конец 5 лета..

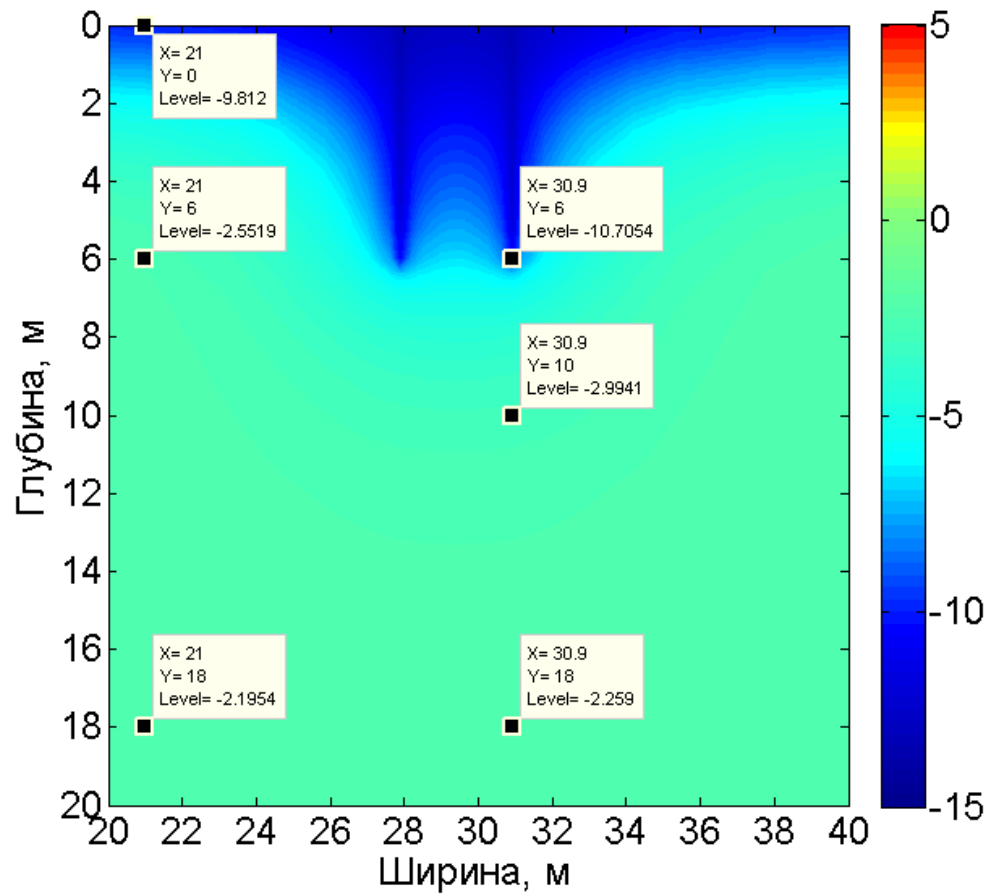


Рисунок 4.10 Распределение температуры грунта на конец 10 зимы.

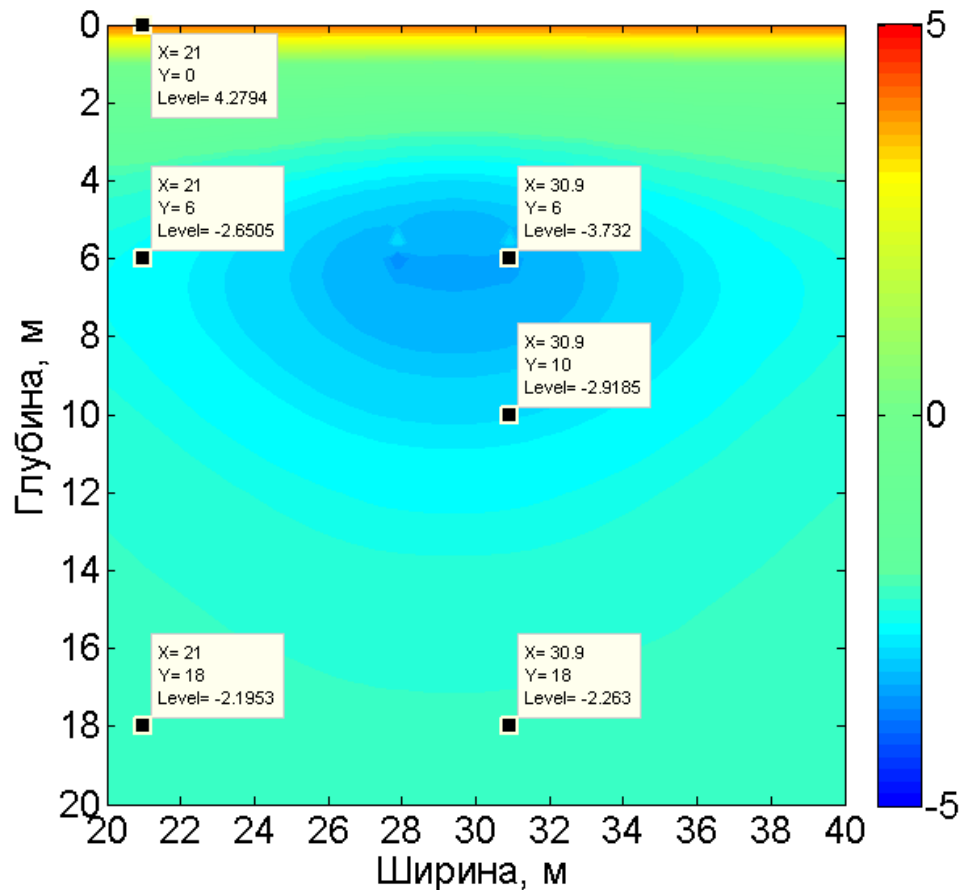


Рисунок 4.11 Распределение температуры грунта на конец 10 лета.

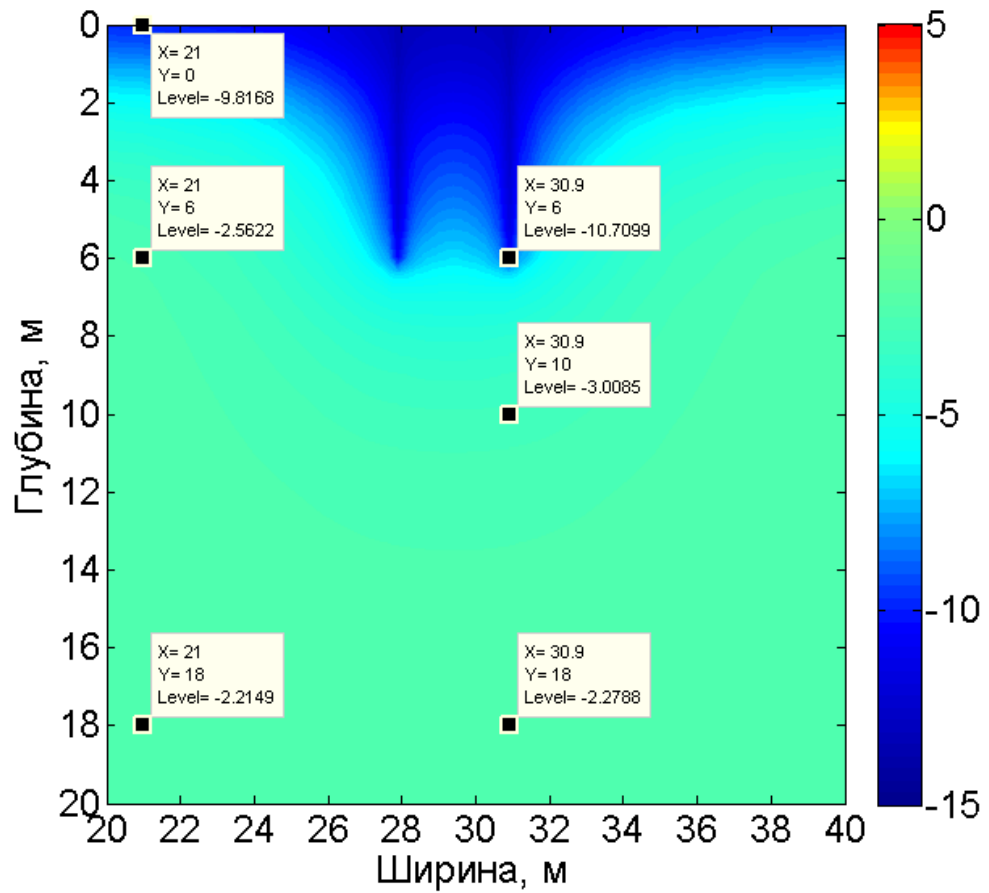


Рисунок 4.12 Распределение температуры грунта на конец 15 зимы.

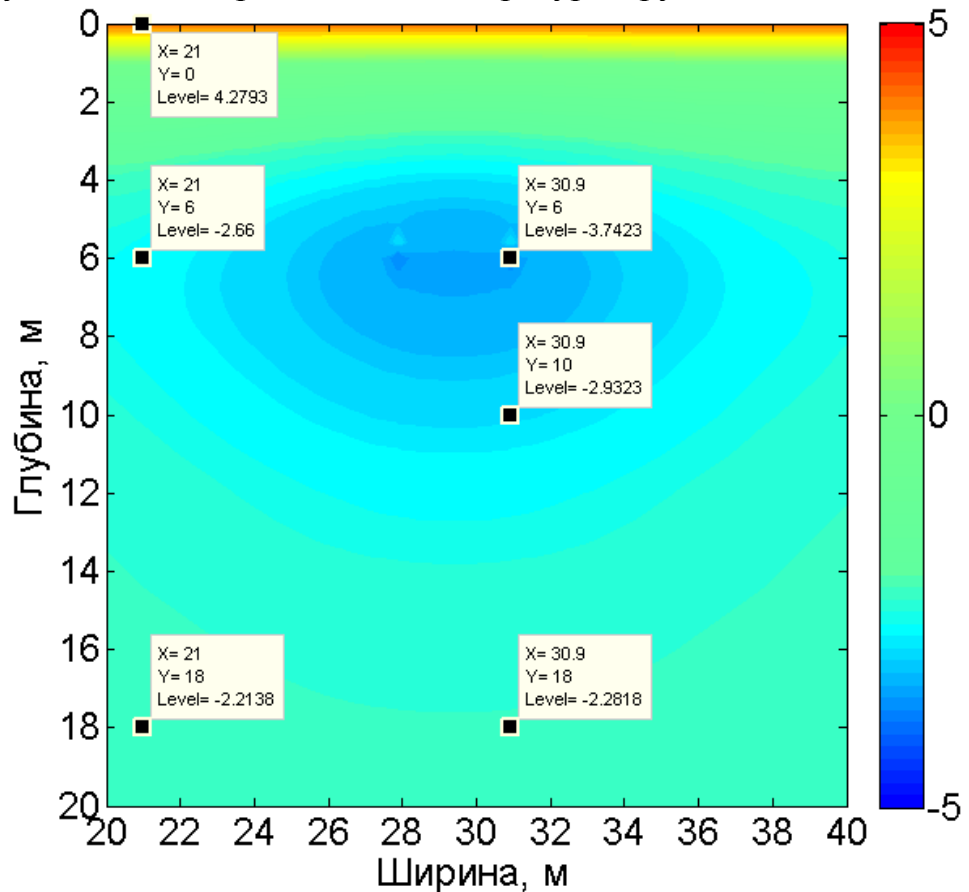


Рисунок 4.13 Распределение температуры грунта на конец 15 лета.

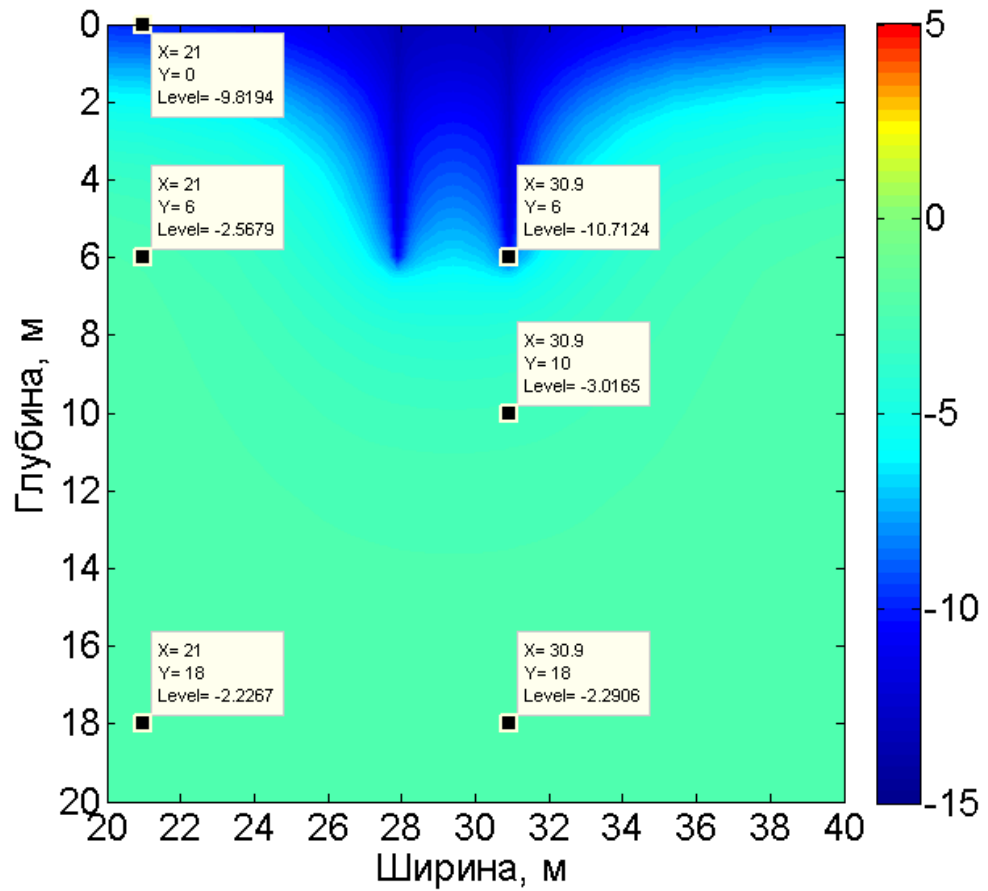


Рисунок 4.14 Распределение температуры грунта на конец 20 зимы.

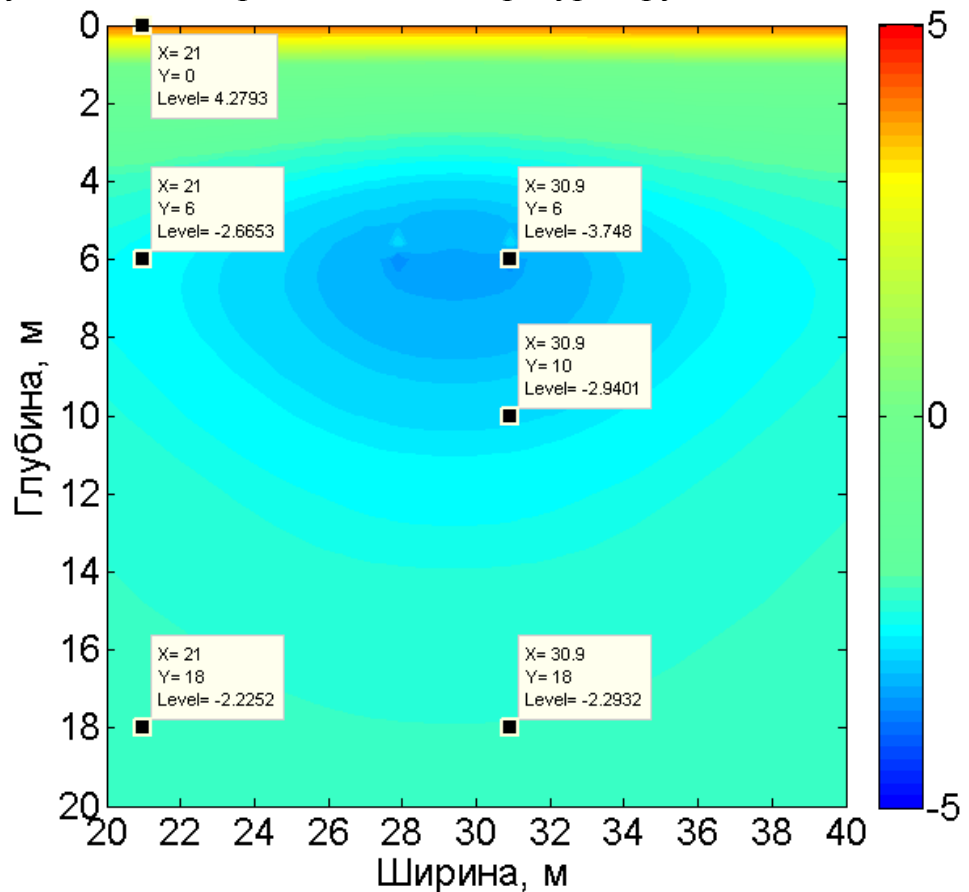


Рисунок 4.15 Распределение температуры грунта на конец 20 лета.

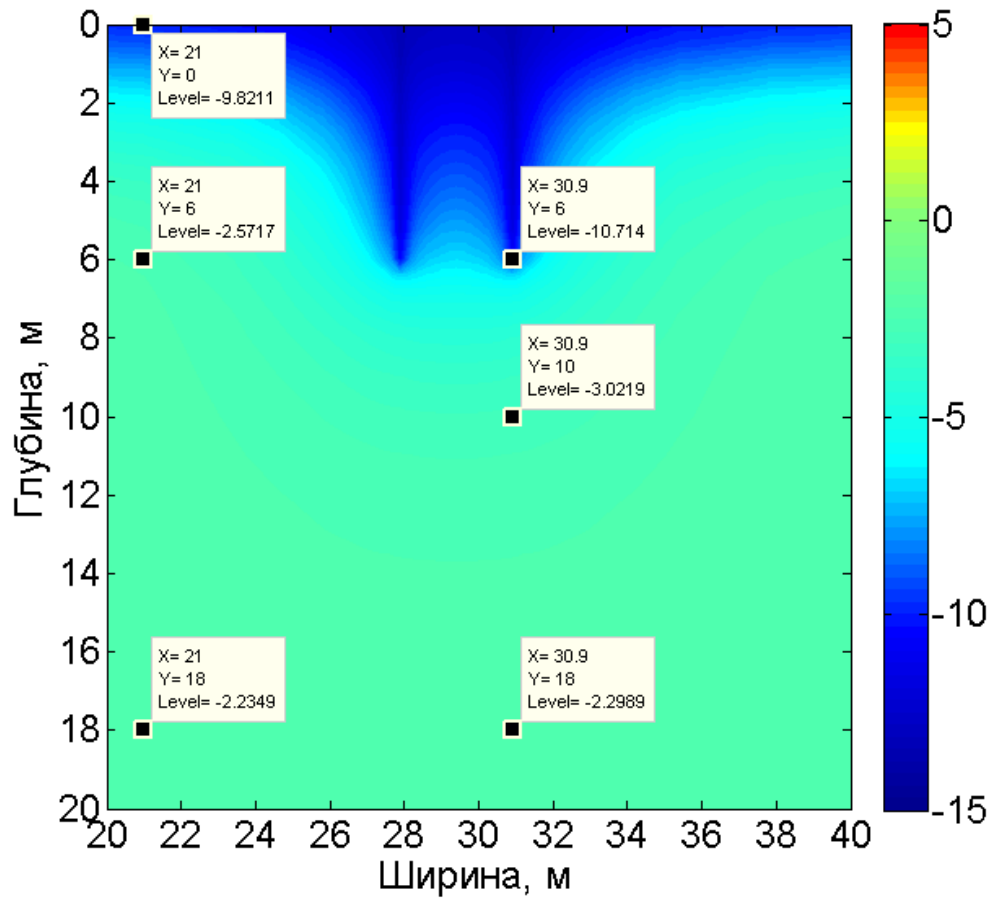


Рисунок 4.16 Распределение температуры грунта на конец 25 зимы.

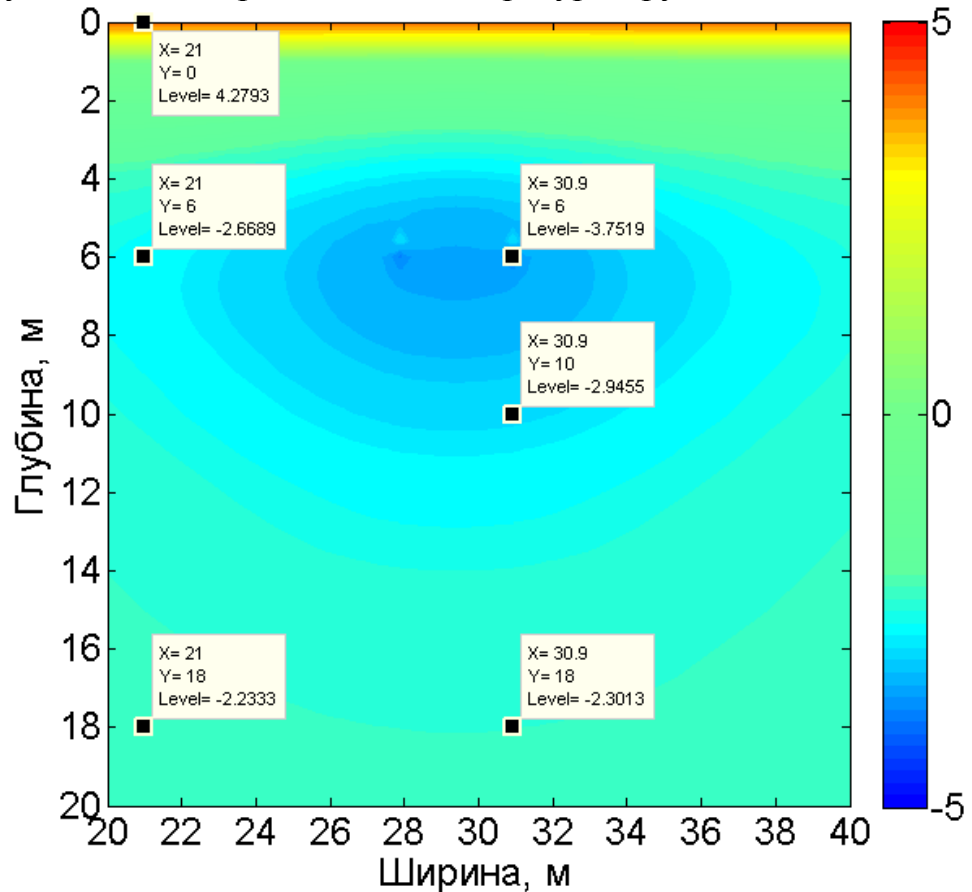


Рисунок 4.17 Распределение температуры грунта на конец 25 лета.

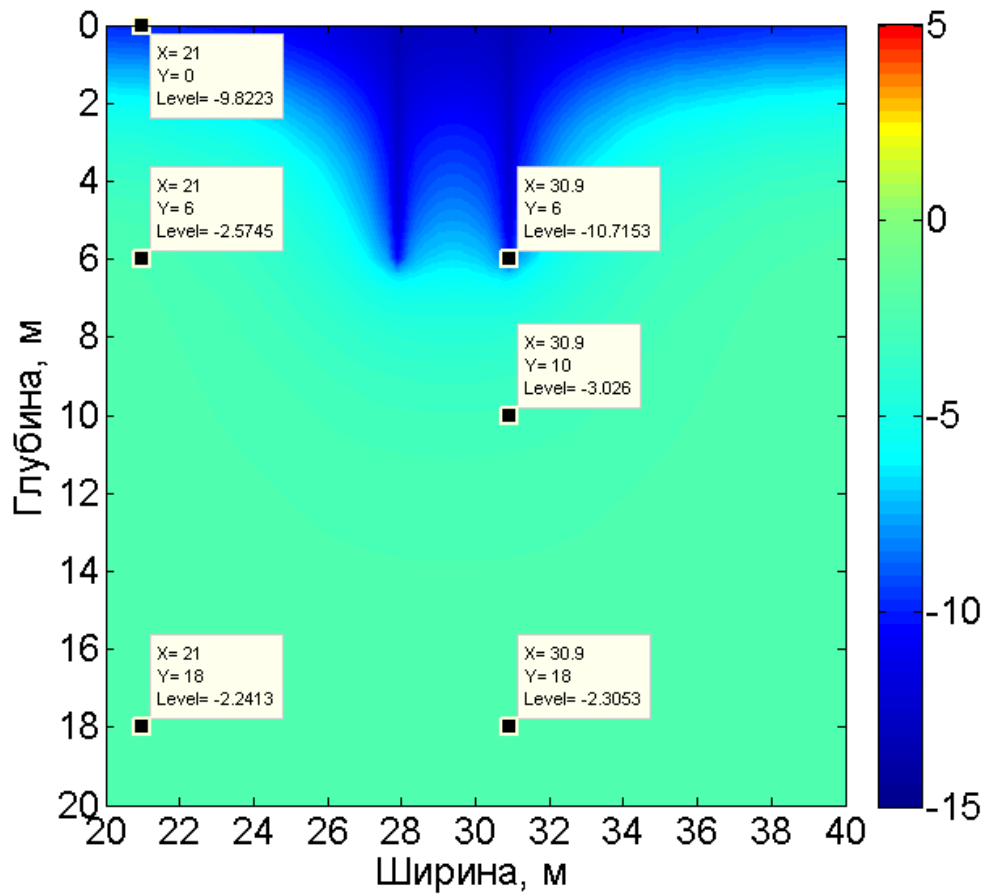


Рисунок 4.18 Распределение температуры грунта на конец 30 зимы.

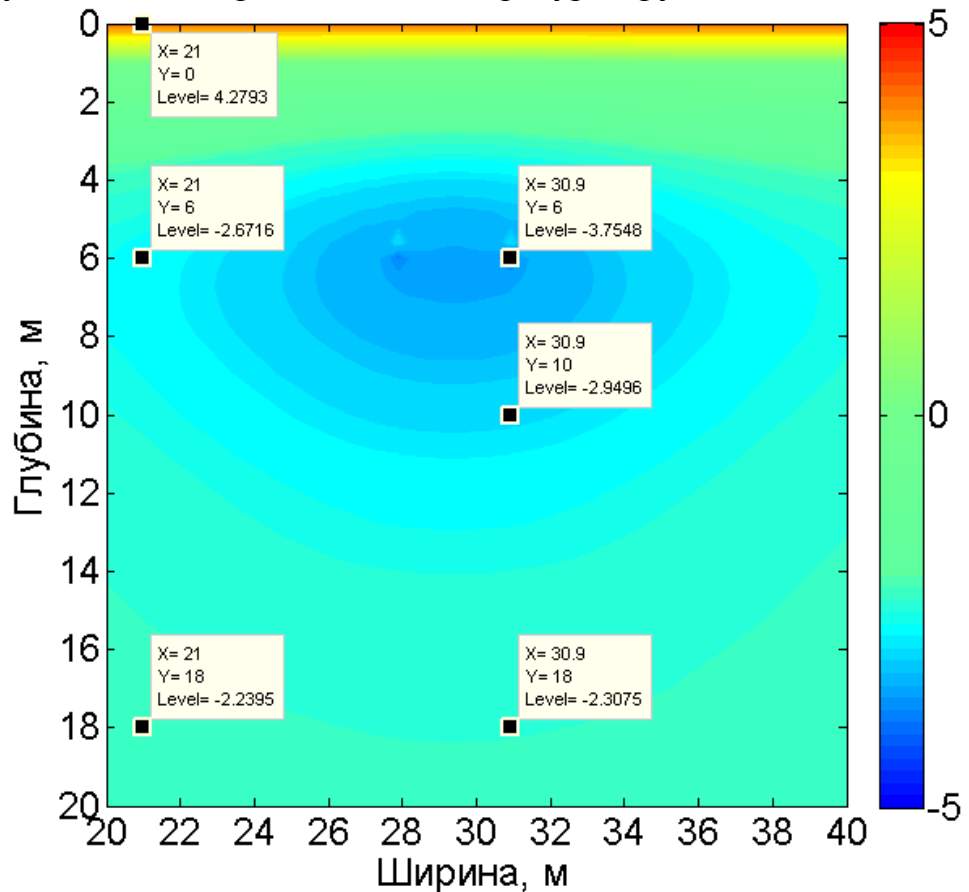


Рисунок 4.19 Распределение температуры грунта на конец 30 лета.

Из результатов расчета представленного на рисунках 4.2 – 4.19 хорошо видна динамика распространения теплового поля в грунте, вызванная охлаждающим влиянием двух термостабилизаторов и окружающего воздуха.

Если не учитывать в расчетах взаимное влияние термостабилизаторов, а пользоваться расчетами радиуса охлаждения только для одного термостабилизатора, то зона промерзания будет гораздо меньше, и количество термостабилизаторов для термостабилизации сооружения придется устанавливать больше. Поэтому расчет с учетом взаимного влияния физически оправдан и экономически выгоден.

4.2. Расчет поля температур ММГ в области с источником тепла и вертикальными естественно-конвективными охлаждающими устройствами.

Наибольший, с практической точки зрения, интерес представляет задача теплового взаимодействия источника тепла в грунте или на его поверхности, термостабилизаторов и самого грунта.

Тогда уравнение (4.16) примет вид [58]:

$$C(T) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + f \quad (4.35)$$

где f – функция определяющая наличие трубопровода в грунте.

Решение уравнения (4.35) аналогично приведенному выше методу. Алгоритм реализован в среде Matlab.

Ниже приведены результаты расчетов, результатами которых является динамика зоны промерзания и оттаивания грунта вокруг заглубленного трубопровода и установленных вблизи (1,5 м от оси трубопровода) термостабилизаторов. Шаг между парами термостабилизаторов вдоль трубопровода 2,0 м и 10, м.

Расчет проводился при климатических параметрах для поселка Новый Порт и приведены в 3 главе в таблице 3.2. В начальный момент времени (1 октября) температура грунта задавалась минус $-2,0$ °С.

В расчете приняты параметры трубопровода описанные в 3 параграфе 3 главы. Взаимодействие трубопровода с грунтом описывается граничным условием третьего рода. Для этого на поверхности трубопровода записывается условие теплопередачи в грунт через слой теплоизоляции [30]:

$$K = \frac{2\pi L\lambda}{\ln\left(\frac{r+\delta}{r}\right)} \quad (4.36)$$

Как показано выше температурное поле 12-ти угольной трубы практически совпадает с таковым для круглой трубы уже на расстоянии половины радиуса трубы.

Для проведения расчета задавался неоднородный по глубине и однородный по ширине инженерно-геологический разрез многолетнемерзлых пород. Теплофизические свойства грунта принимались в соответствии и таблицей 3.3.

Расчетная область моделирования представляет собой трехмерный фрагмент, ограниченный сверху дневной поверхностью, снизу – плоскостью, расположенной на достаточно большой глубине (100 м), чтобы исключить искажение результатов прогнозного расчета. На боковых гранях расчетной области задается нулевой тепловой поток, что соответствует условию симметрии. Работа охлаждающих устройств моделируется граничными условиями третьего рода с параметрами, зависящими от времени, как показано в 3 и 4 главе диссертационной работы. Расчетная область при шаге между парами термостабилизаторов 2,0 м имеет размеры 29,4x1,0x100,0 м (по осям x, y, z соответственно), при шаге между термостабилизаторами 10,0 м имеет размеры 29,4x5x100 м. Расчетный период составляет 30 лет с шагом по времени один месяц. Такой временной шаг позволяет учесть изменение колебаний температуры воздуха и проследить за динамикой работы вертикальных естественно-конвективных охлаждающих устройств.

На рисунках 4.20– 4.91 представлены результаты прогнозного расчета.

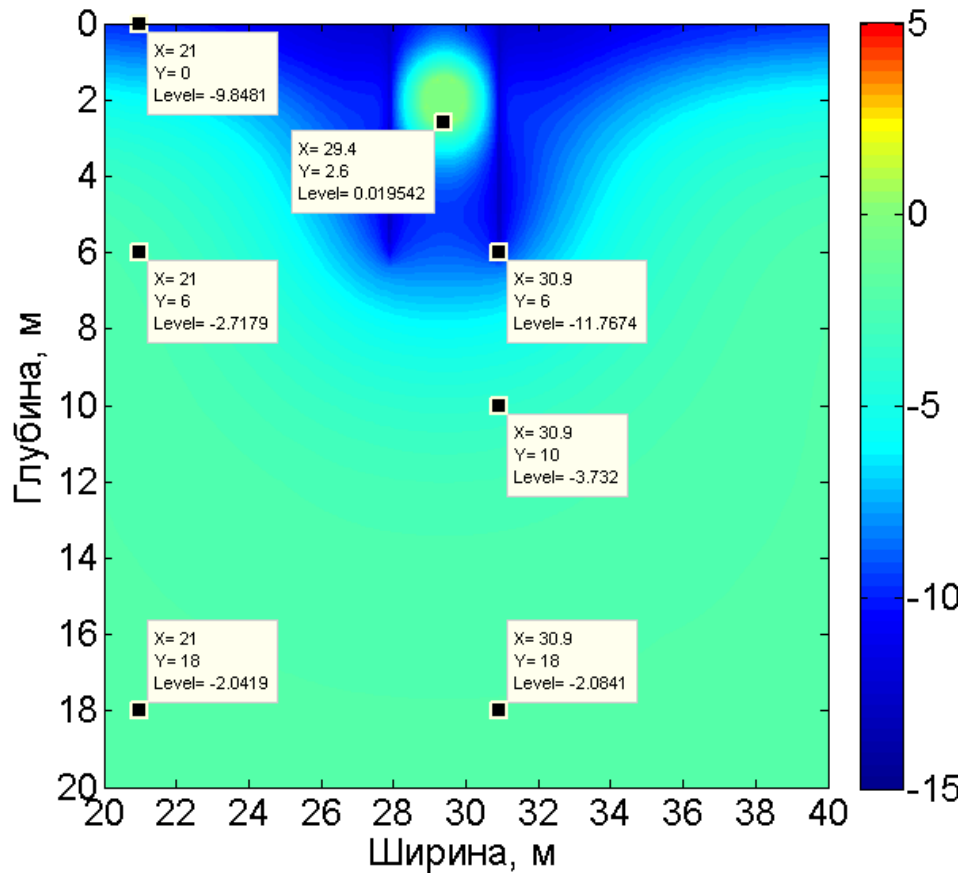


Рисунок 4.20 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 1 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

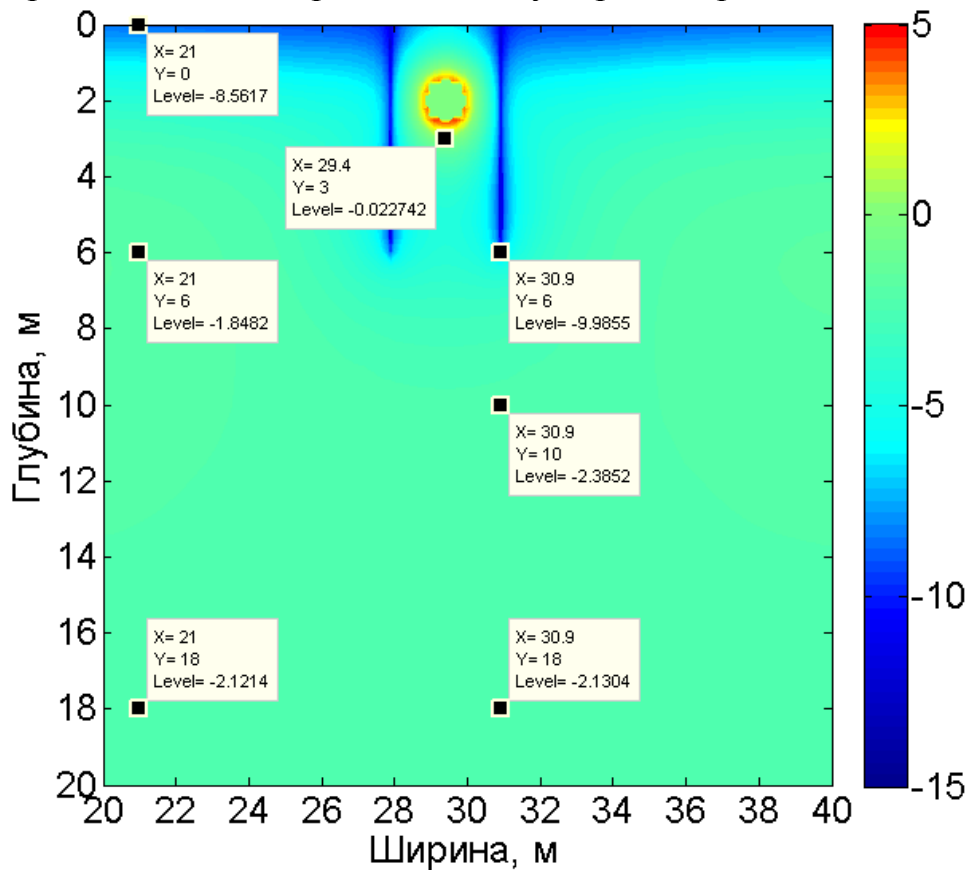


Рисунок 4.21 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 1 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

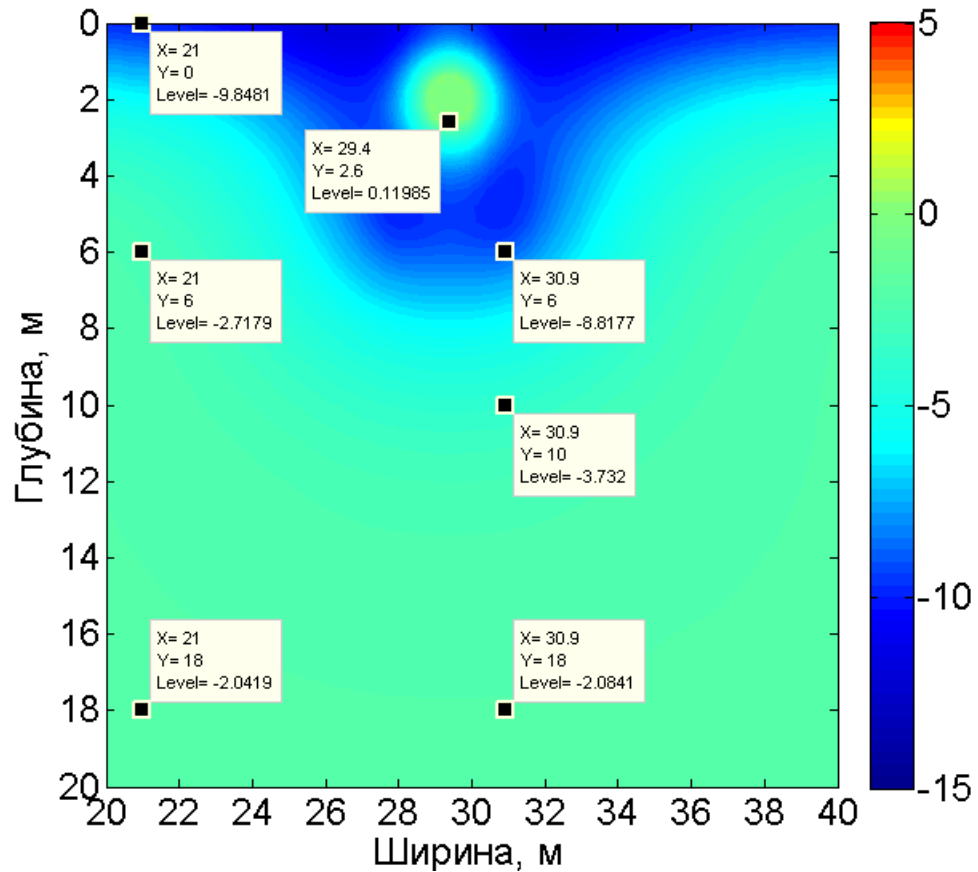


Рисунок 4.22 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 1 расчетного года при шаге между парами 2 м

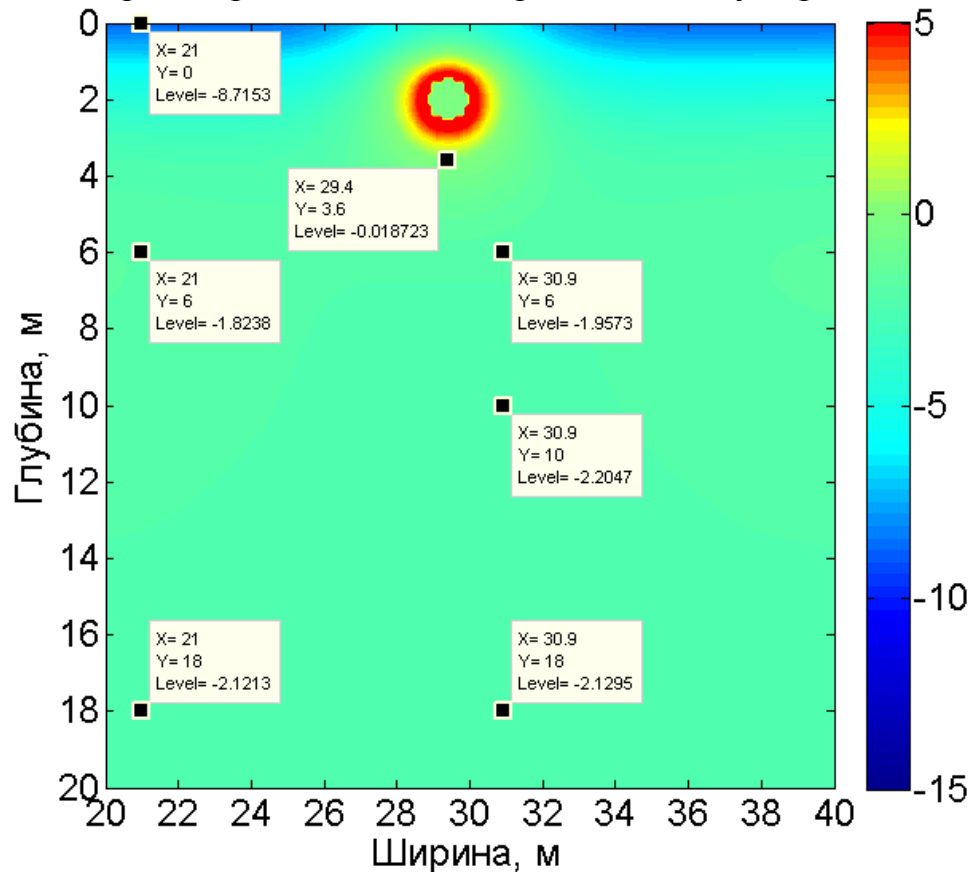


Рисунок 4.23 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 1 расчетного года при шаге между парами 10 м

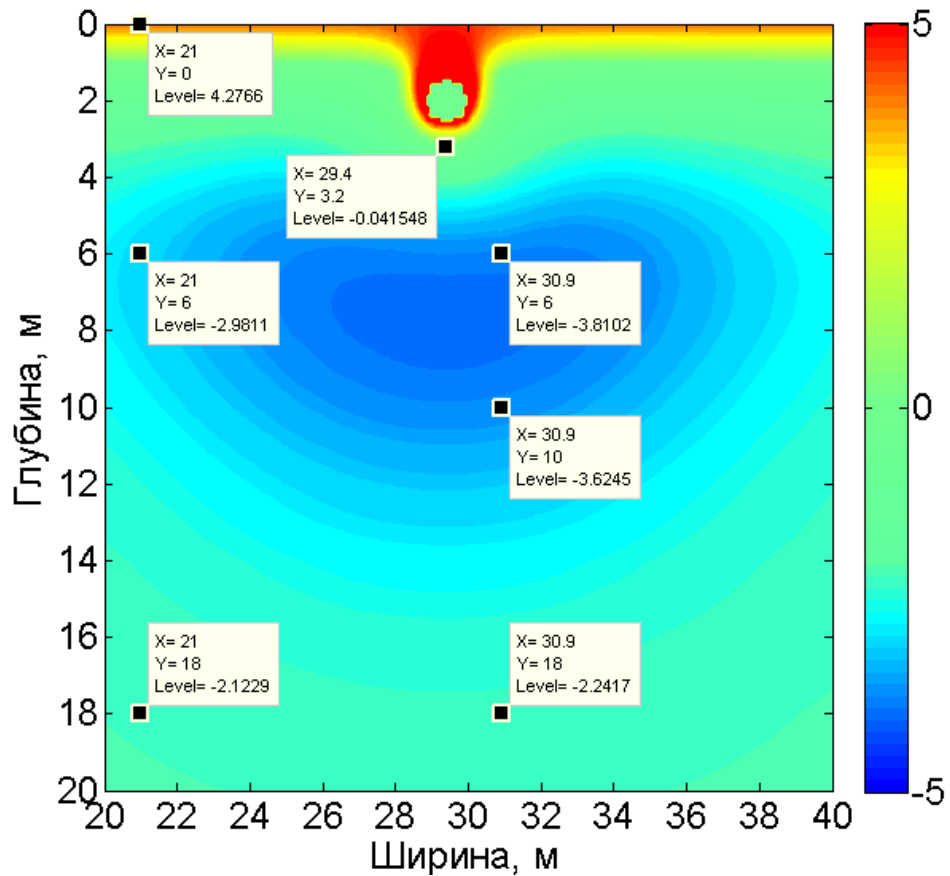


Рисунок 4.24 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 1 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

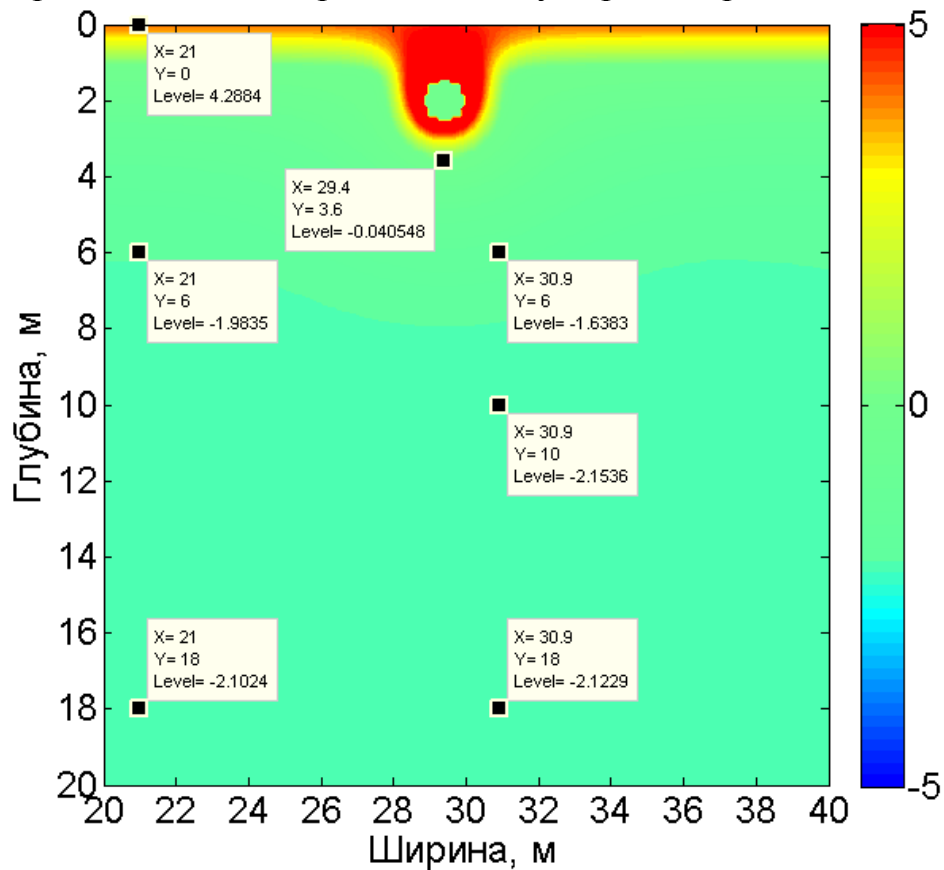


Рисунок 4.25 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 1 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

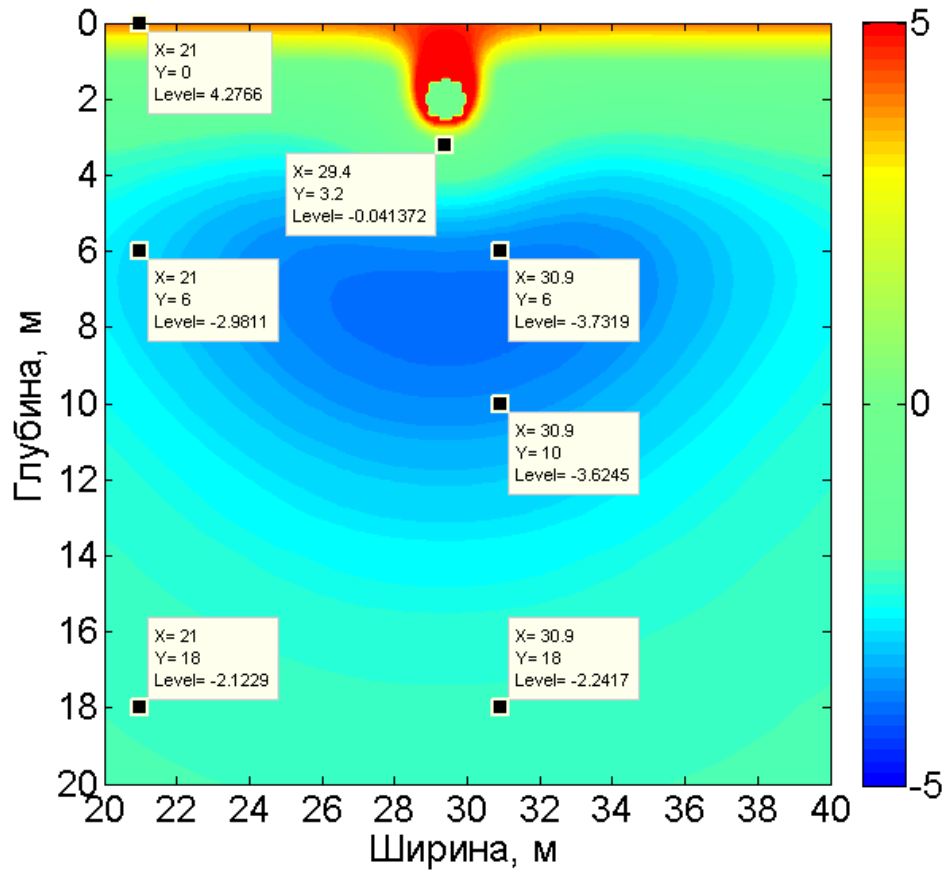


Рисунок 4.26 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 1 расчетного года при шаге между парами 2 м

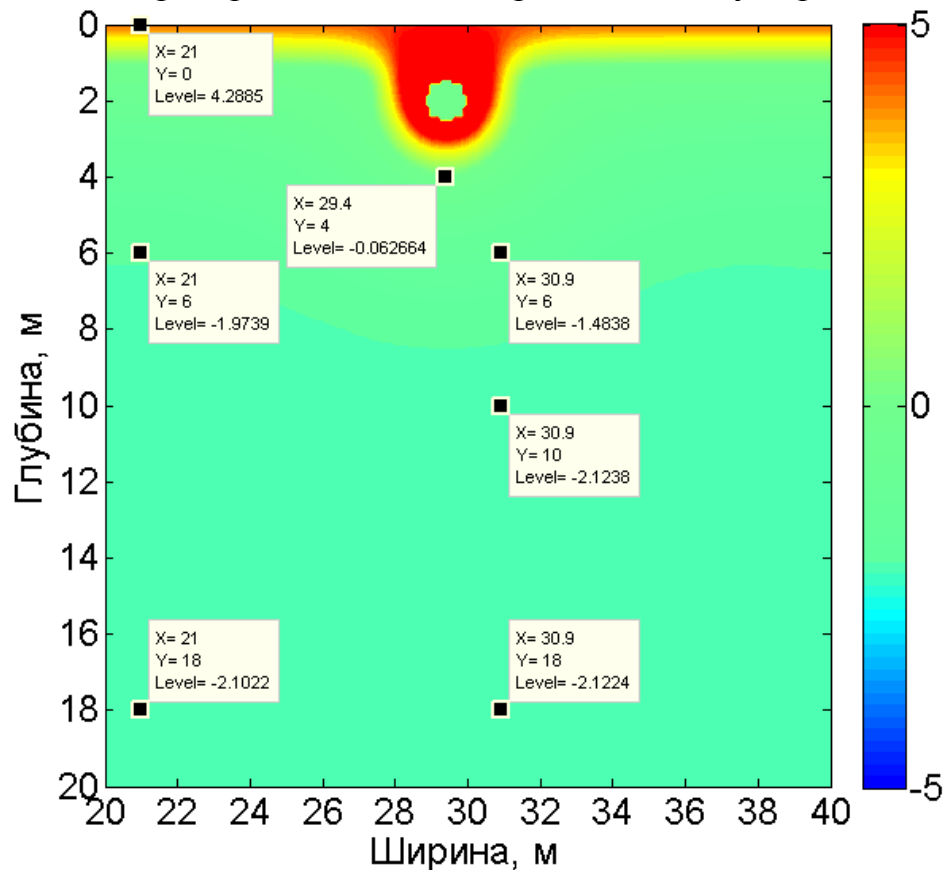


Рисунок 4.27 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 1 расчетного года при шаге между парами 10 м

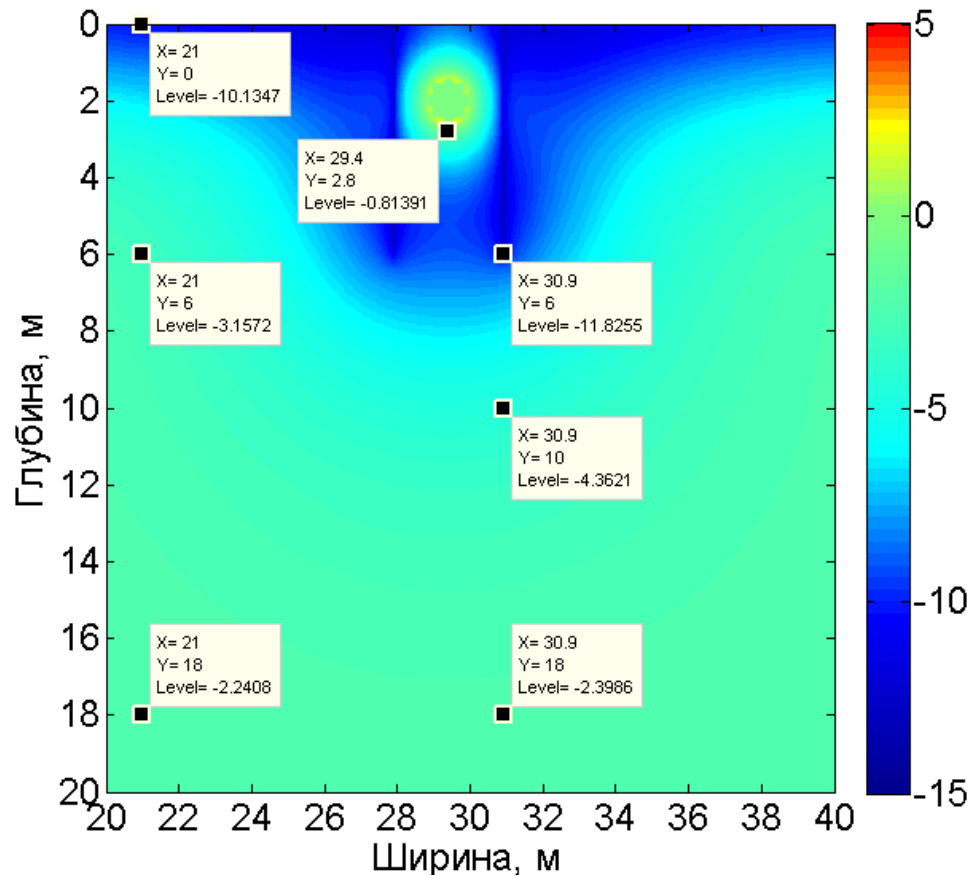


Рисунок 4.28 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 2 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

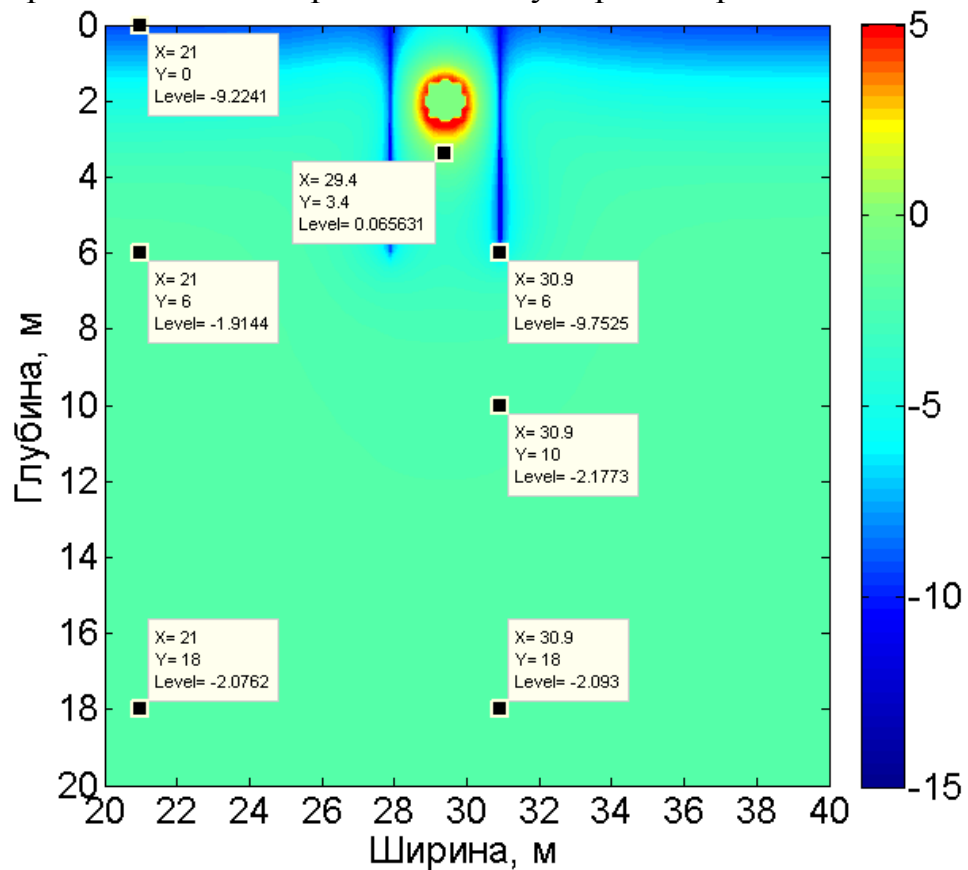


Рисунок 4.29 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 2 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

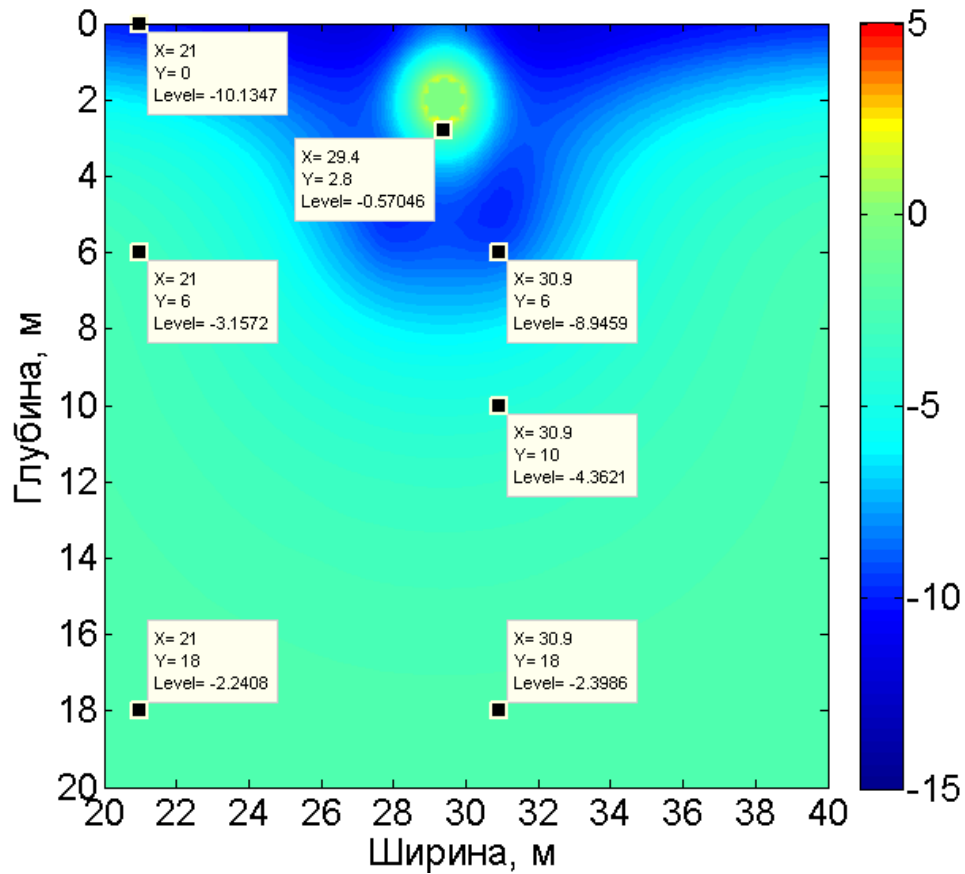


Рисунок 4.30 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 2 расчетного года при шаге между парами 2 м

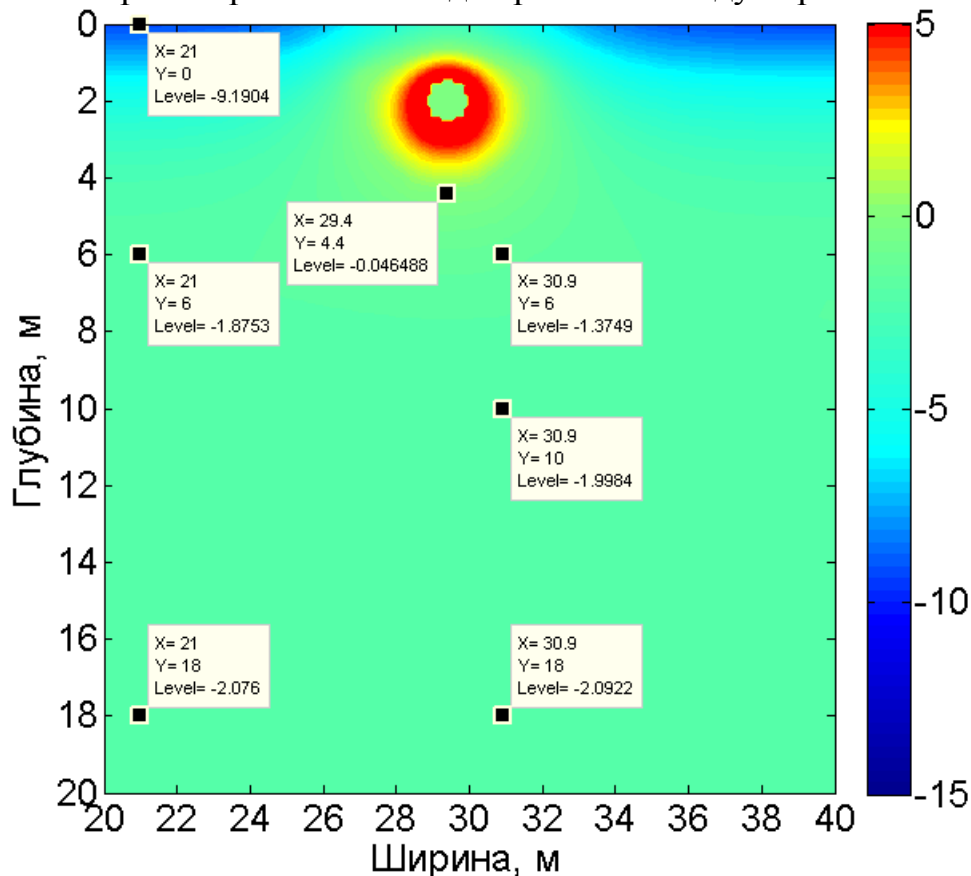


Рисунок 4.31 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 2 расчетного года при шаге между парами 10 м

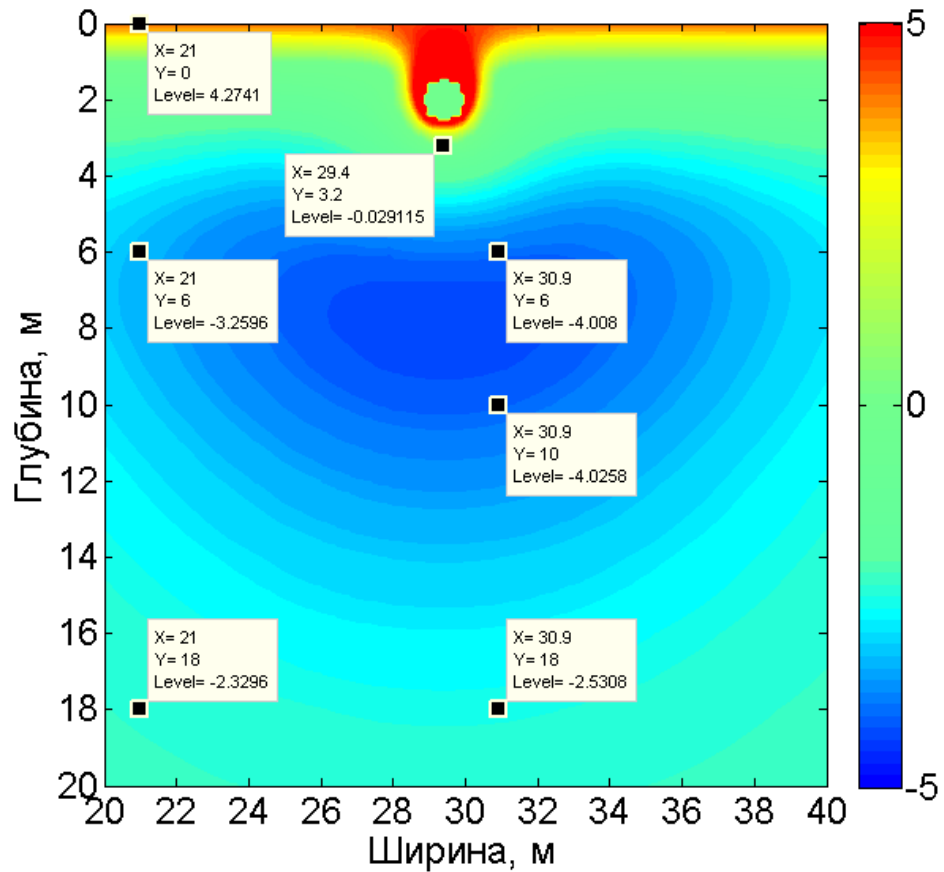


Рисунок 4.32 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 2 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

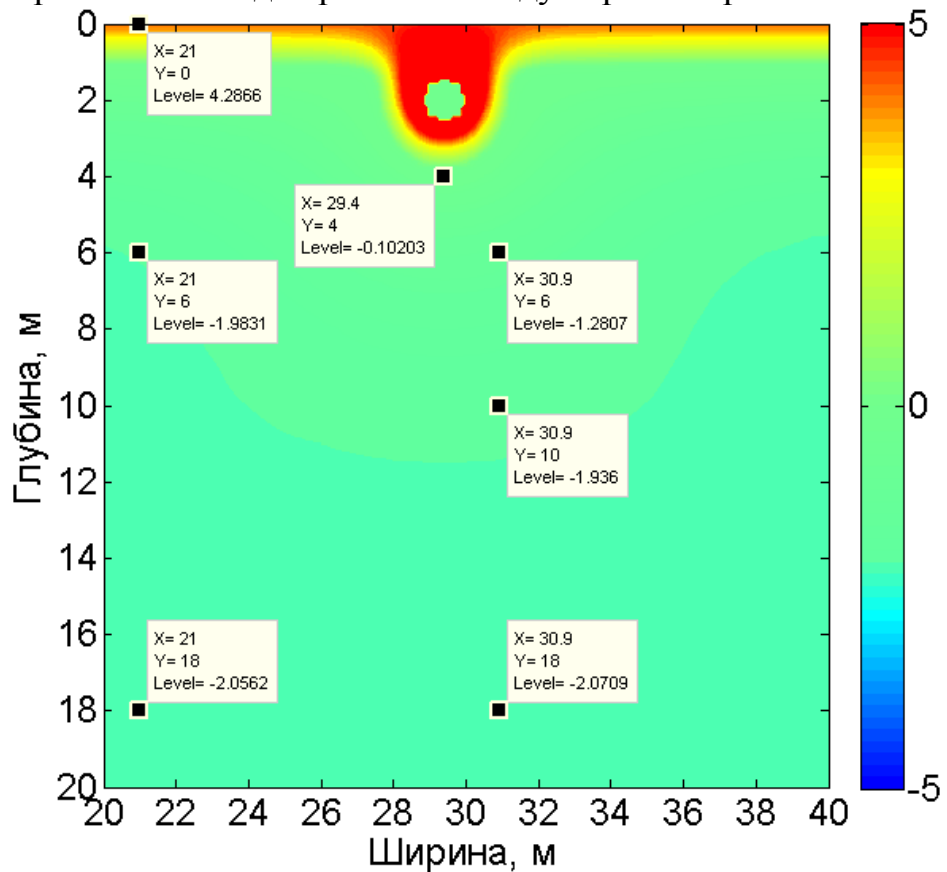


Рисунок 4. 33 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 2 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

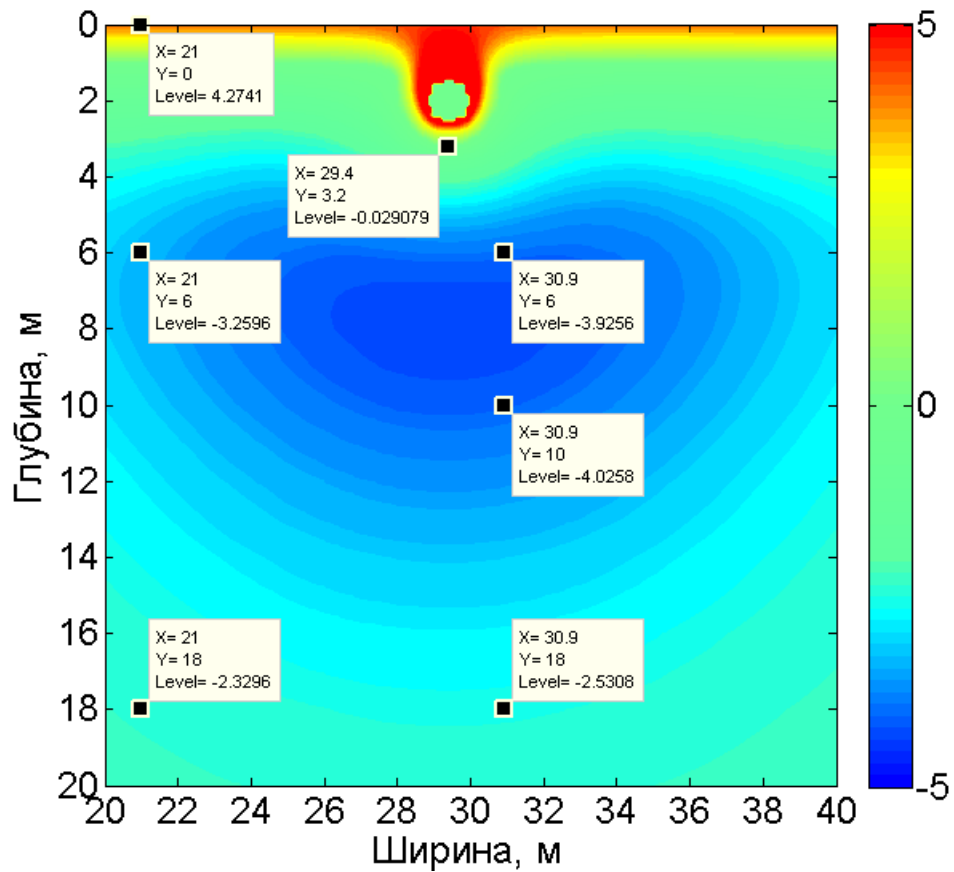


Рисунок 4.34 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 2 расчетного года при шаге между парами 2 м

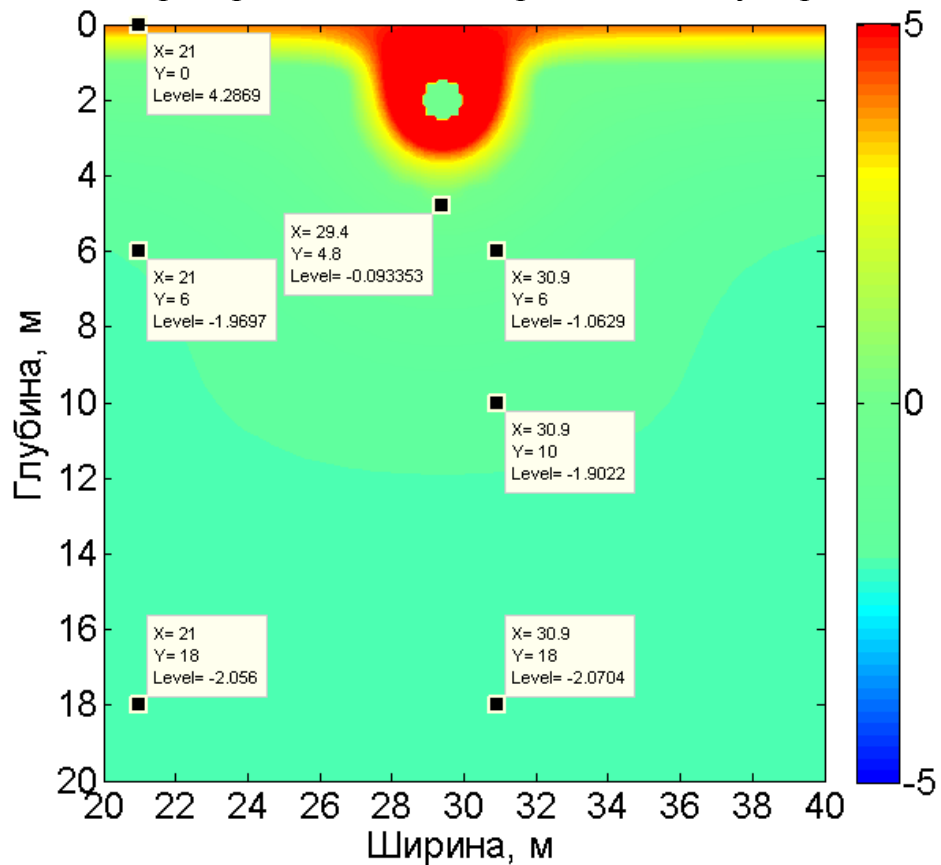


Рисунок 4.35 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 2 расчетного года при шаге между парами 10 м

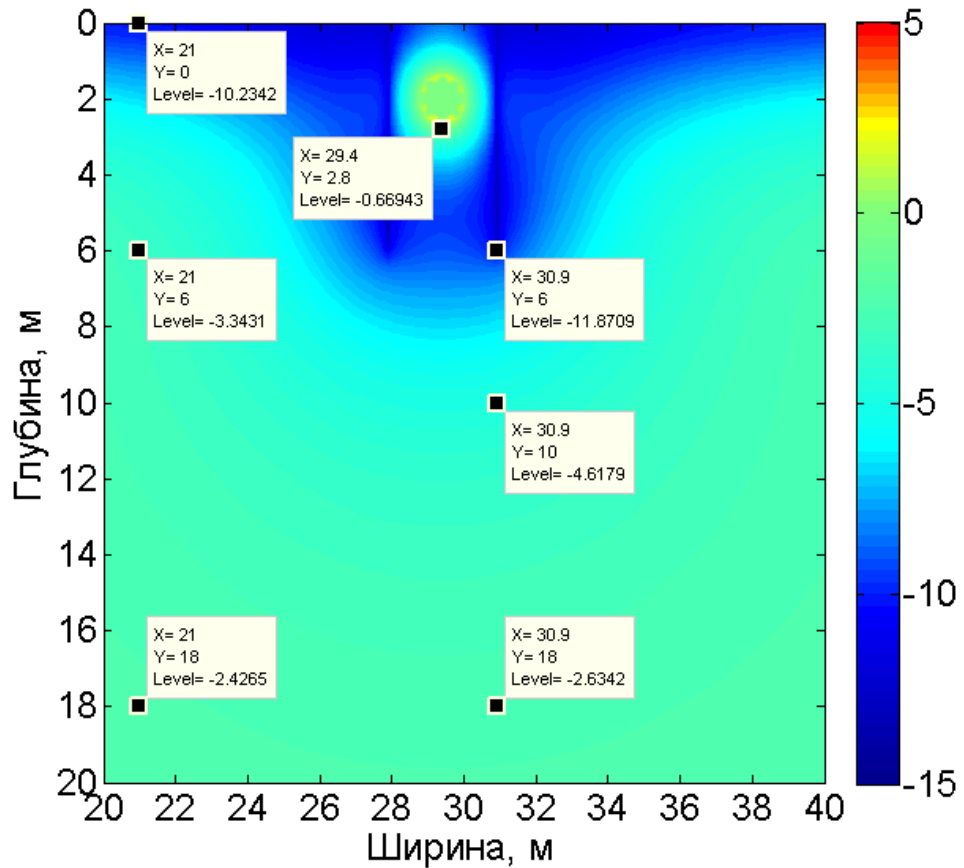


Рисунок 4.36 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 3 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

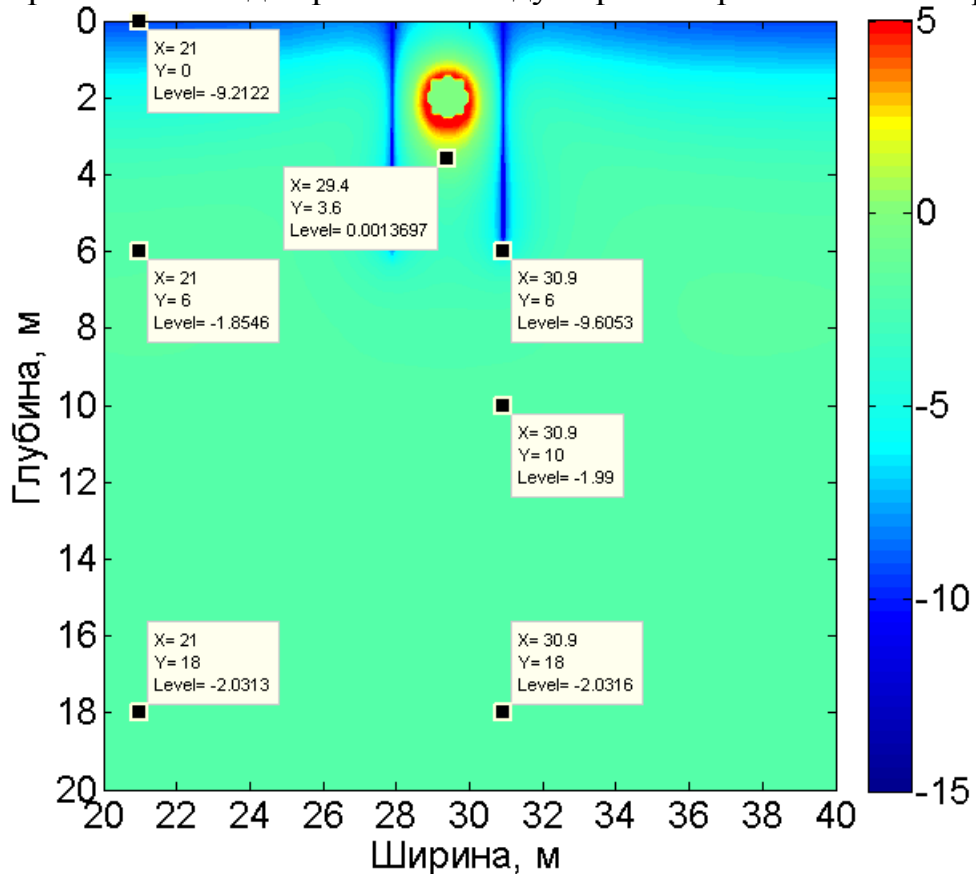


Рисунок 4.37 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 3 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

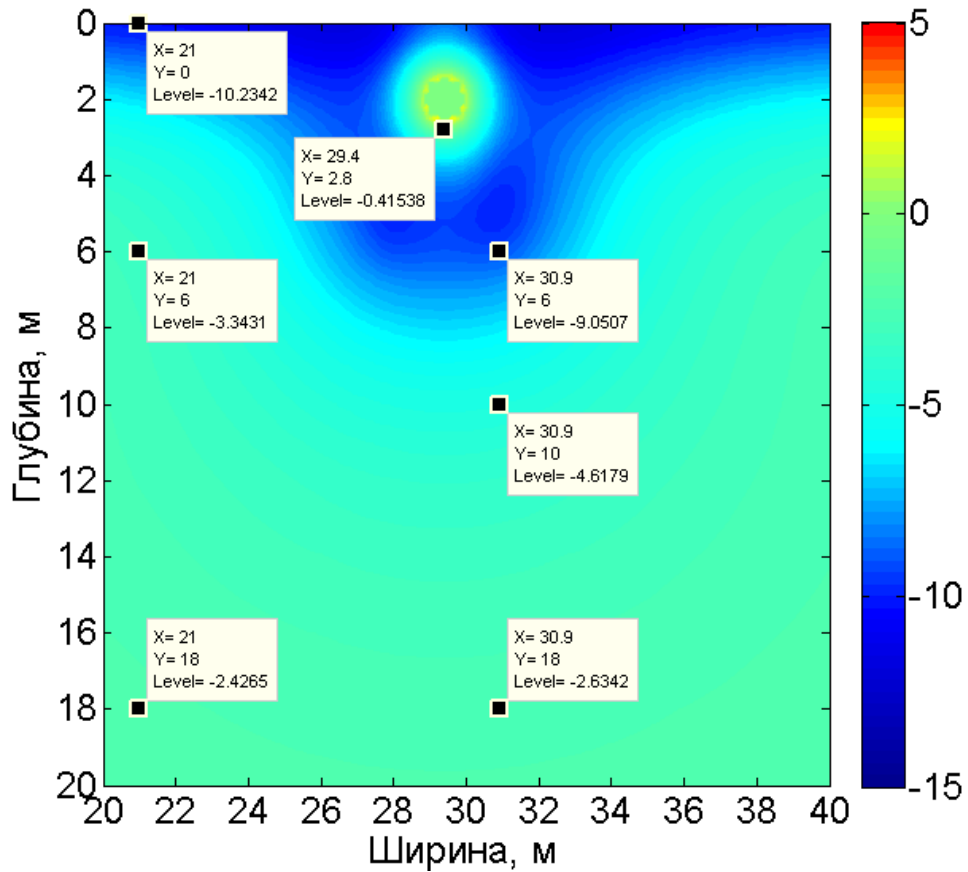


Рисунок 4.38 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 3 расчетного года при шаге между парами 2 м

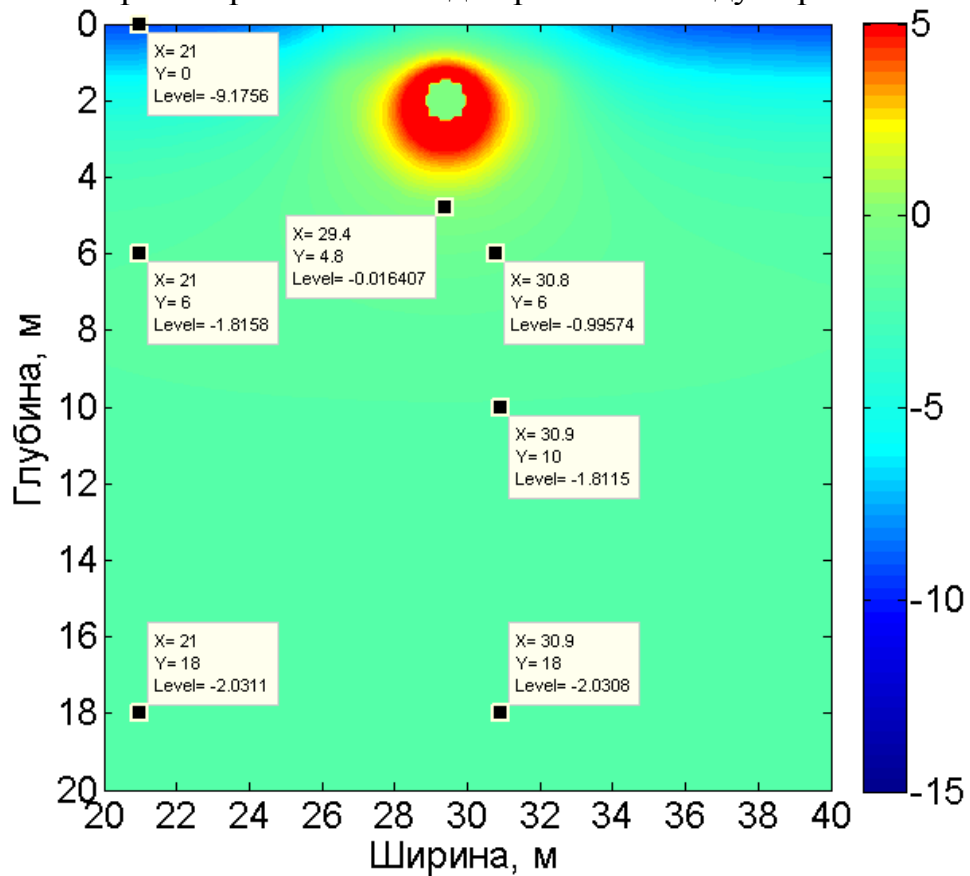


Рисунок 4.39 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 3 расчетного года при шаге между парами 10 м

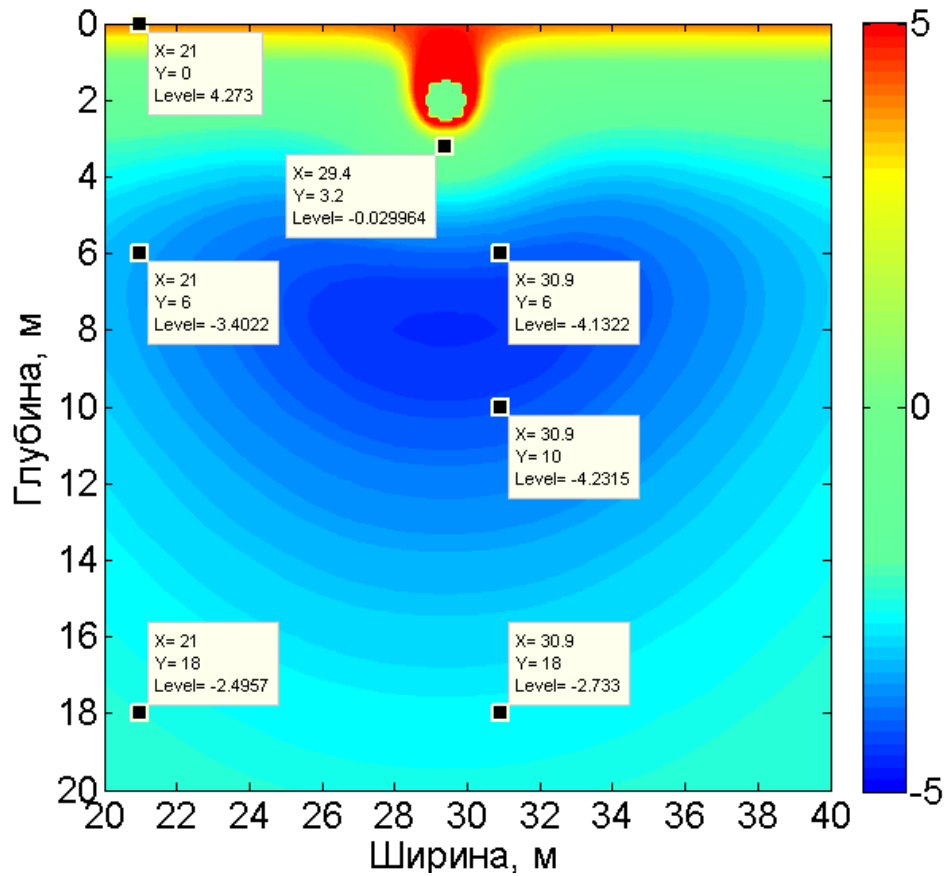


Рисунок 4.40 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 3 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

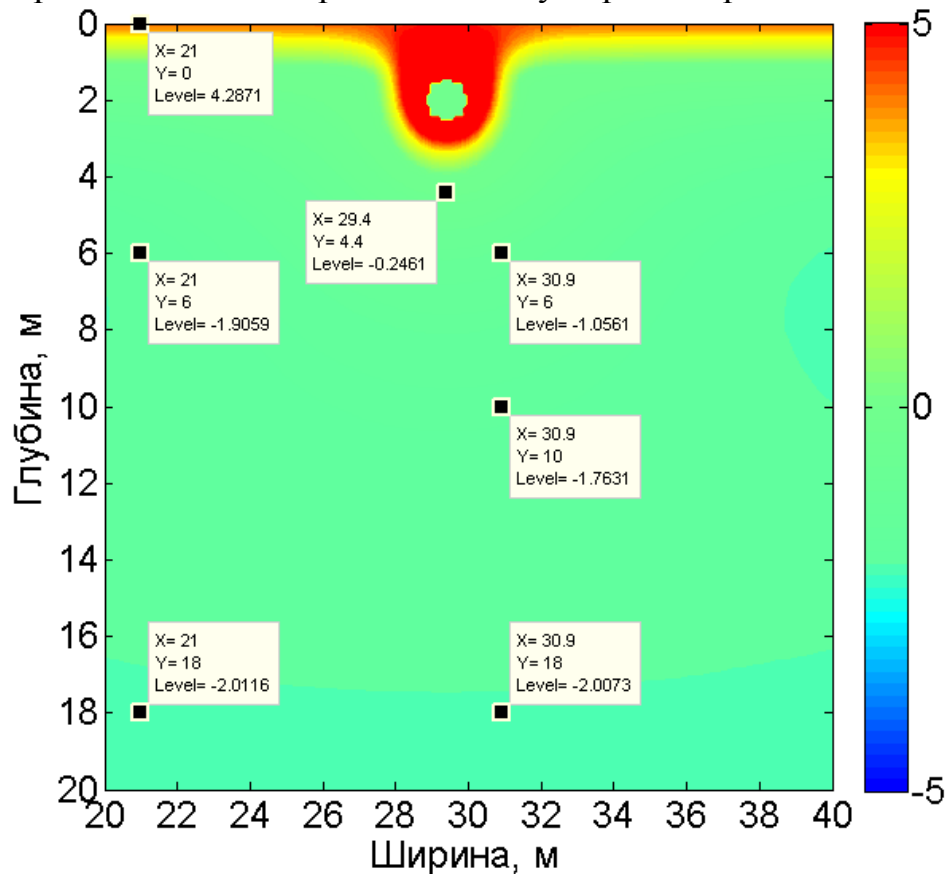


Рисунок 4.41 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 3 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

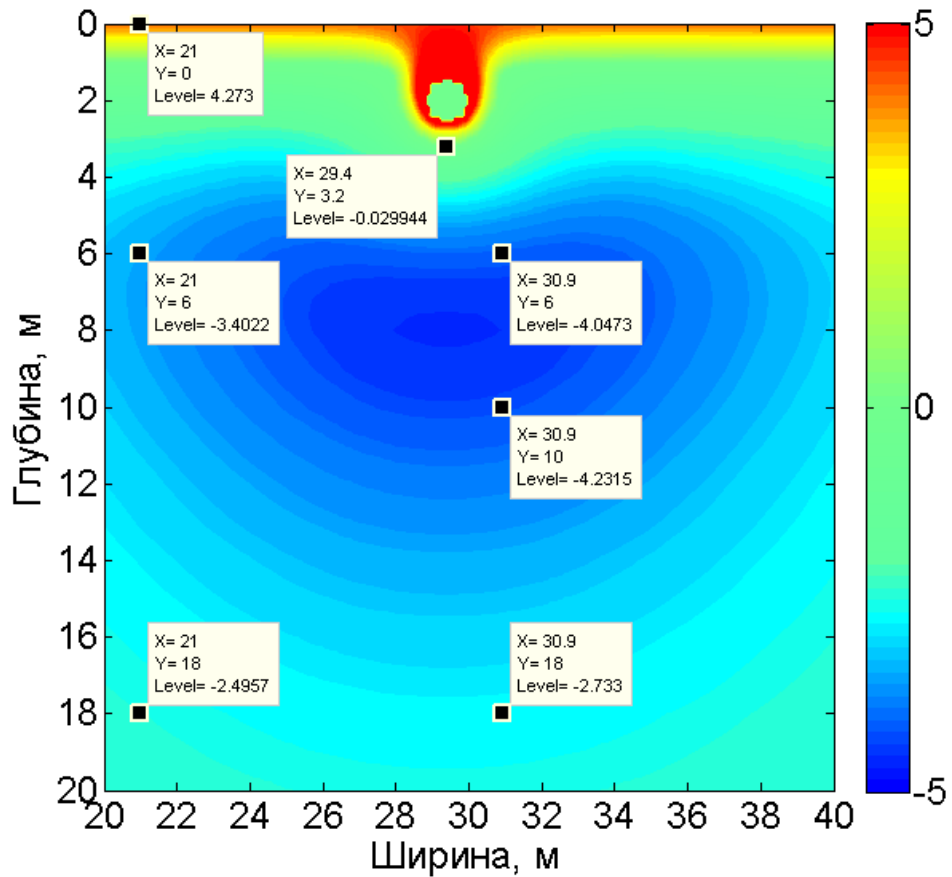


Рисунок 4.42 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 3 расчетного года при шаге между парами 2 м

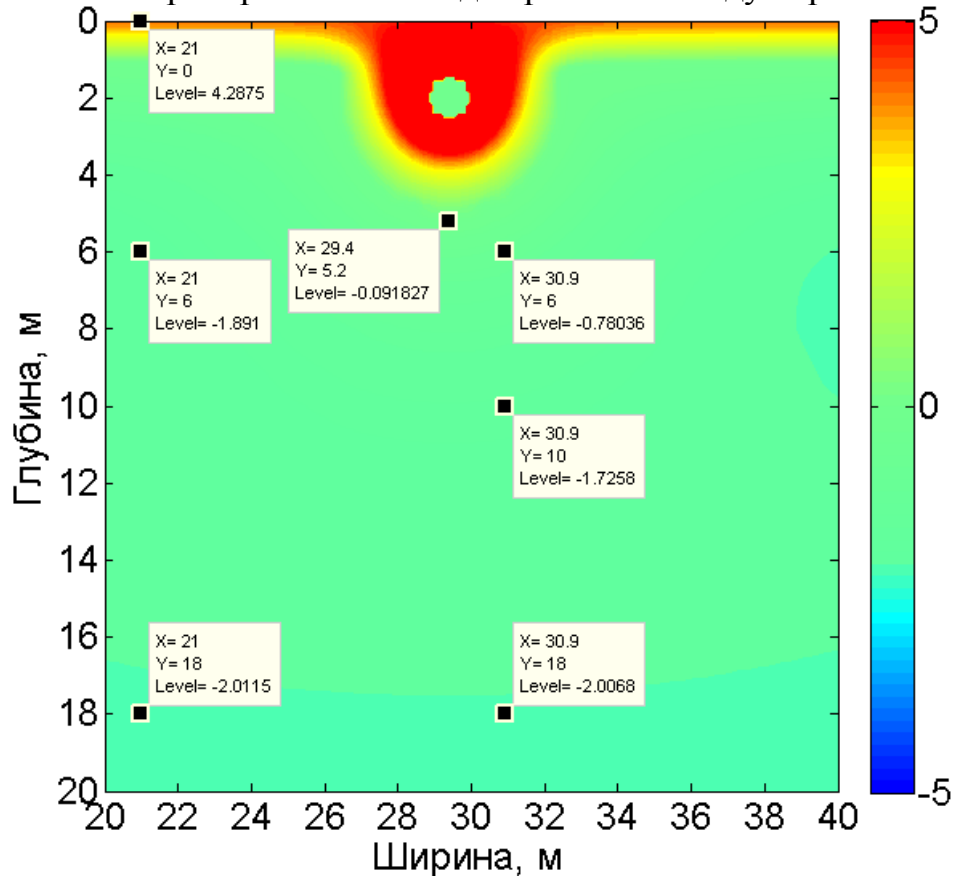


Рисунок 4.43 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 3 расчетного года при шаге между парами 10 м

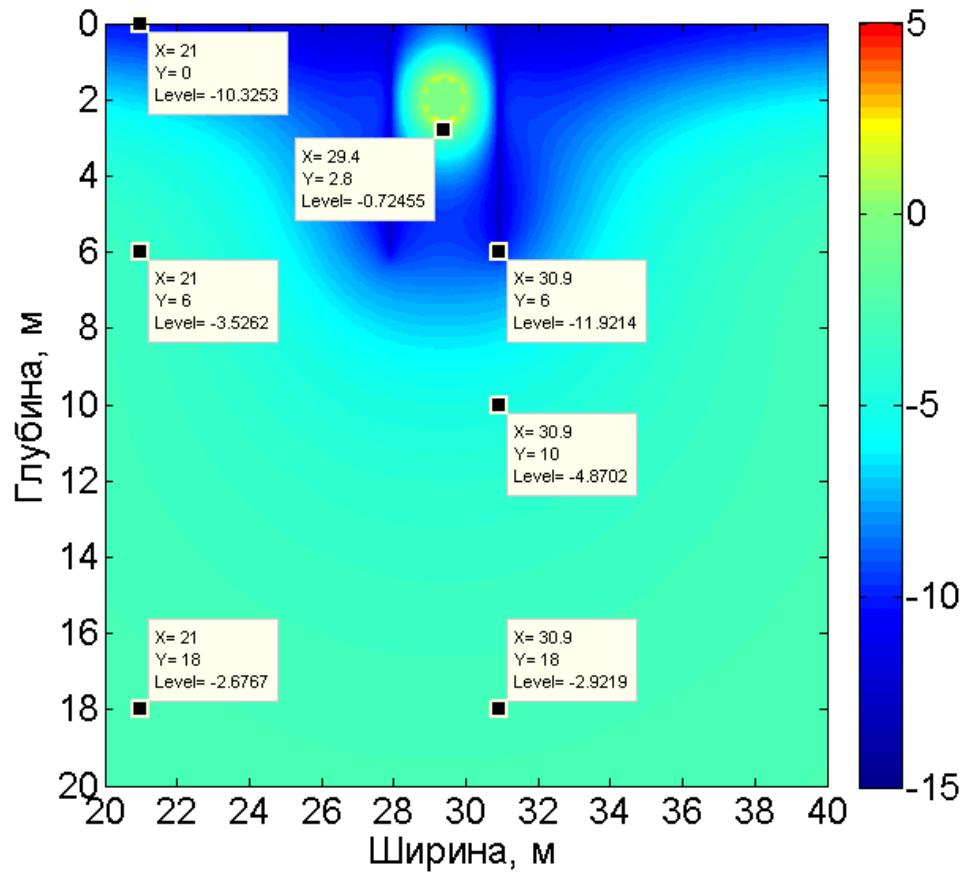


Рисунок 4.44 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 5 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

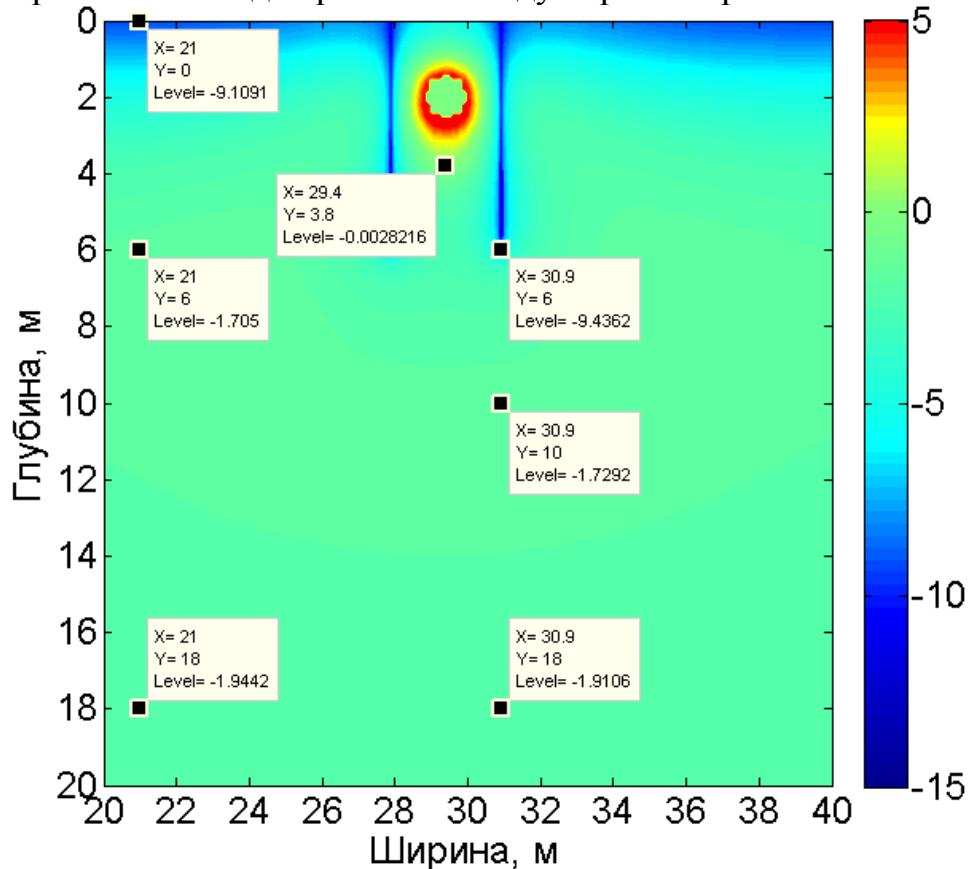


Рисунок 4.45 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 5 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

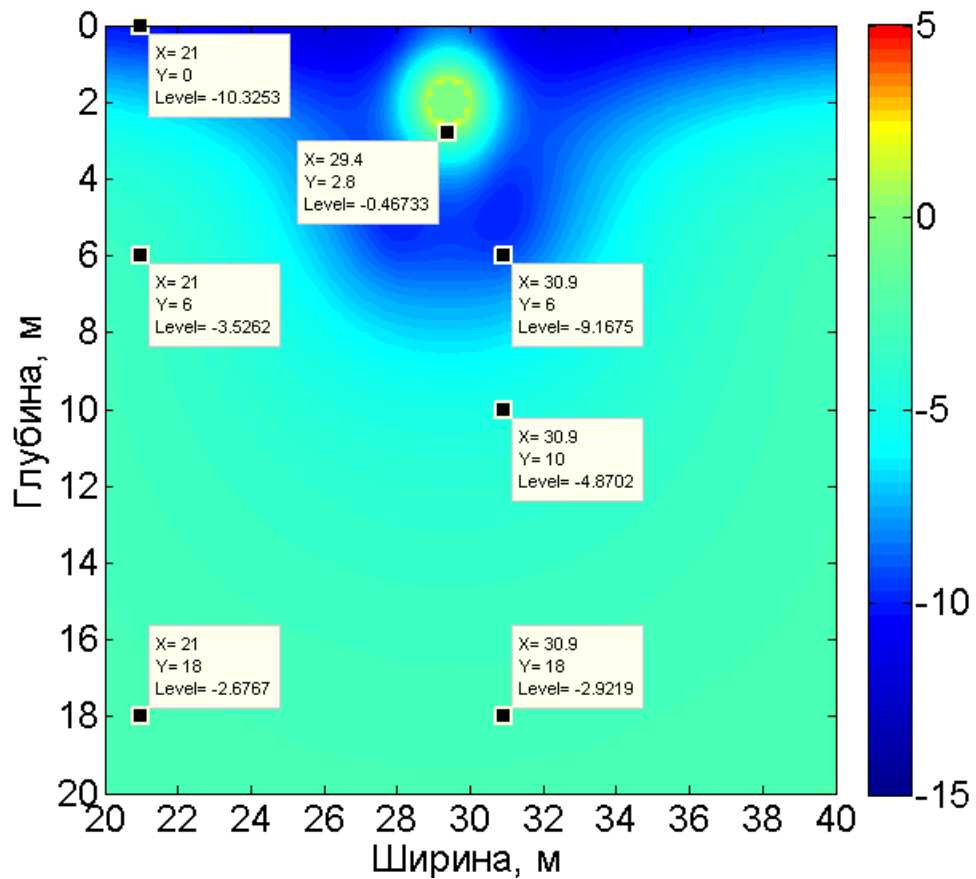


Рисунок 4.46 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 5 расчетного года при шаге между парами 2 м

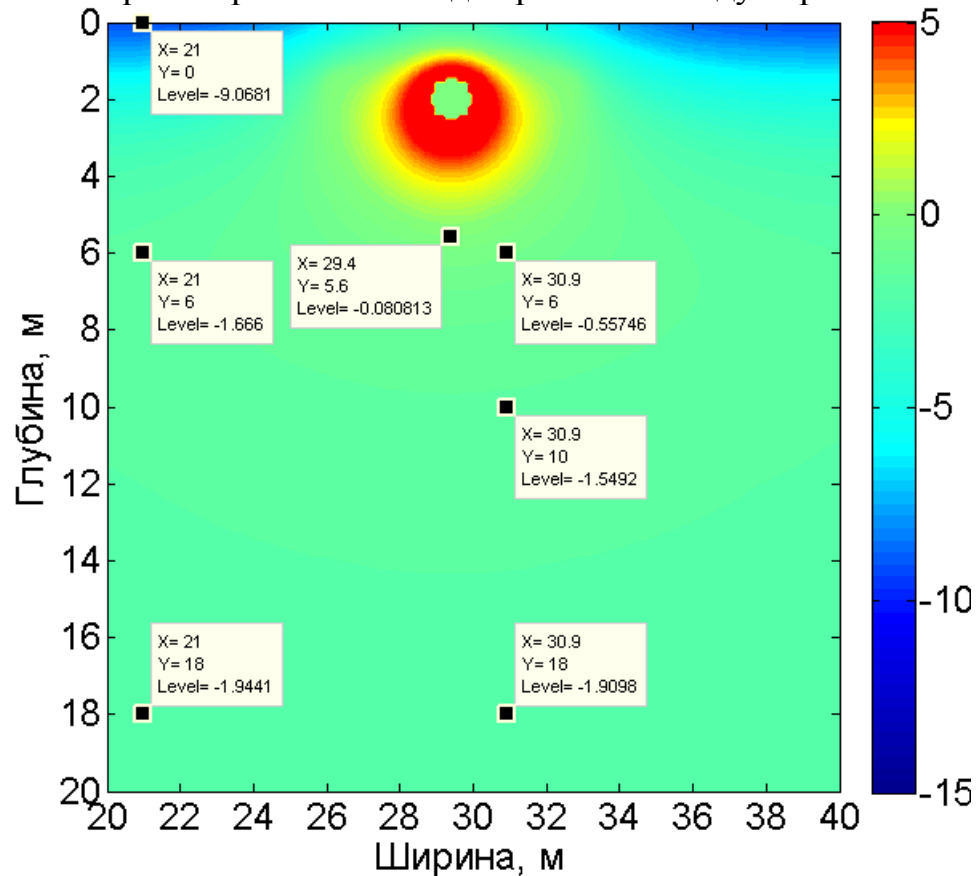


Рисунок 4.47 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 5 расчетного года при шаге между парами 10 м

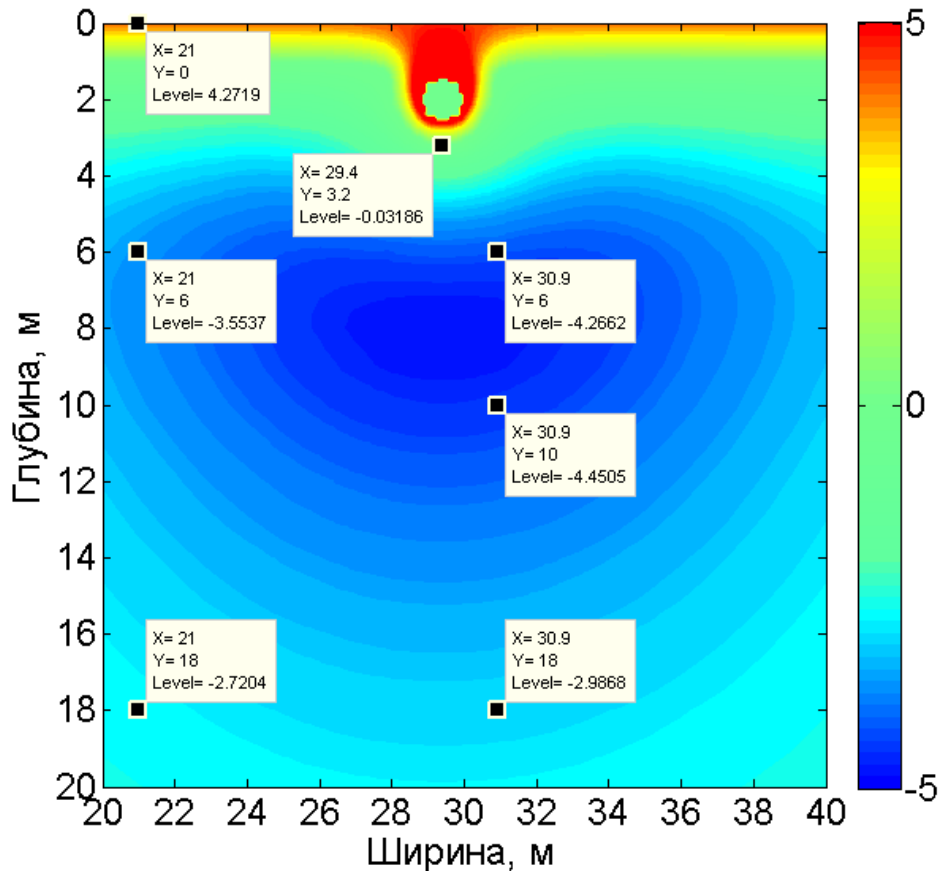


Рисунок 4.48 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 5 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

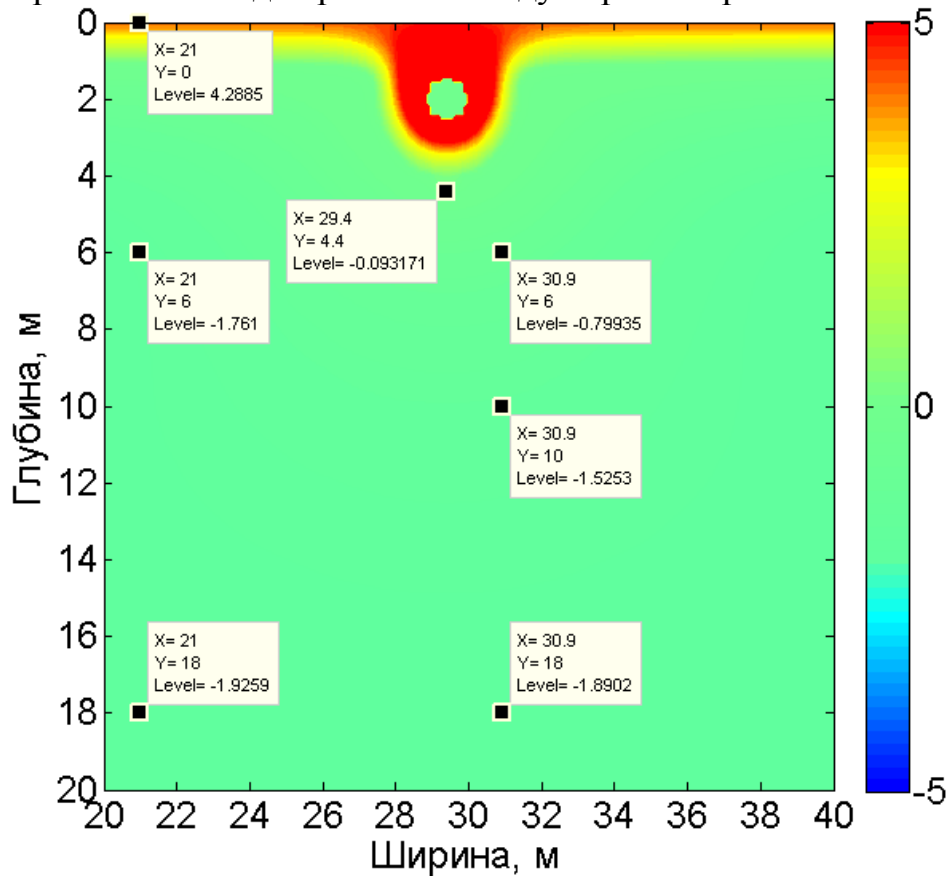


Рисунок 4.49 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 5 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

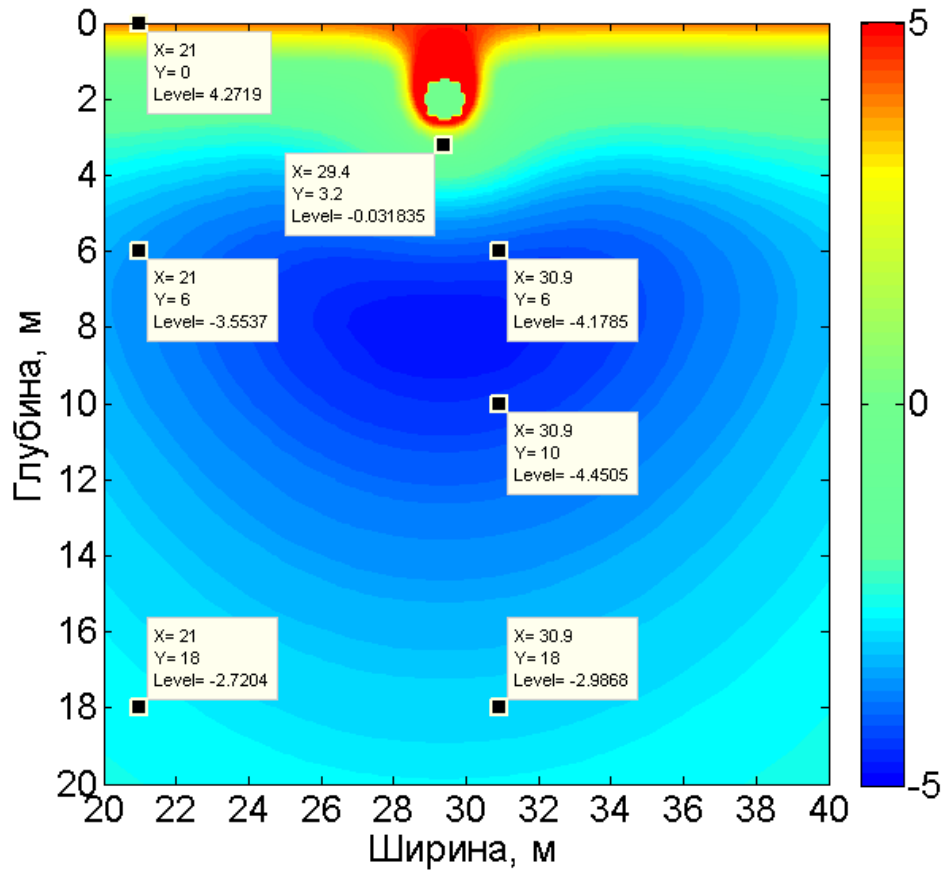


Рисунок 4.50 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 5 расчетного года при шаге между парами 2 м

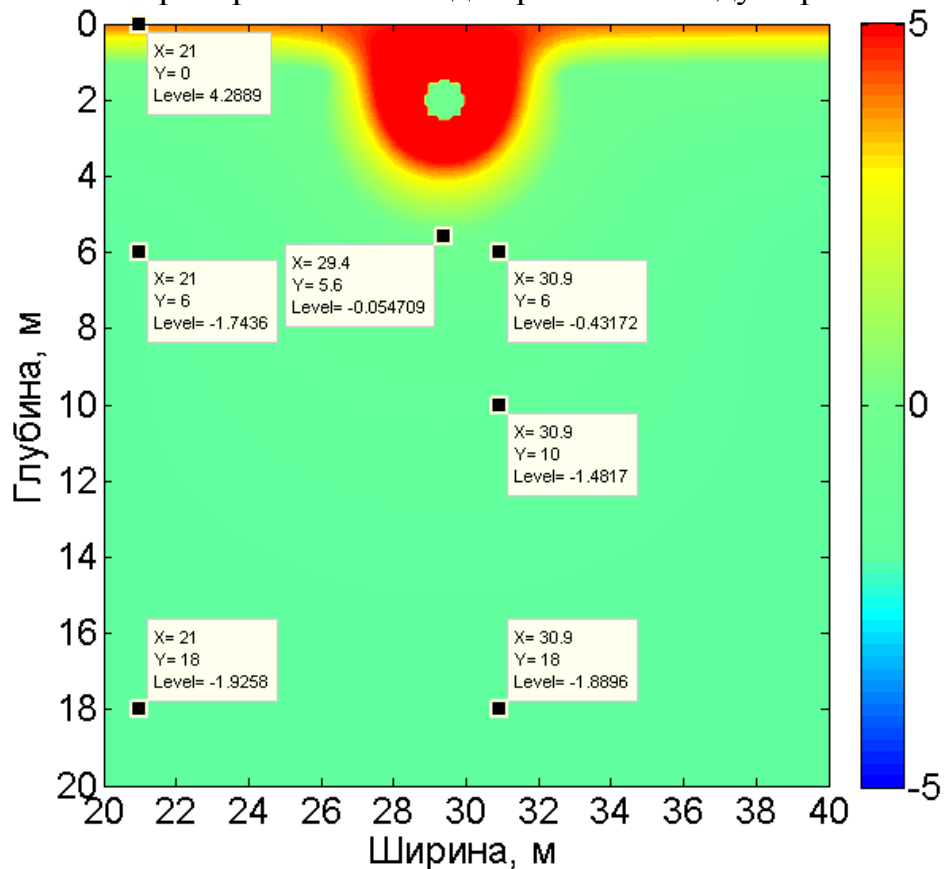


Рисунок 4.51 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 5 расчетного года при шаге между парами 10 м

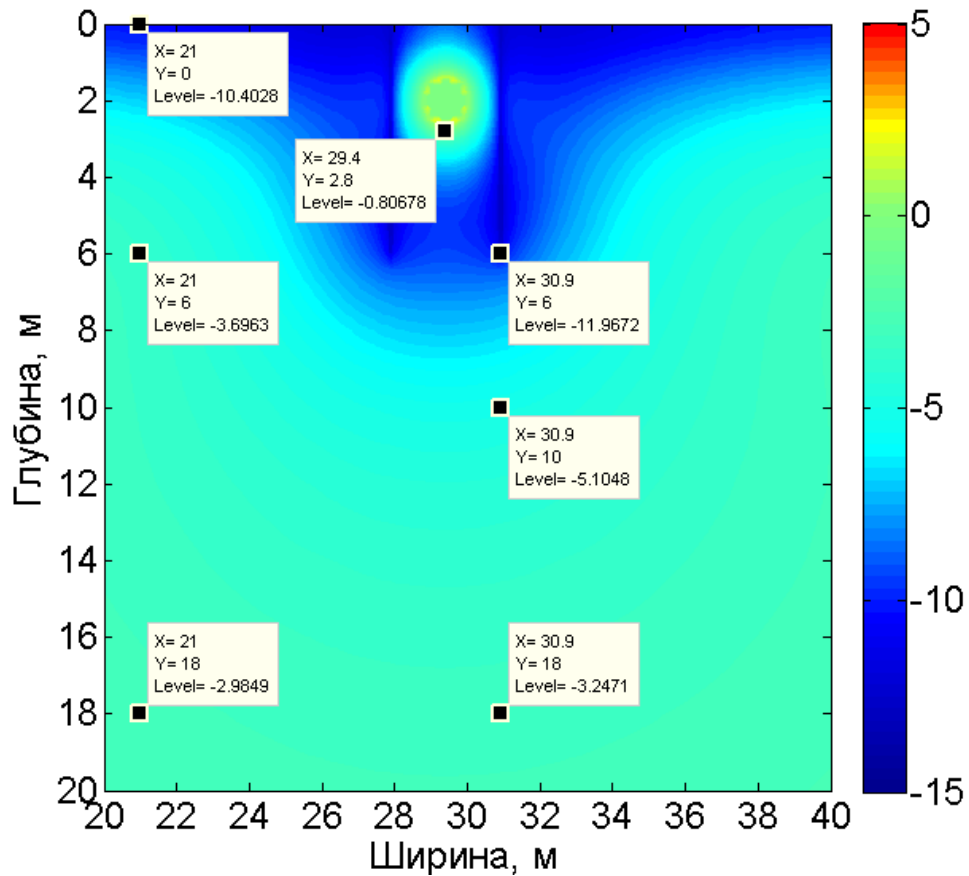


Рисунок 4.52 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 10 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

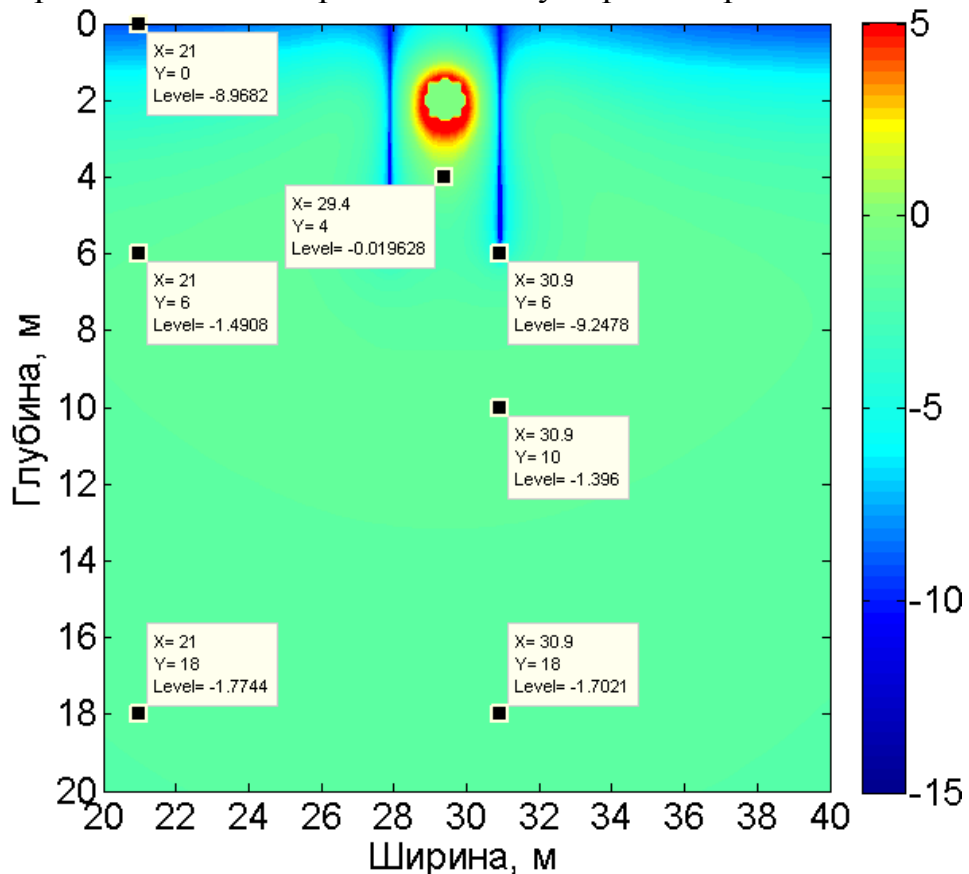


Рисунок 4.53 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 10 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

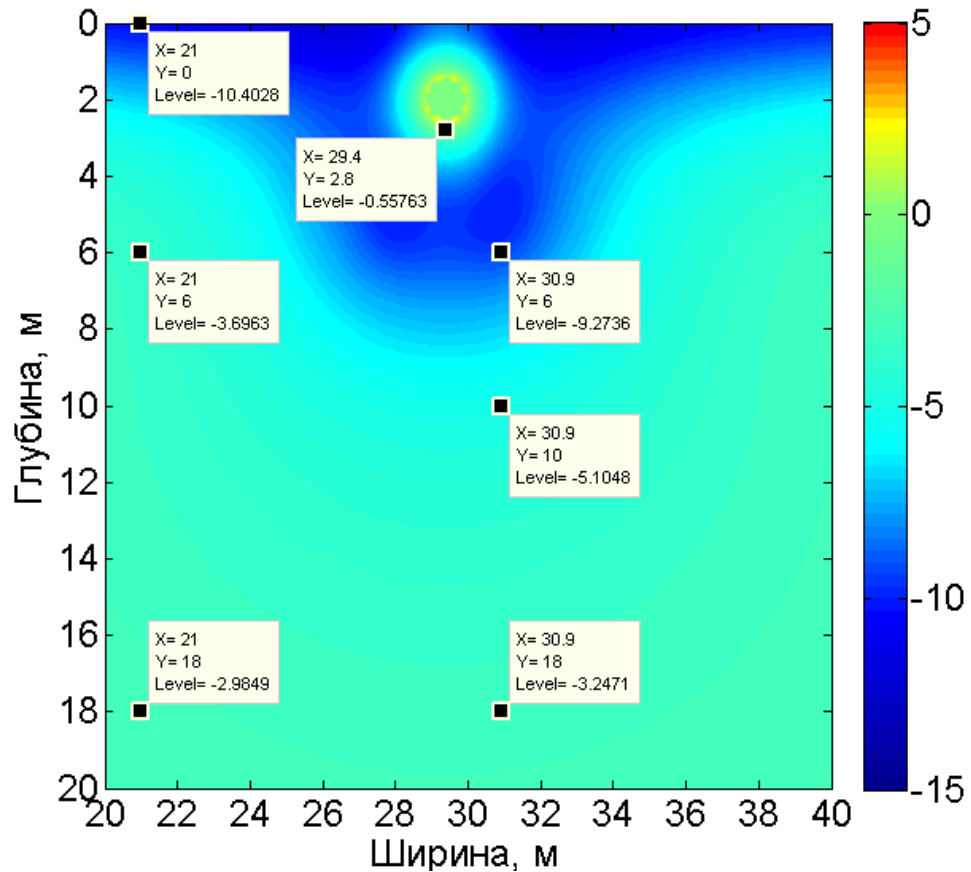


Рисунок 4.54 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 10 расчетного года при шаге между парами 2 м

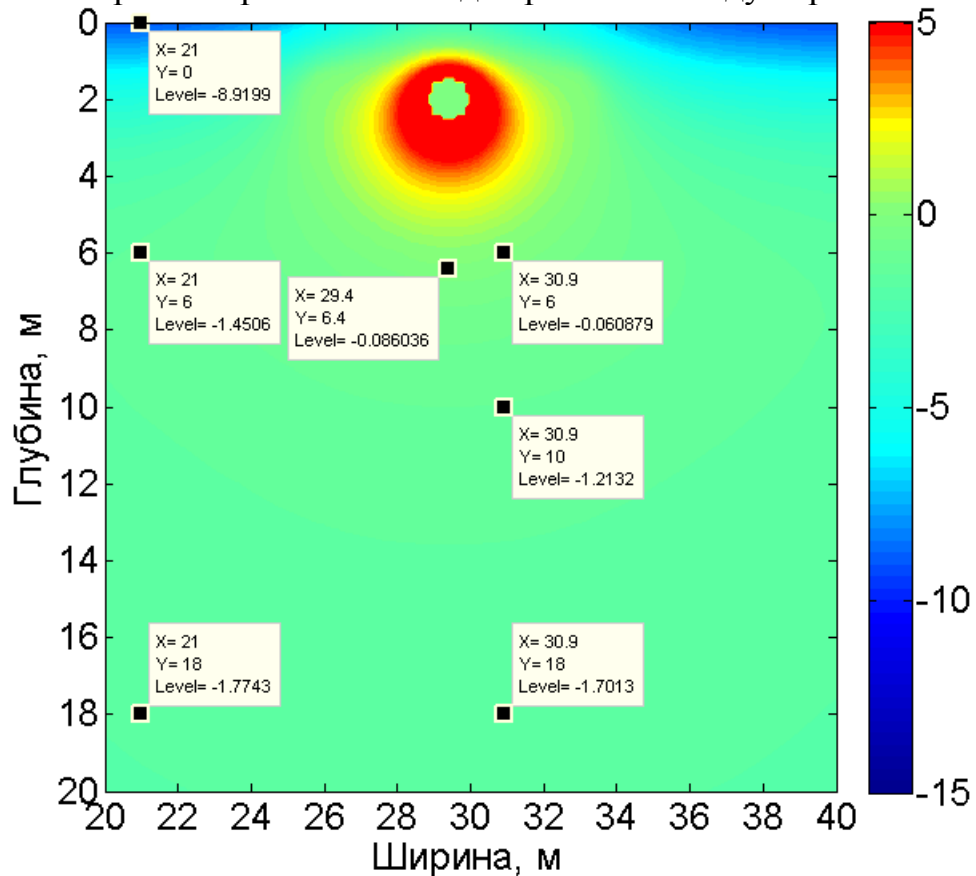


Рисунок 4.55 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 10 расчетного года при шаге между парами 10 м

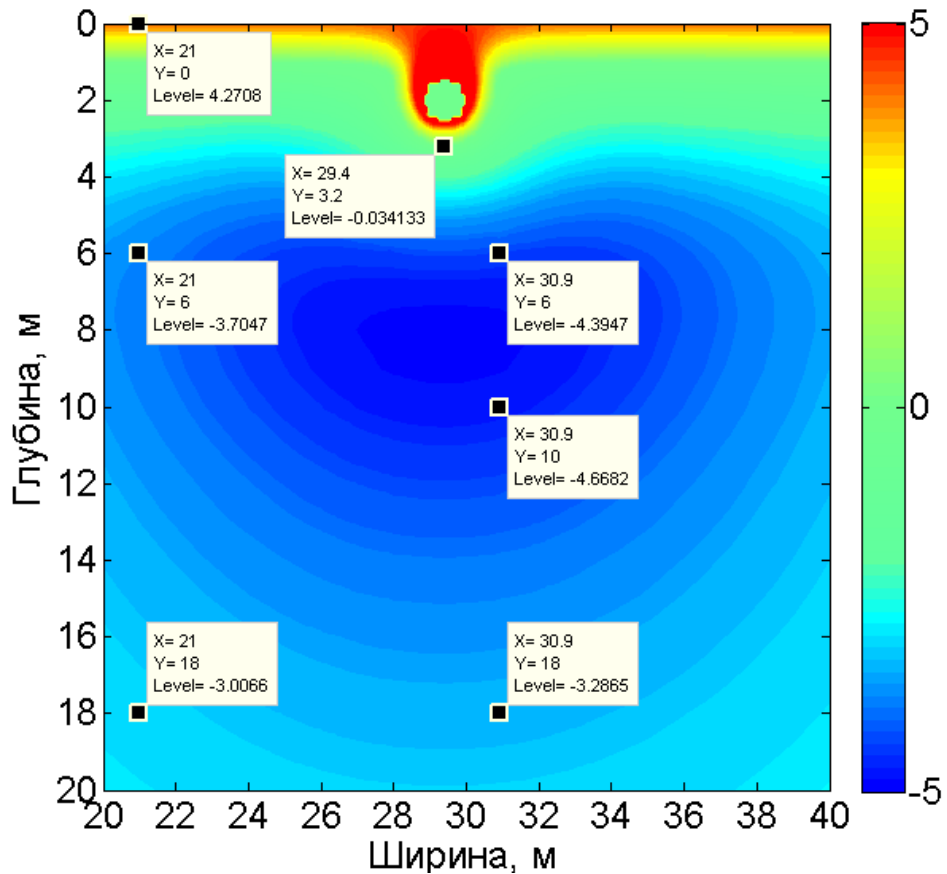


Рисунок 4.56 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 10 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

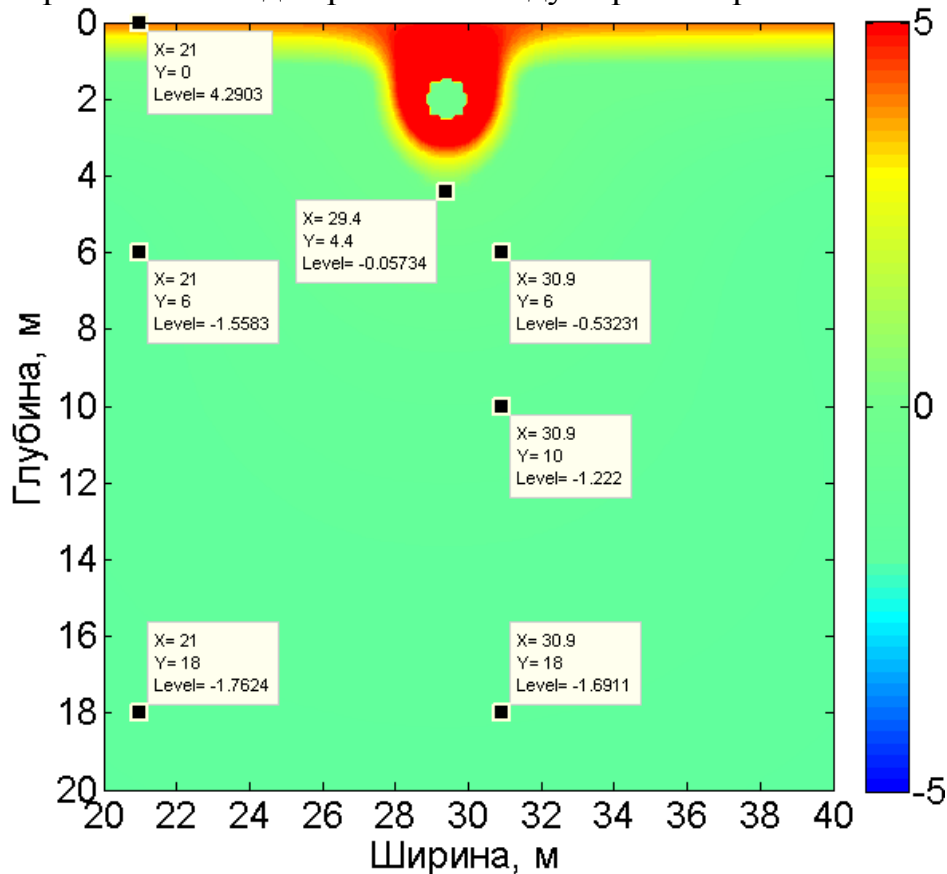


Рисунок 4.57 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 10 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

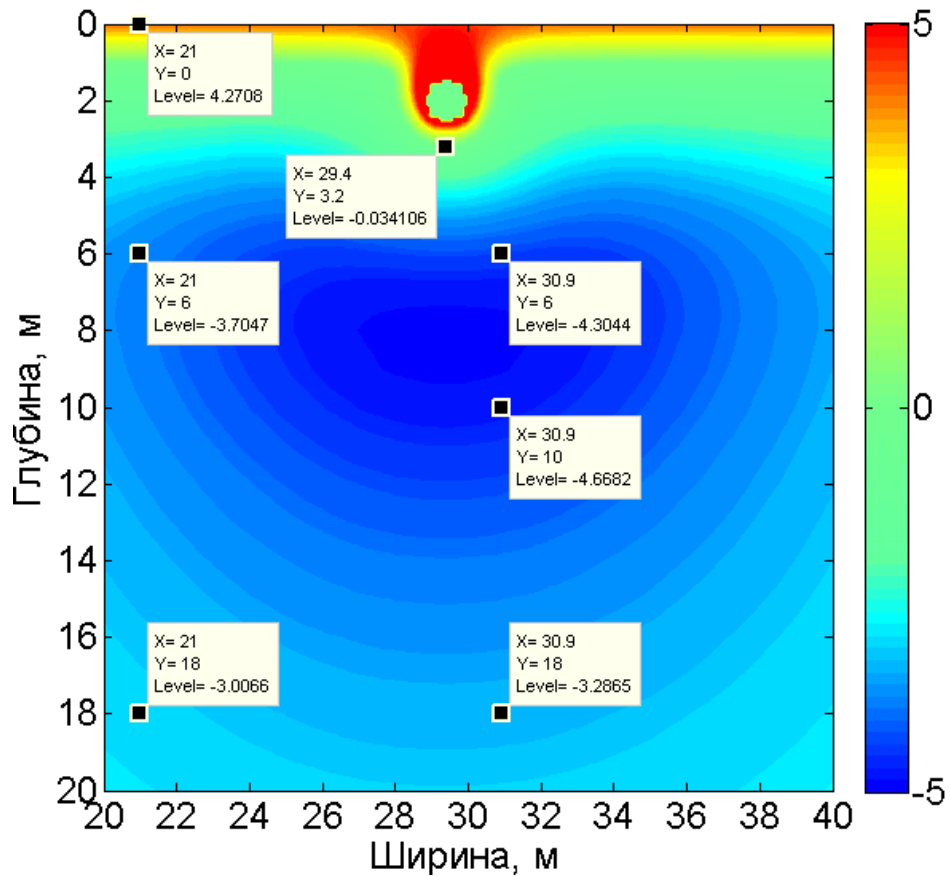


Рисунок 4.58 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 10 расчетного года при шаге между парами 2 м

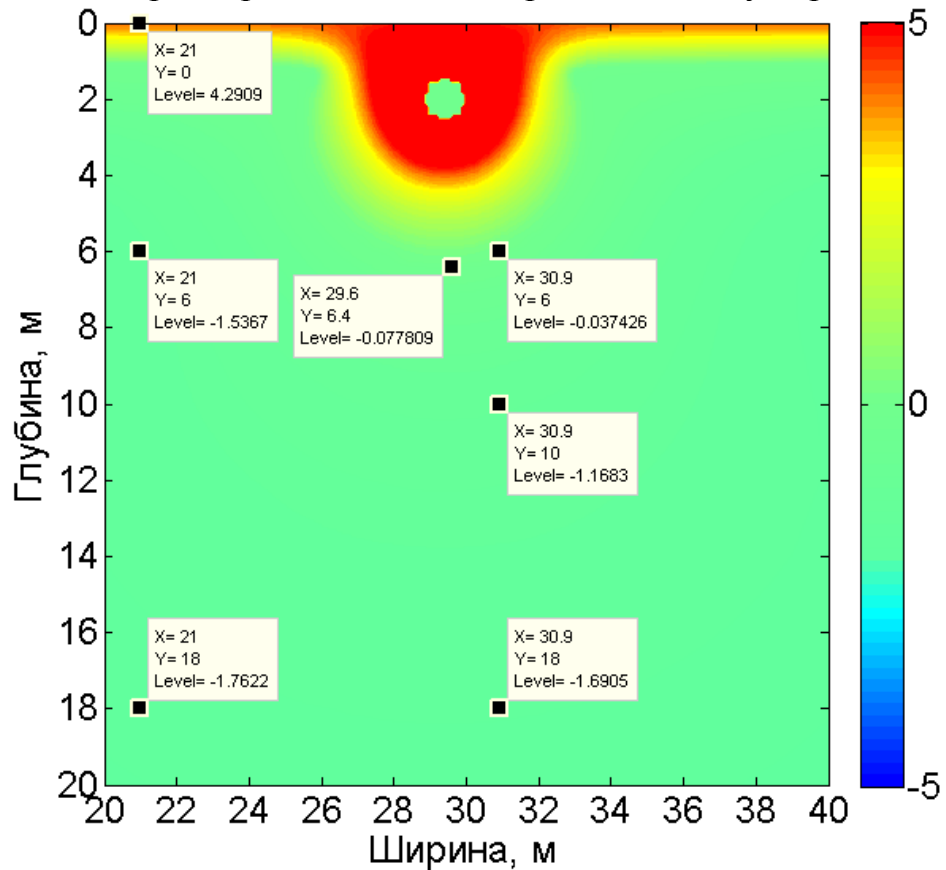


Рисунок 4.59 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 10 расчетного года при шаге между парами 10 м

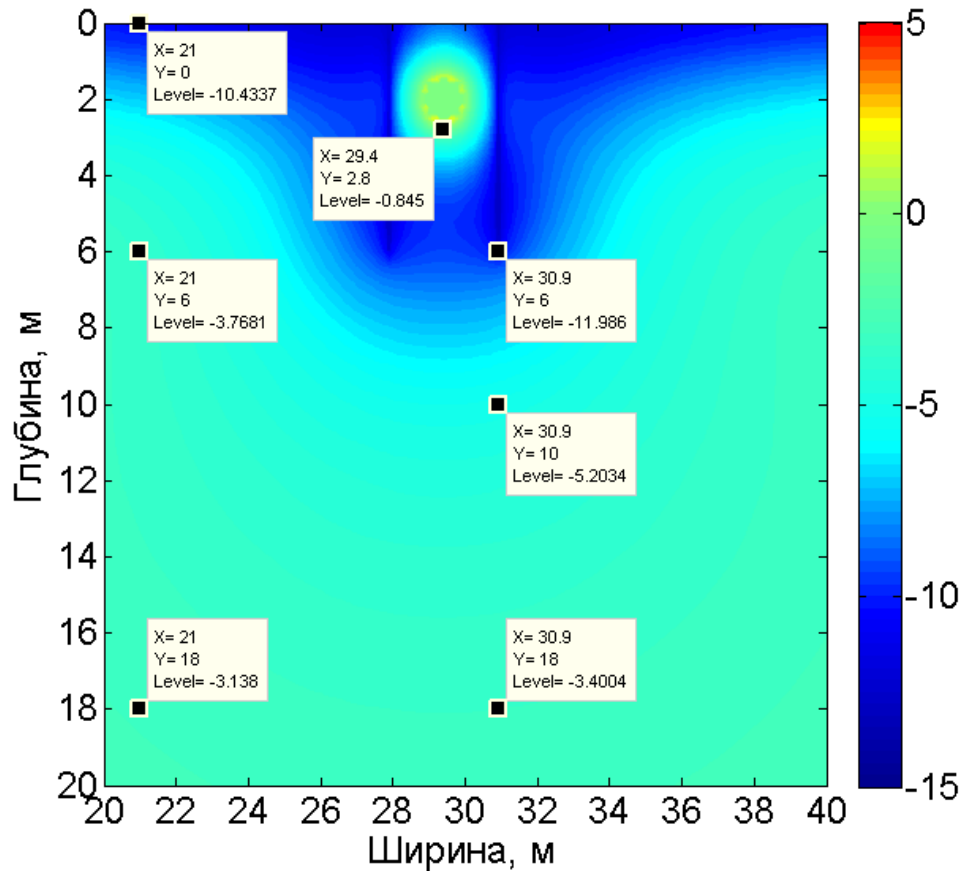


Рисунок 4.60 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 15 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

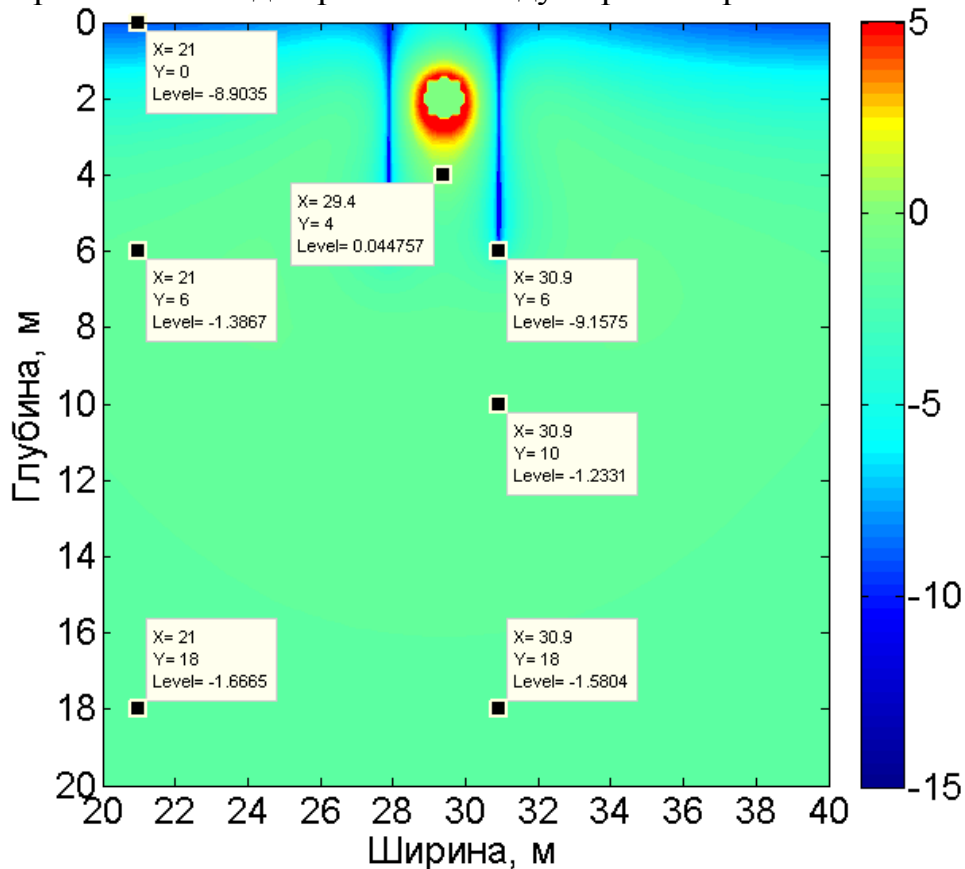


Рисунок 4.61 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 15 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

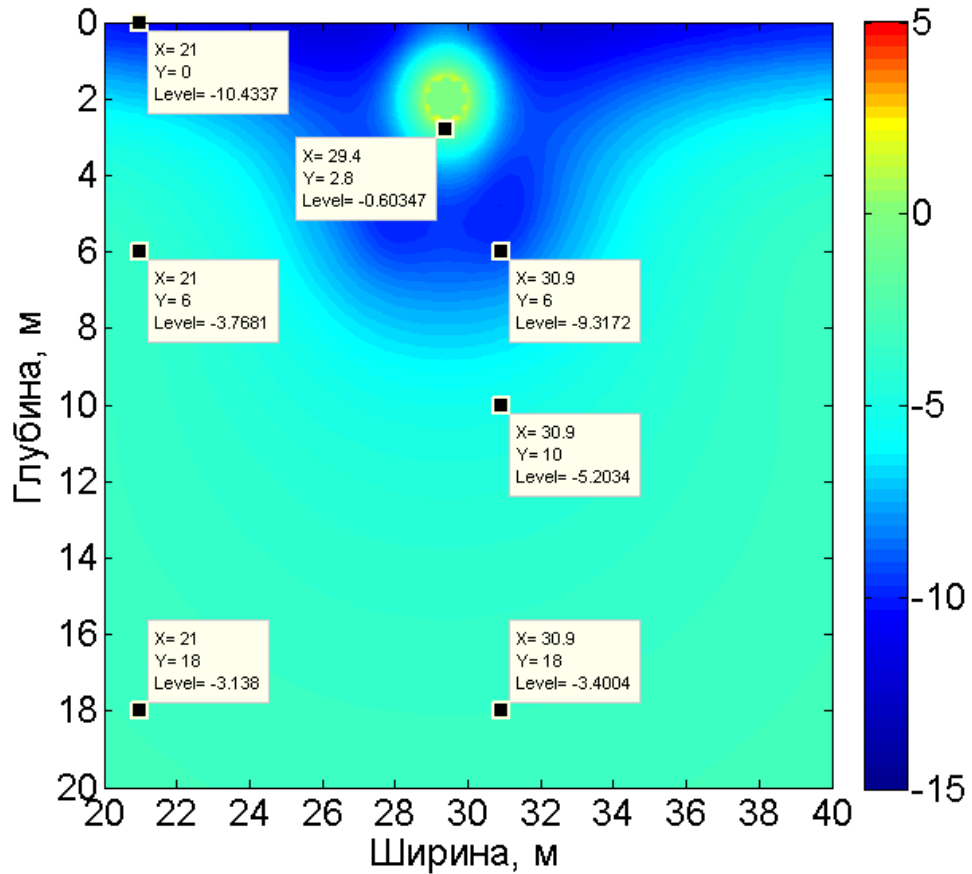


Рисунок 4.62 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 15 расчетного года при шаге между парами 2 м

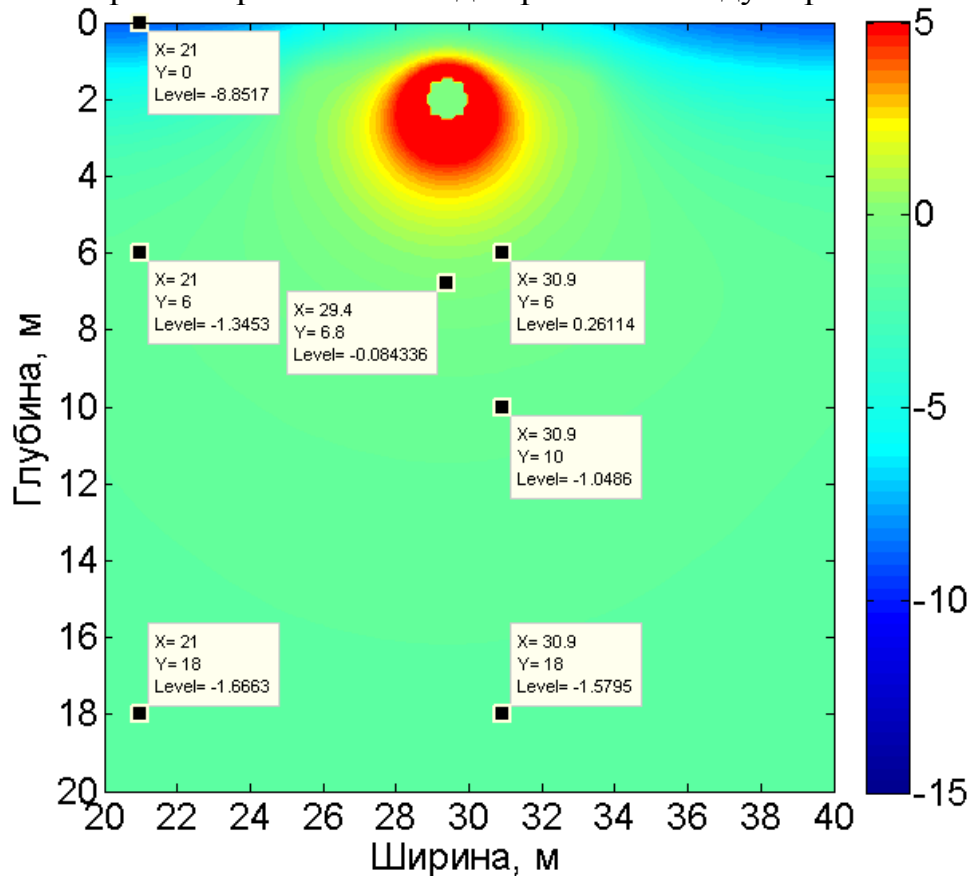


Рисунок 4.63 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 15 расчетного года при шаге между парами 10 м

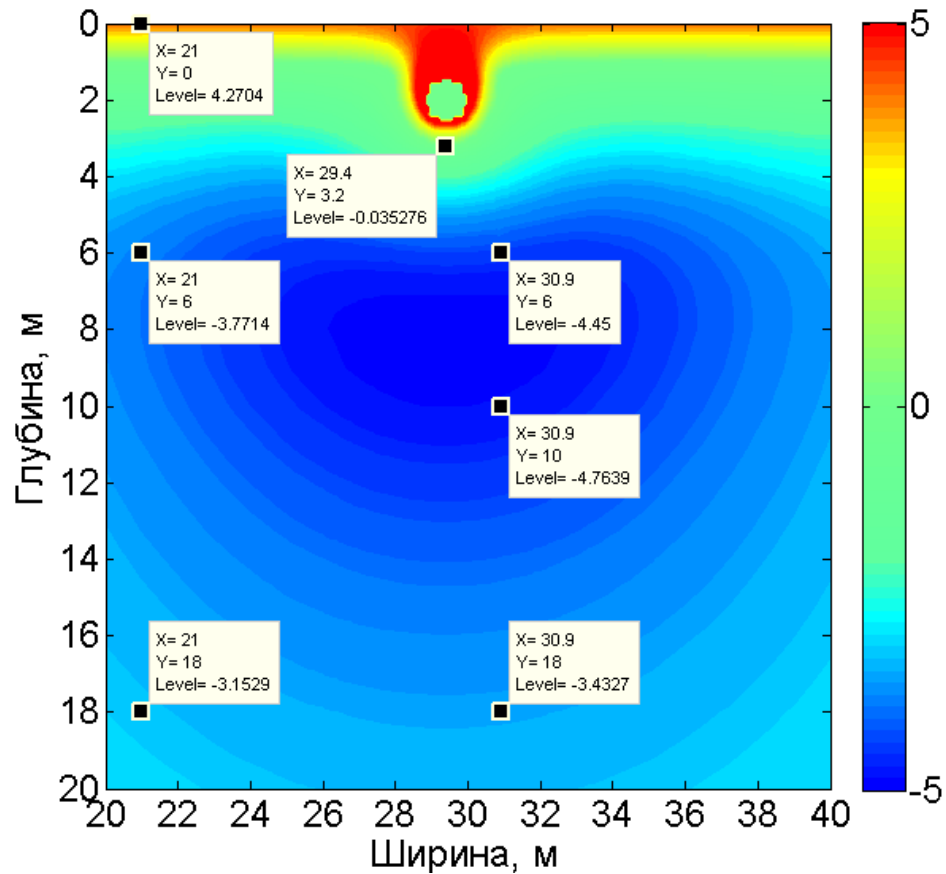


Рисунок 4.64 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 15 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

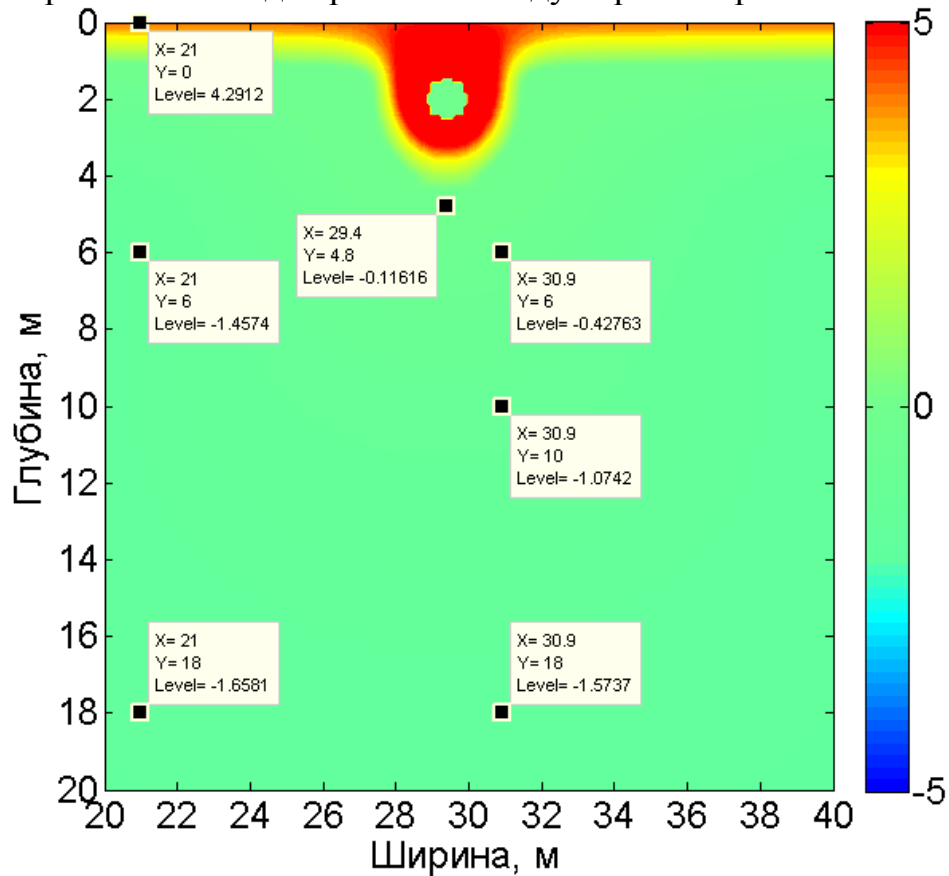


Рисунок 4.65 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 15 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

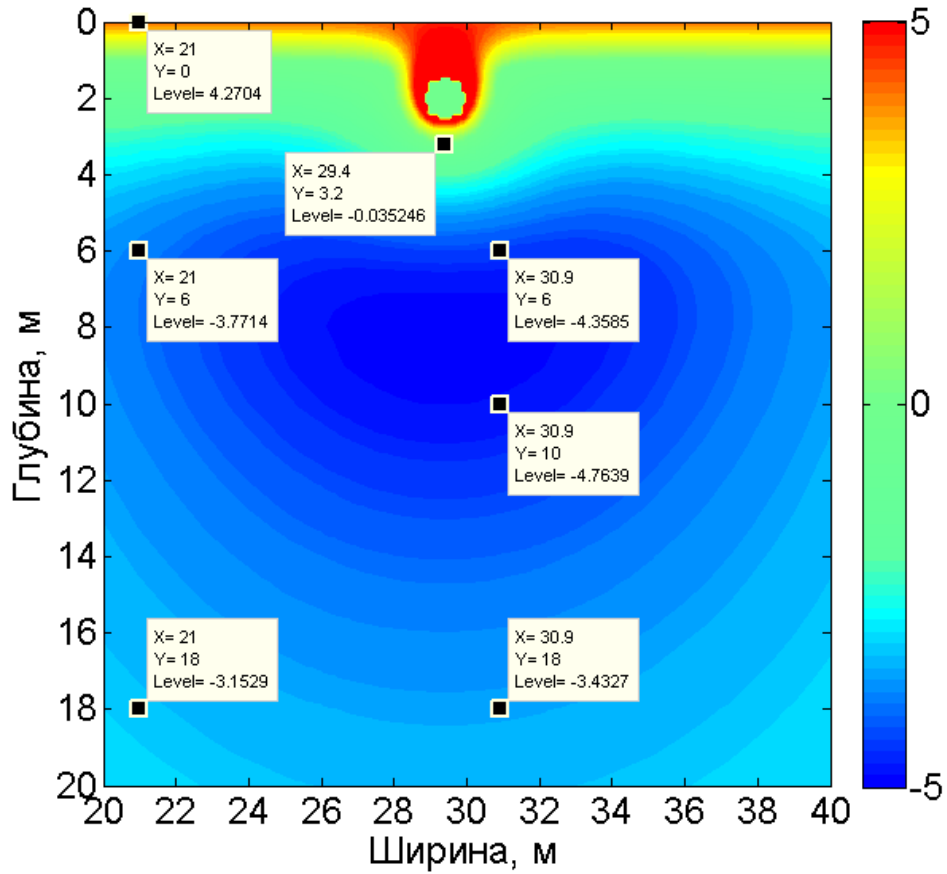


Рисунок 4.66 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 15 расчетного года при шаге между парами 2 м

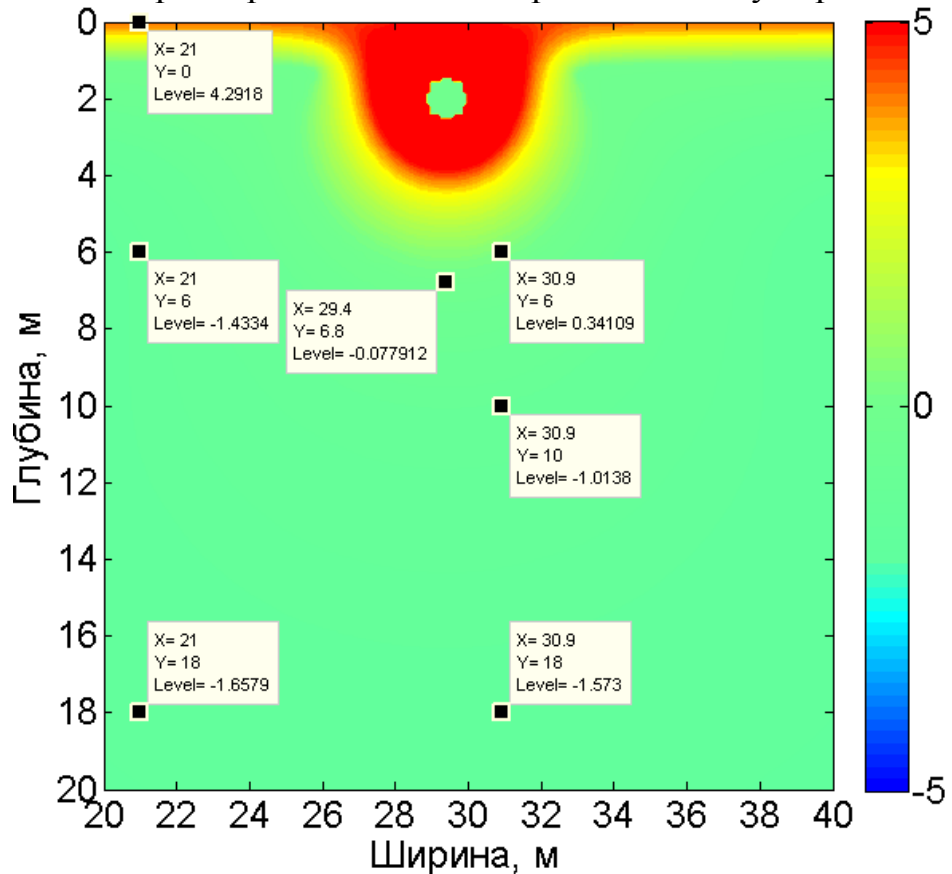


Рисунок 4.67 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 15 расчетного года при шаге между парами 10 м

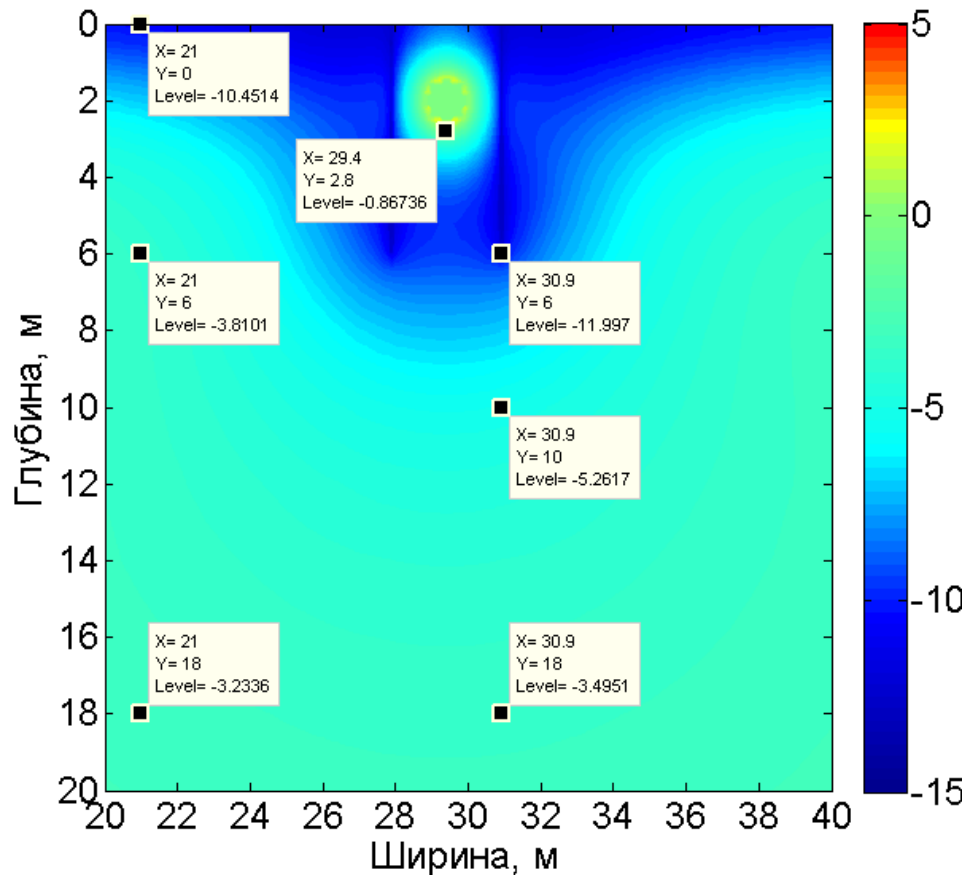


Рисунок 4.68 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 20 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

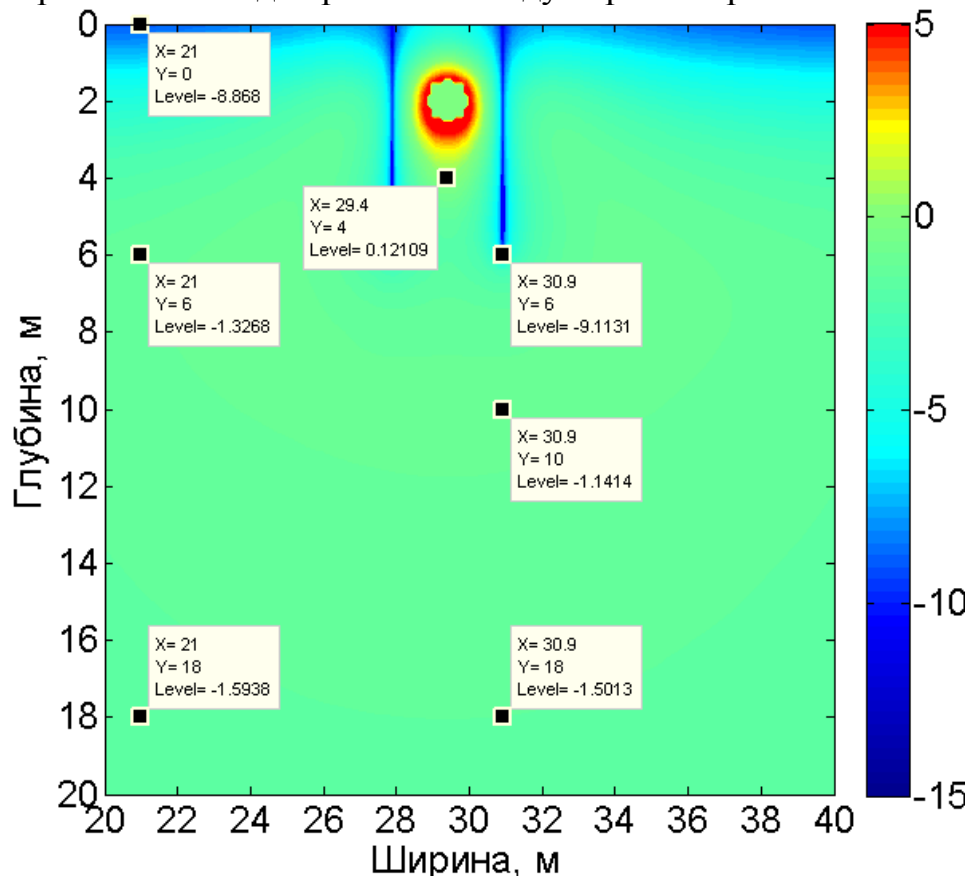


Рисунок 4.69 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 20 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

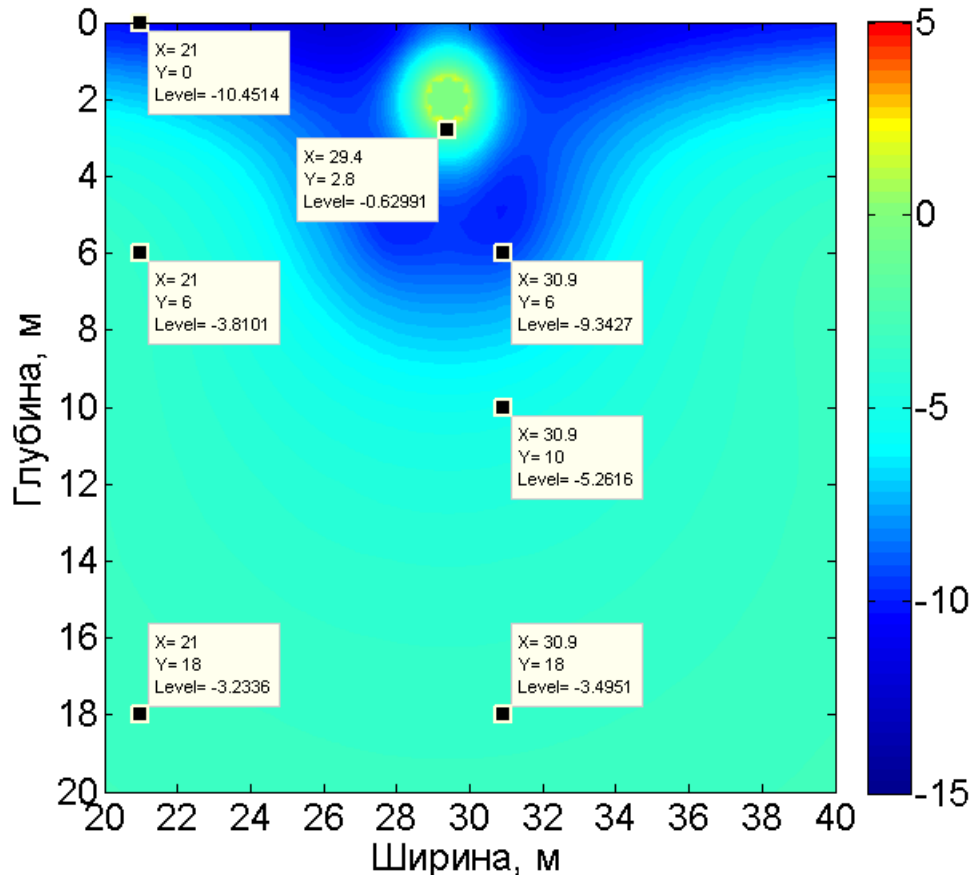


Рисунок 4.70 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 20 расчетного года при шаге между парами 2 м

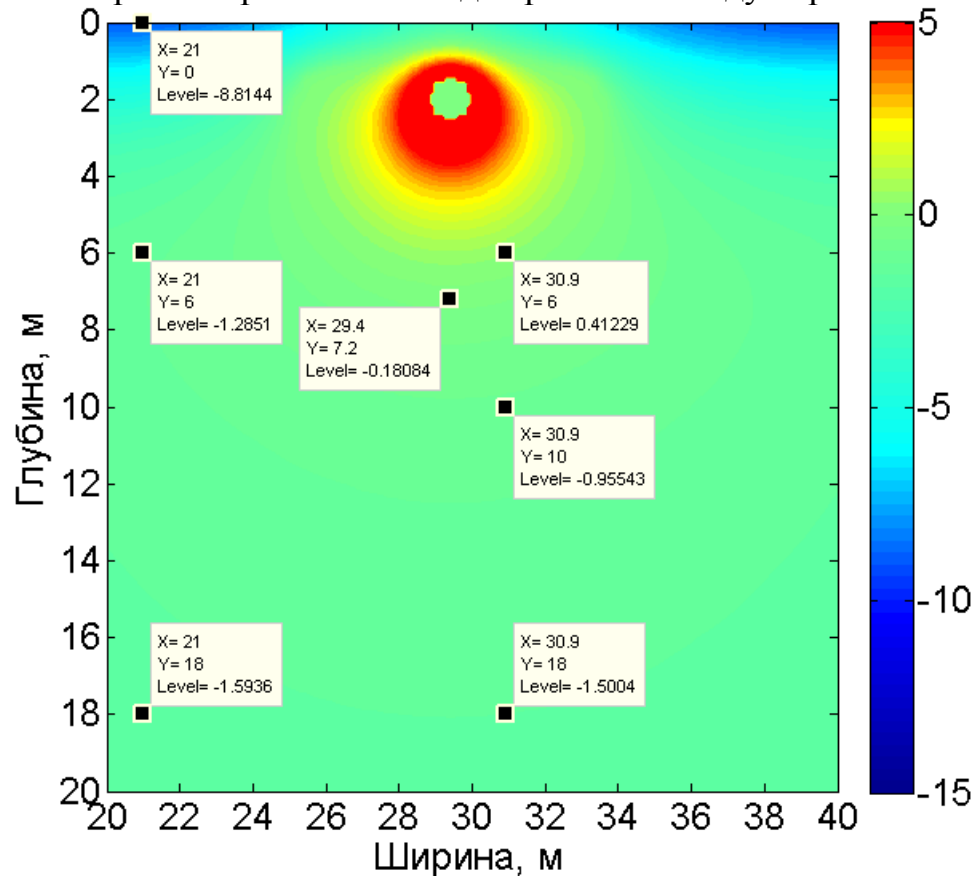


Рисунок 4.71 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 20 расчетного года при шаге между парами 10 м

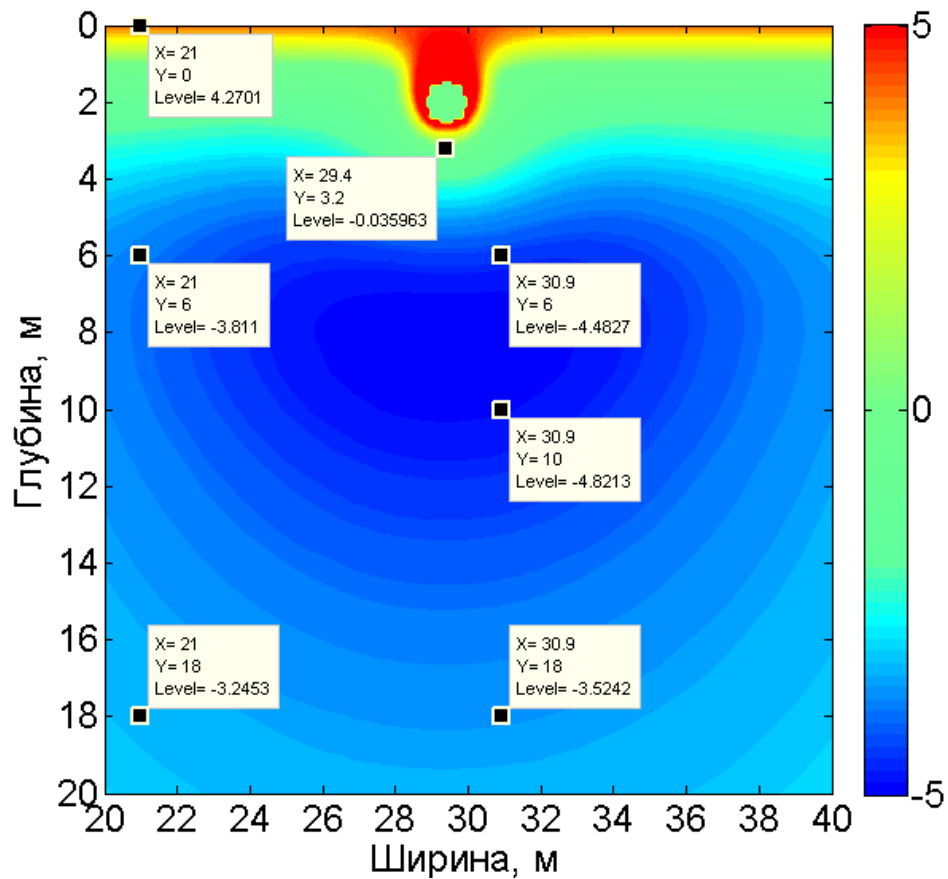


Рисунок 4.72 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 20 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

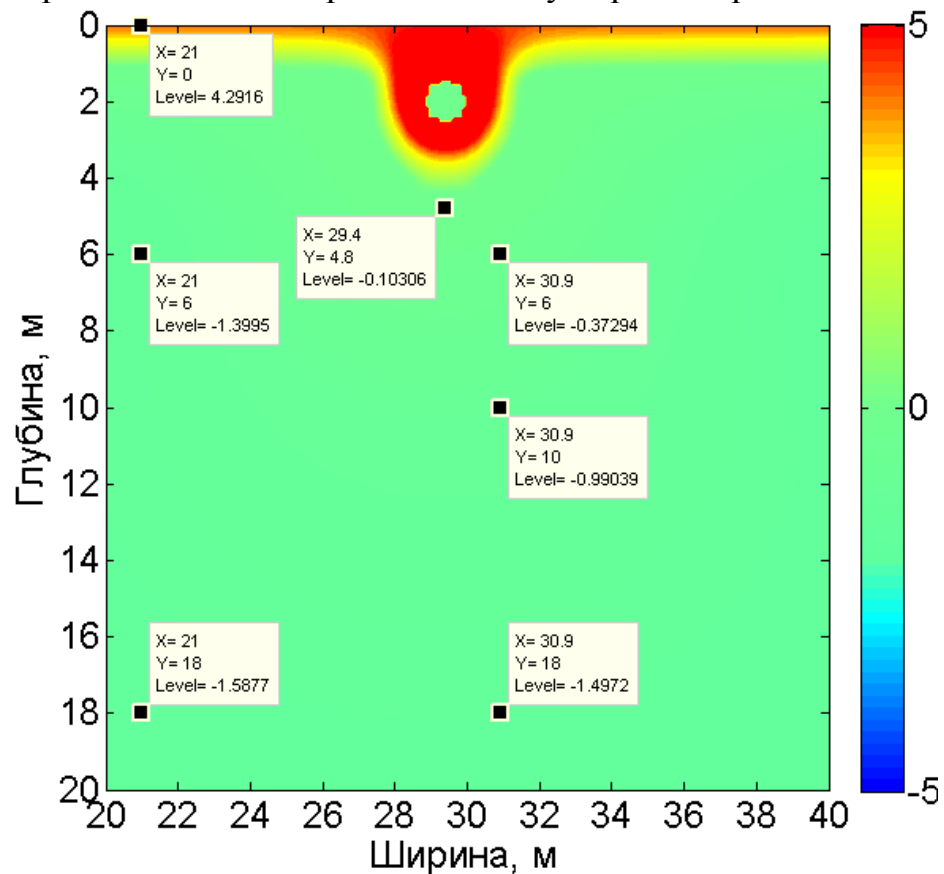


Рисунок 4.73 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 20 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

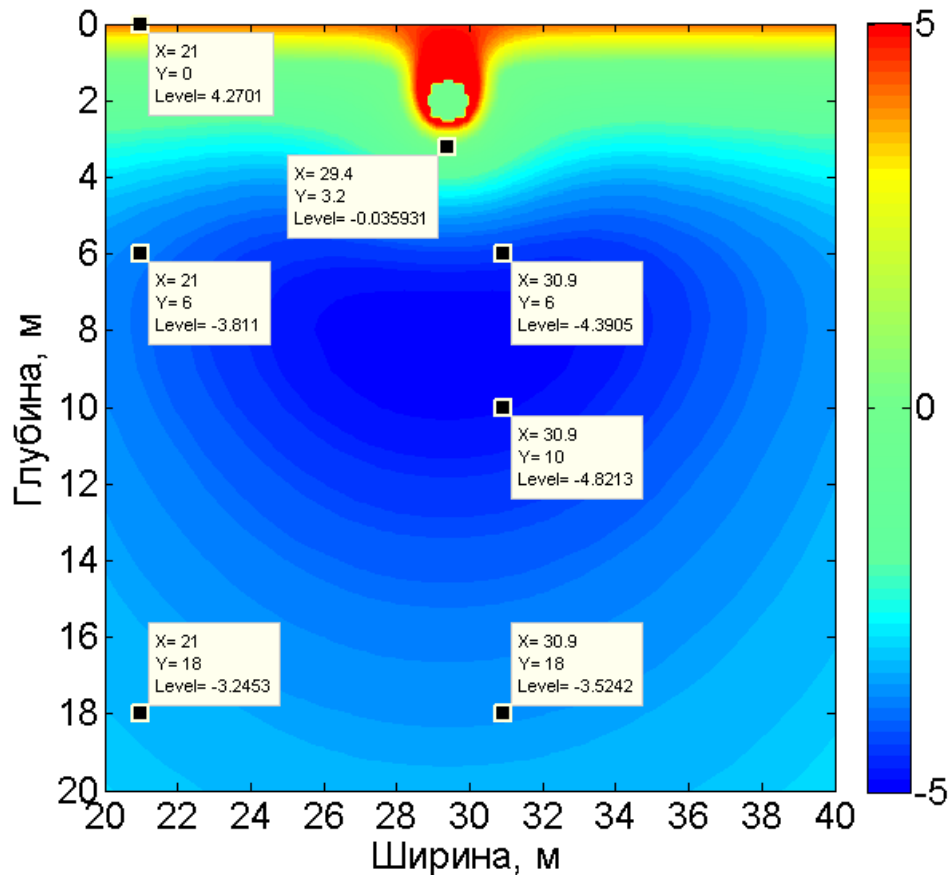


Рисунок 4.74 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 20 расчетного года при шаге между парами 2 м

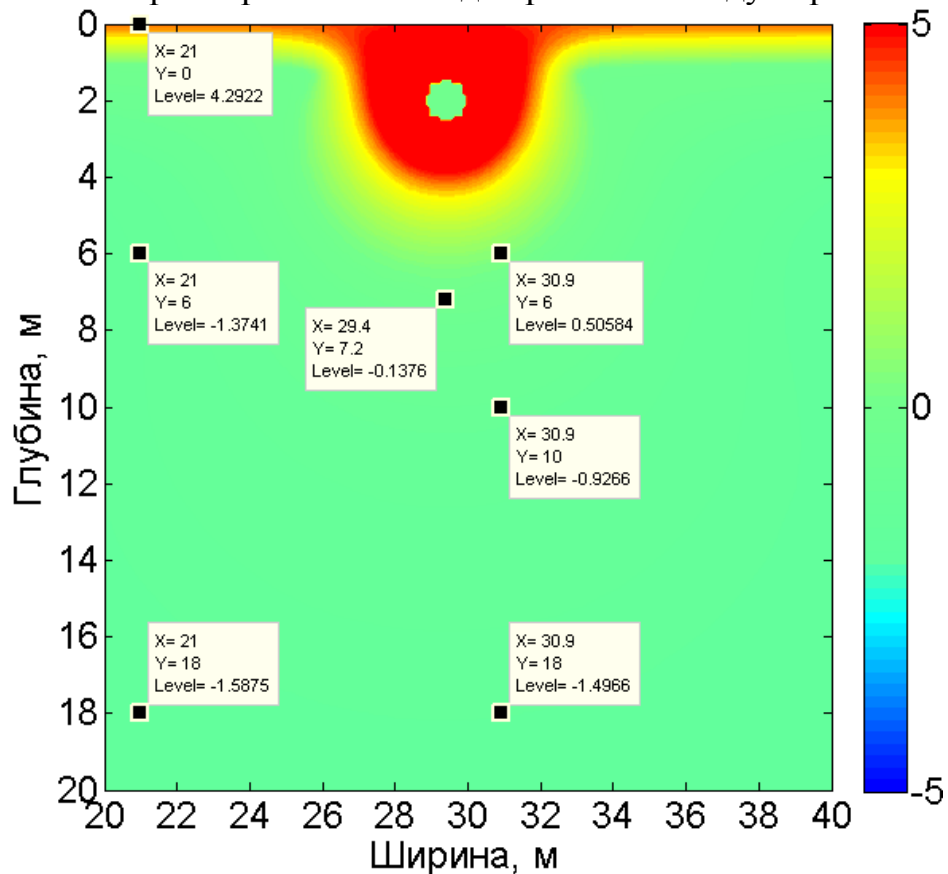


Рисунок 4.75 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 20 расчетного года при шаге между парами 10 м

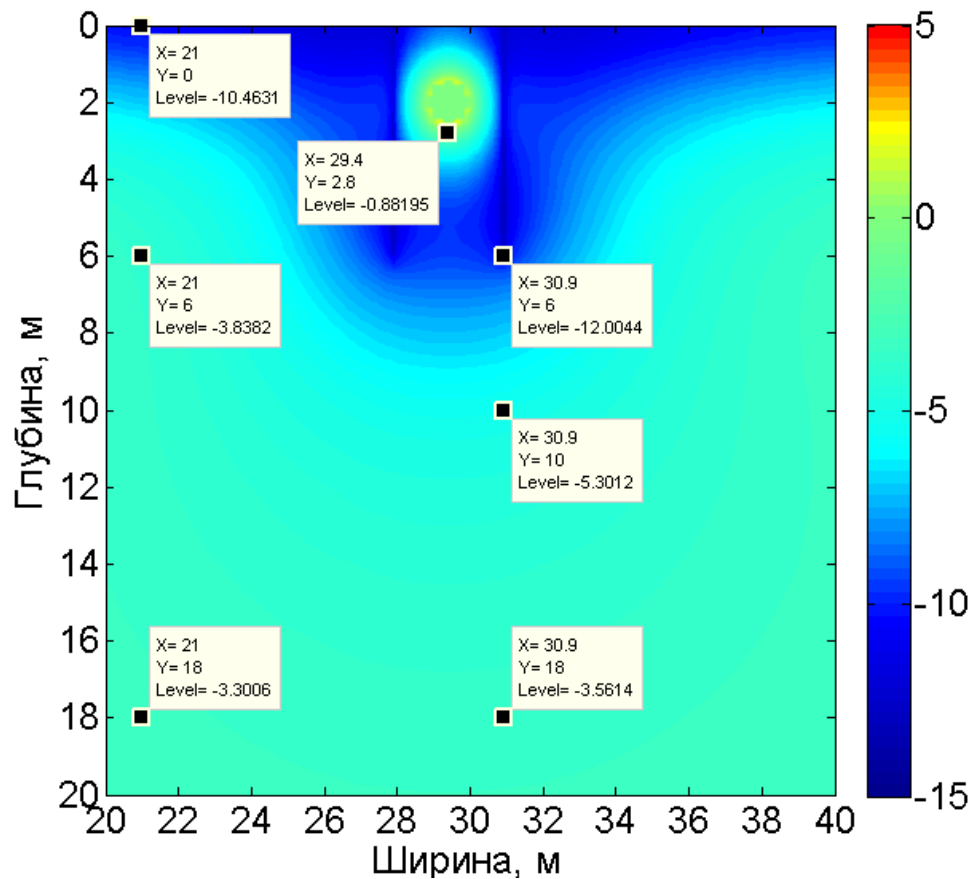


Рисунок 4.76 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 25 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

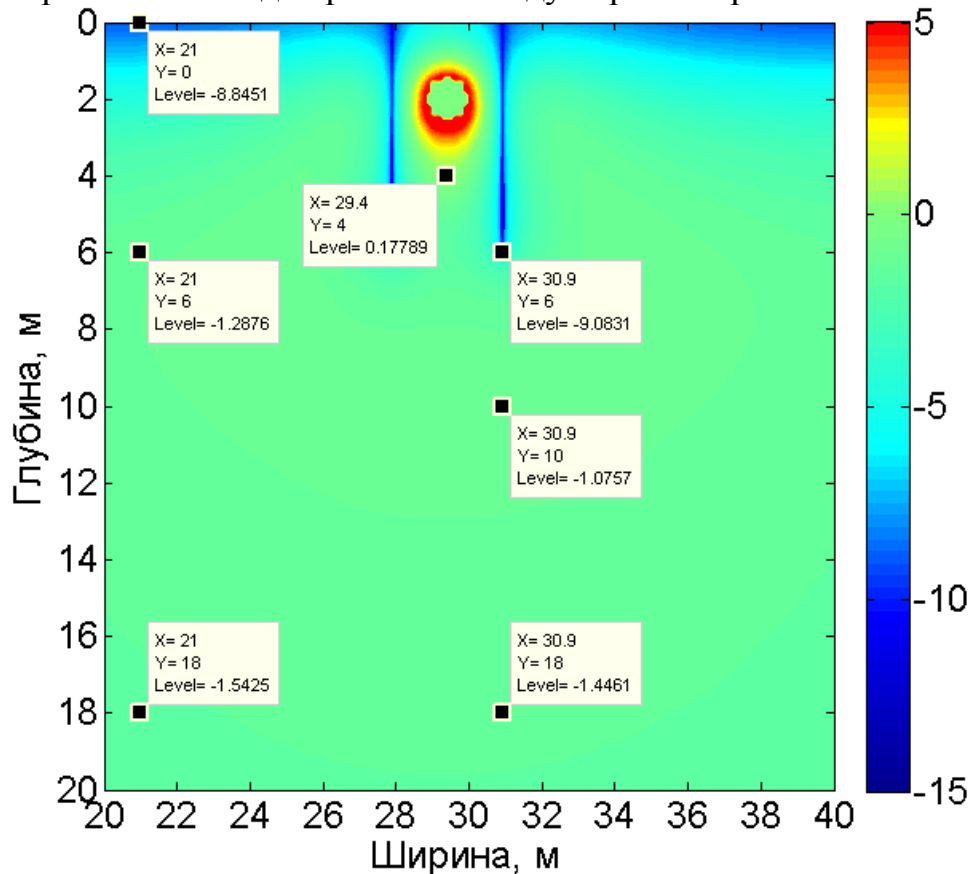


Рисунок 4.77 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 25 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

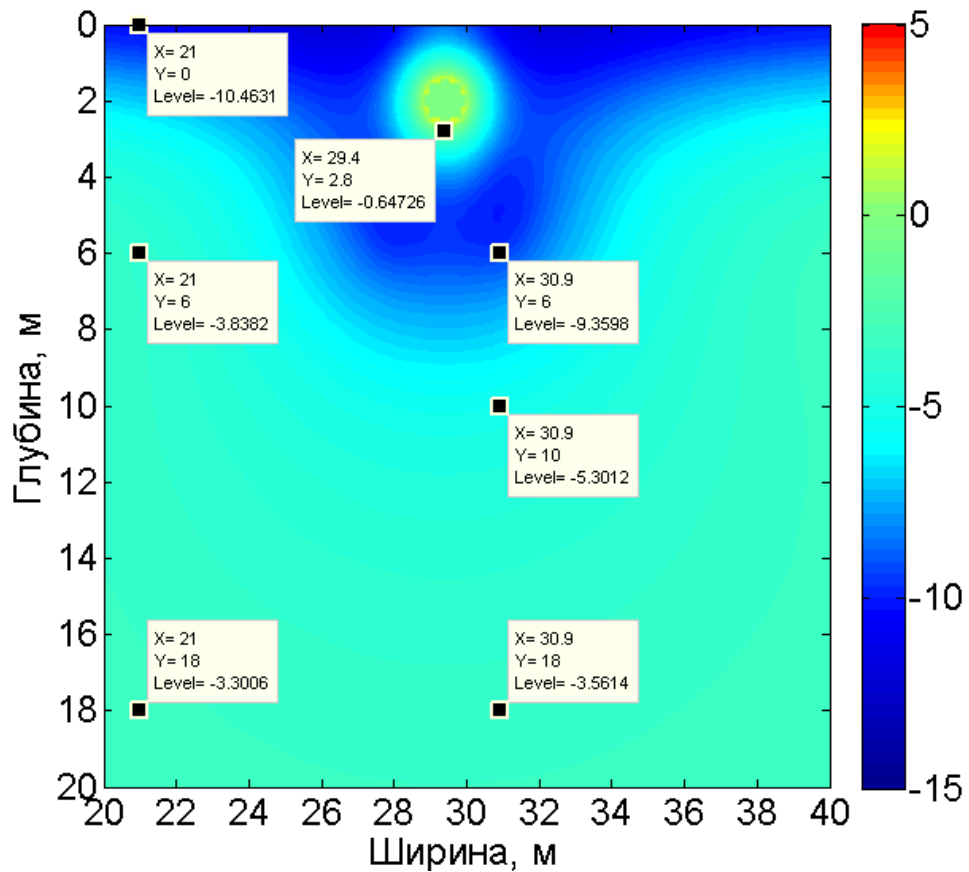


Рисунок 4.78 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 25 расчетного года при шаге между парами 2 м

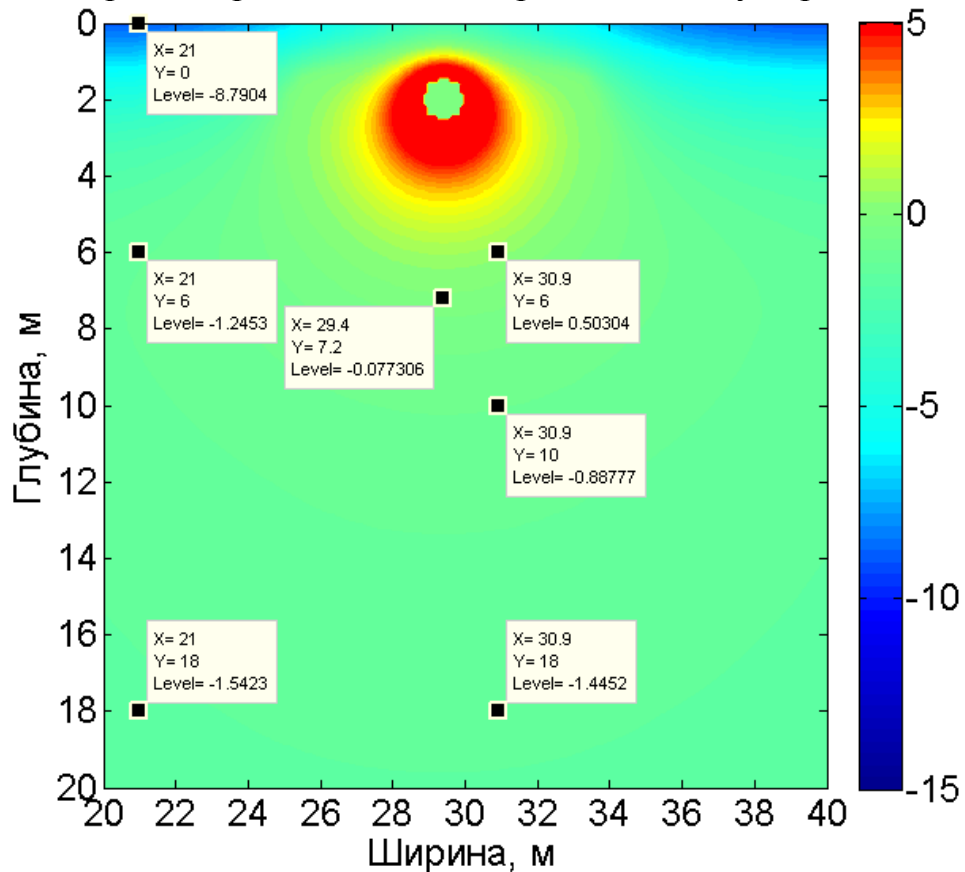


Рисунок 4.79 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 25 расчетного года при шаге между парами 10 м

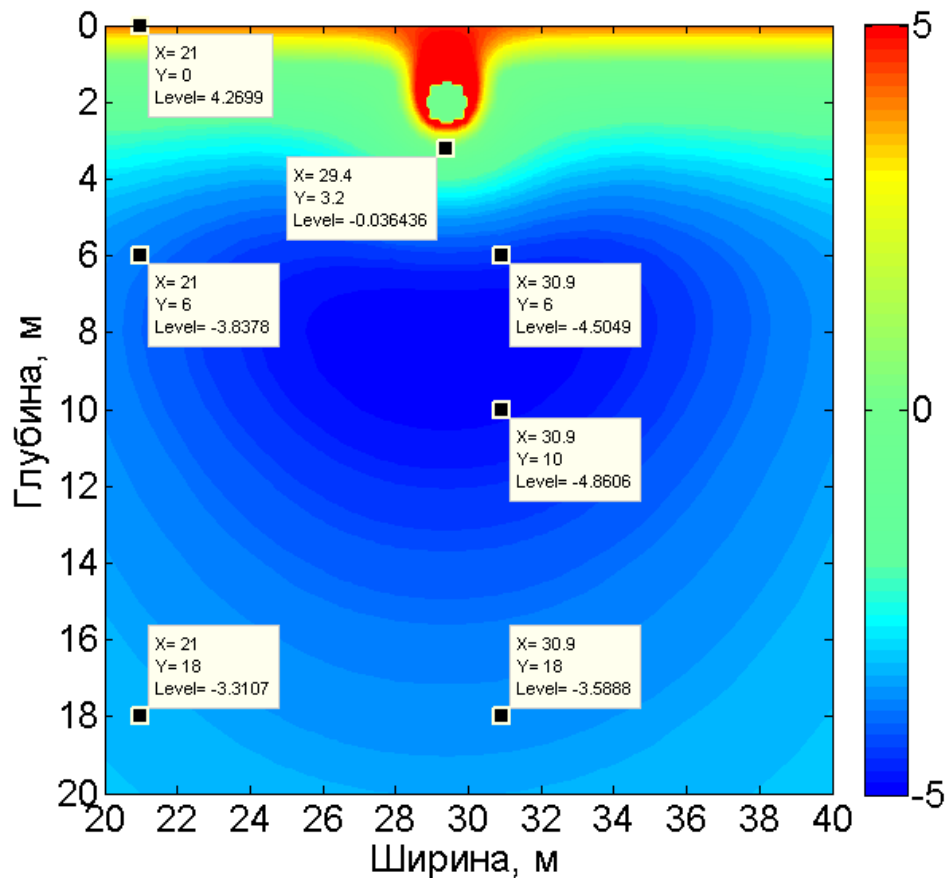


Рисунок 4.80 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 25 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

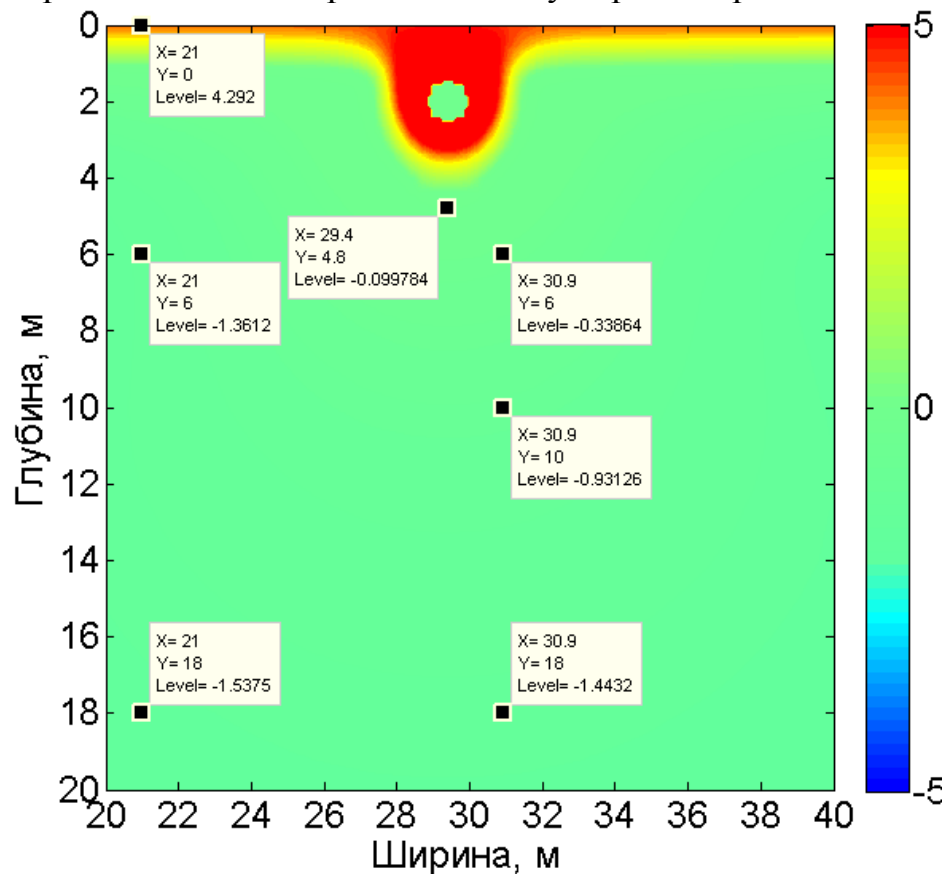


Рисунок 4.81 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 25 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

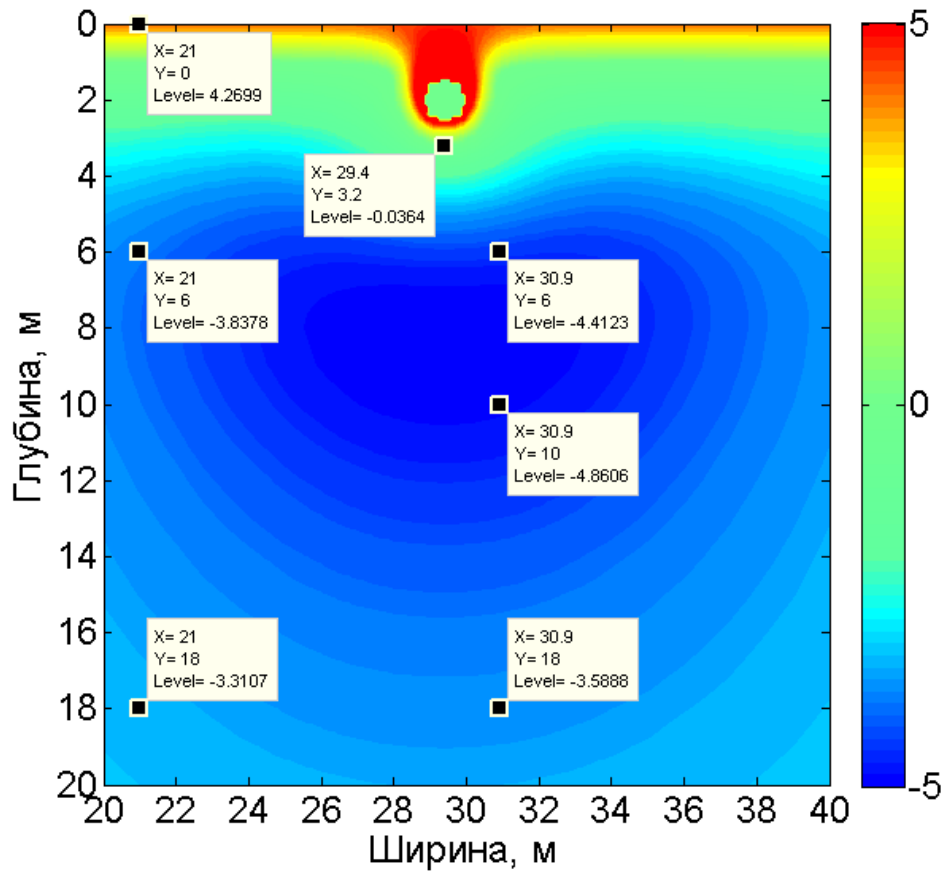


Рисунок 4.82 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 25 расчетного года при шаге между парами 2 м

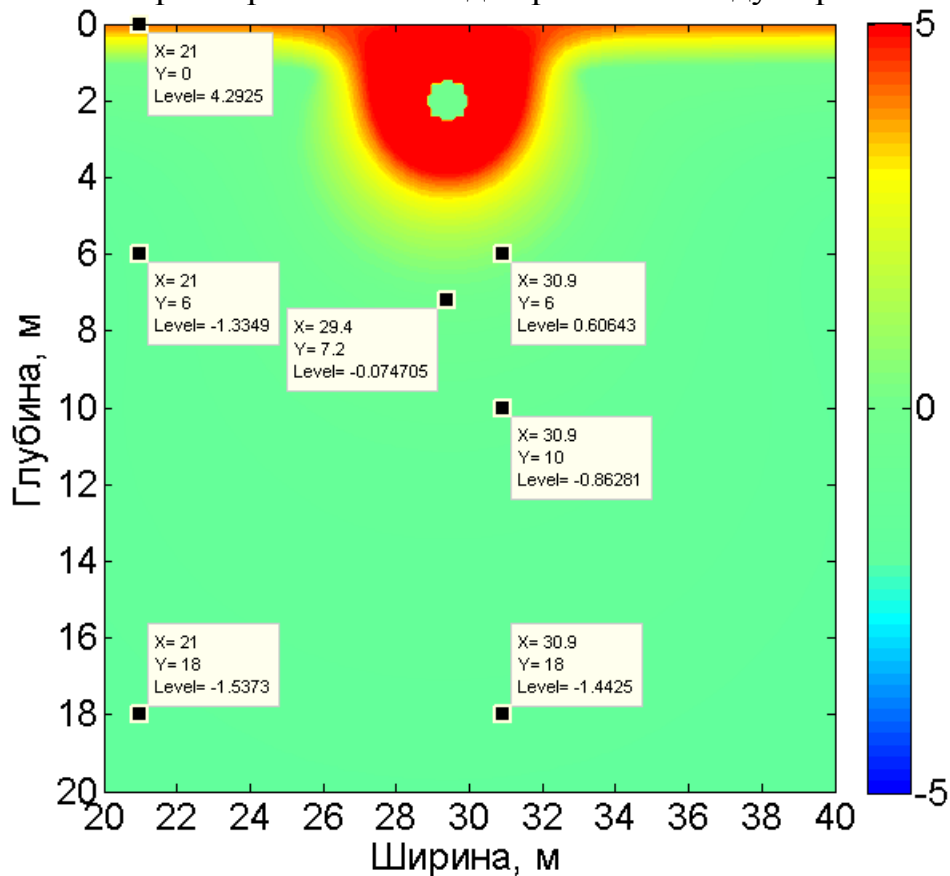


Рисунок 4.83 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 25 расчетного года при шаге между парами 10 м

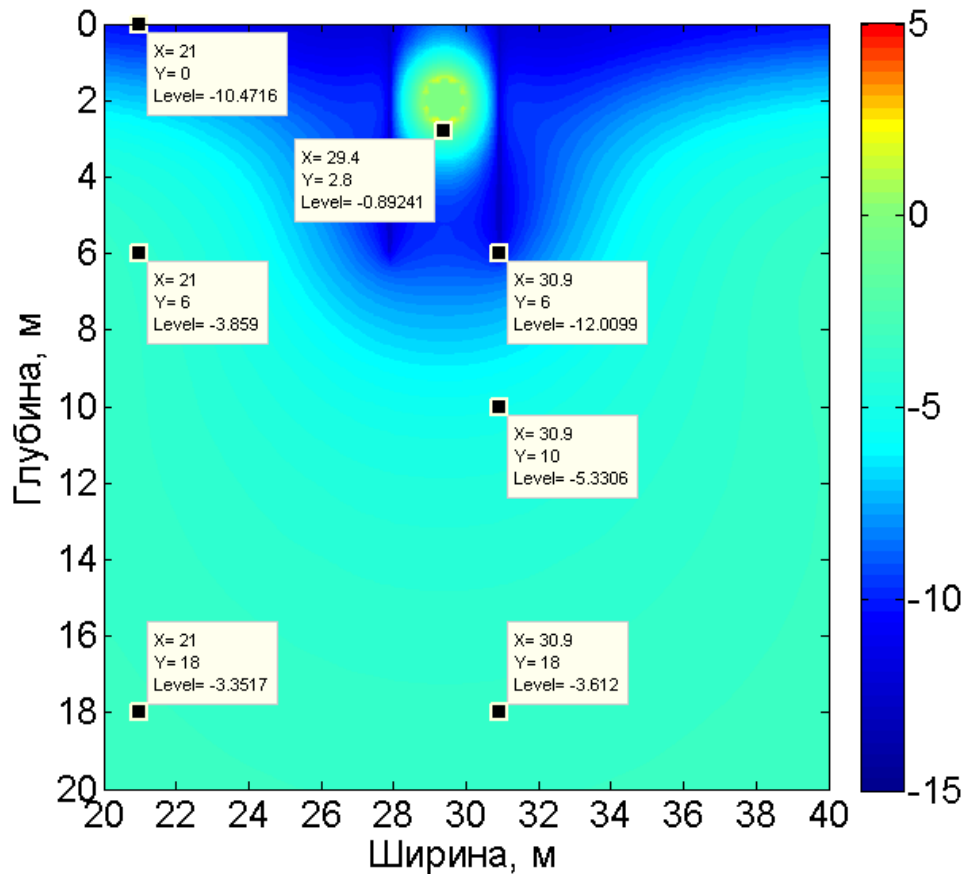


Рисунок 4.84 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 30 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

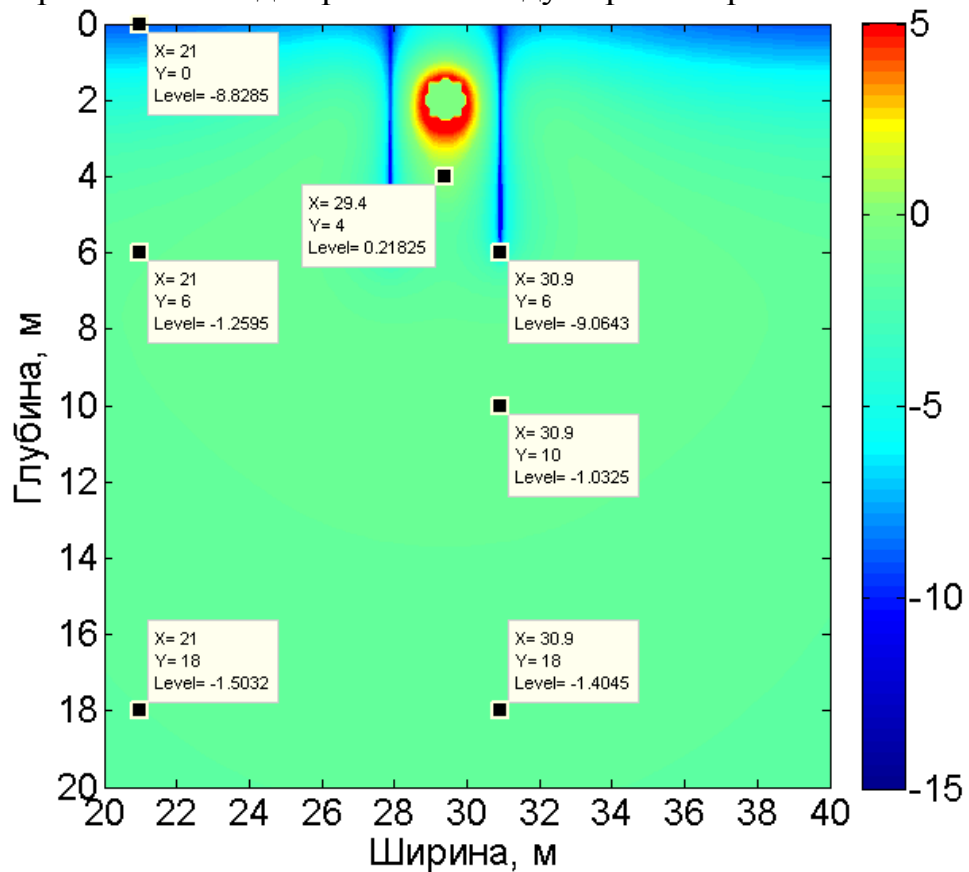


Рисунок 4.85 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 апреля 30 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

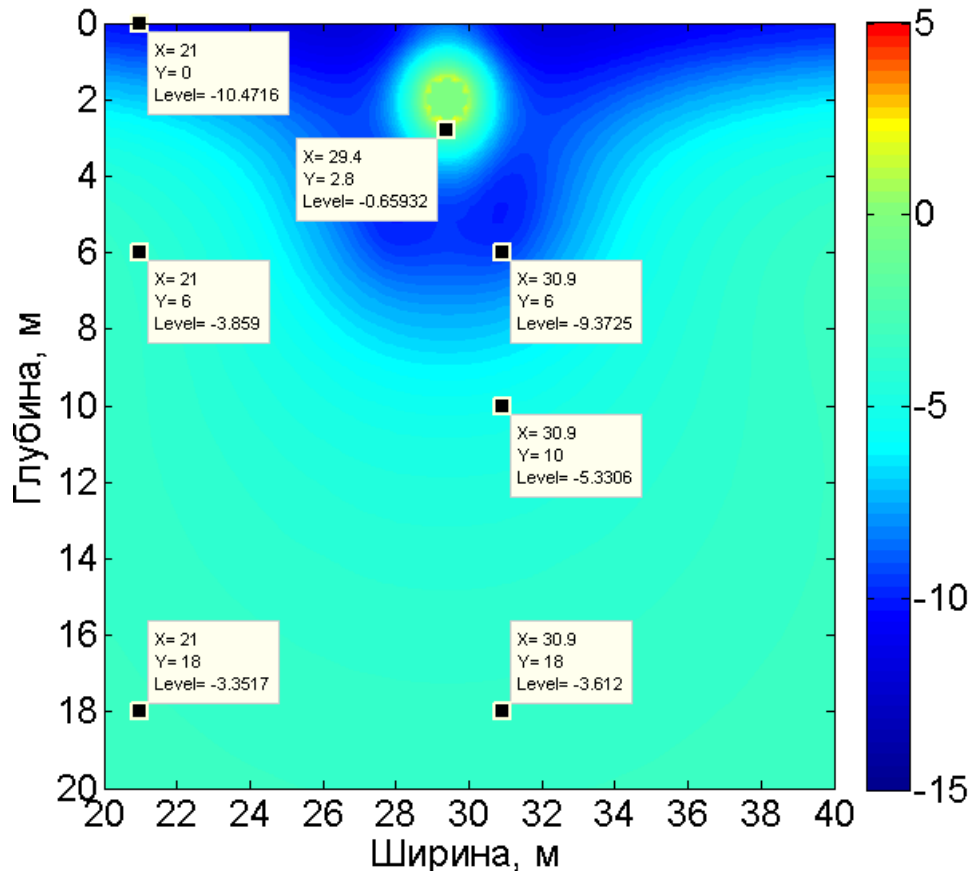


Рисунок 4.86 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 30 расчетного года при шаге между парами 2 м

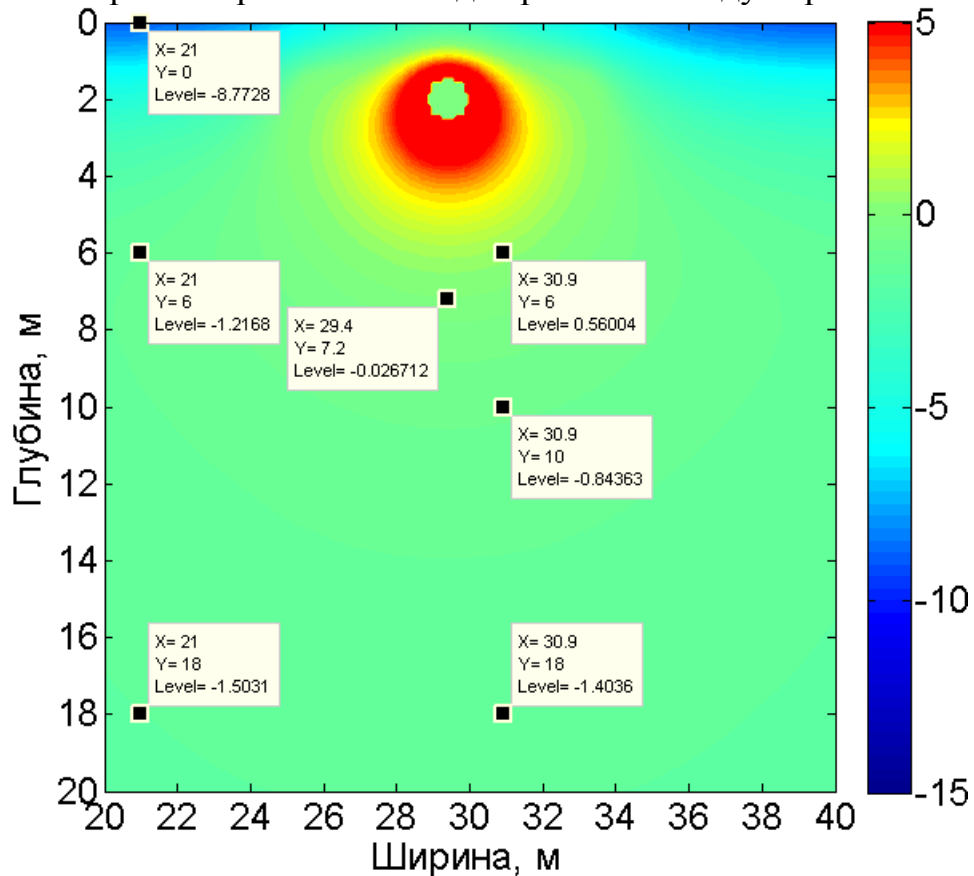


Рисунок 4.87 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 апреля 30 расчетного года при шаге между парами 10 м

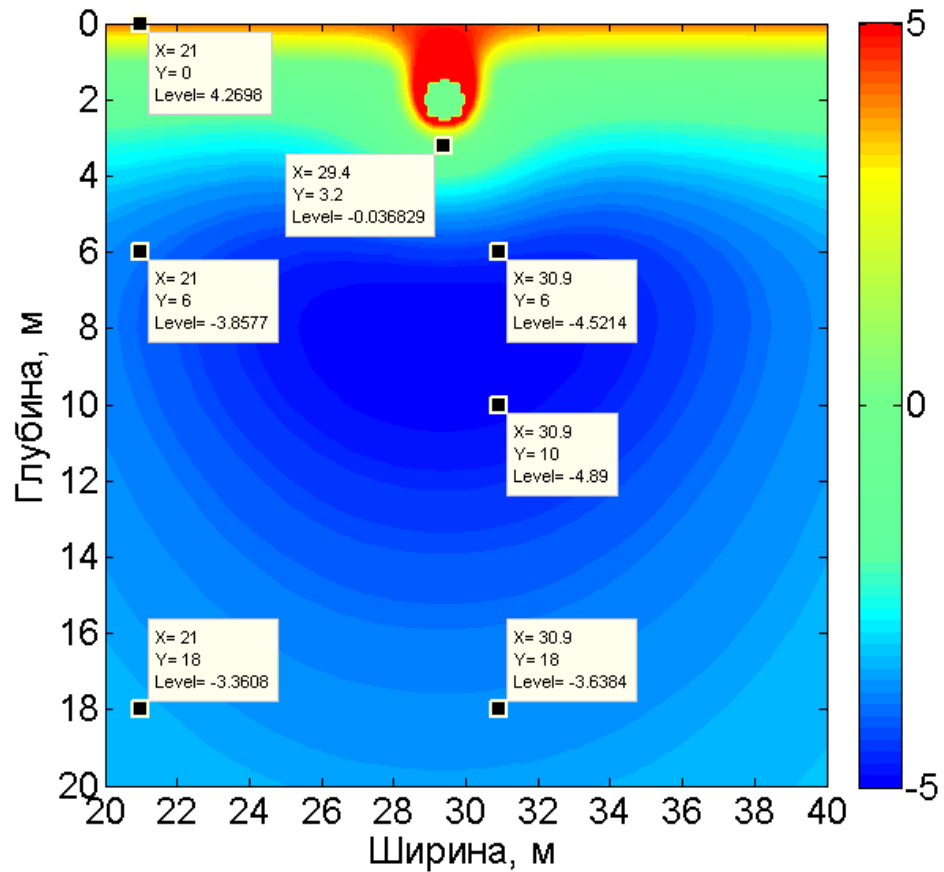


Рисунок 4.88 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 30 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 2 м

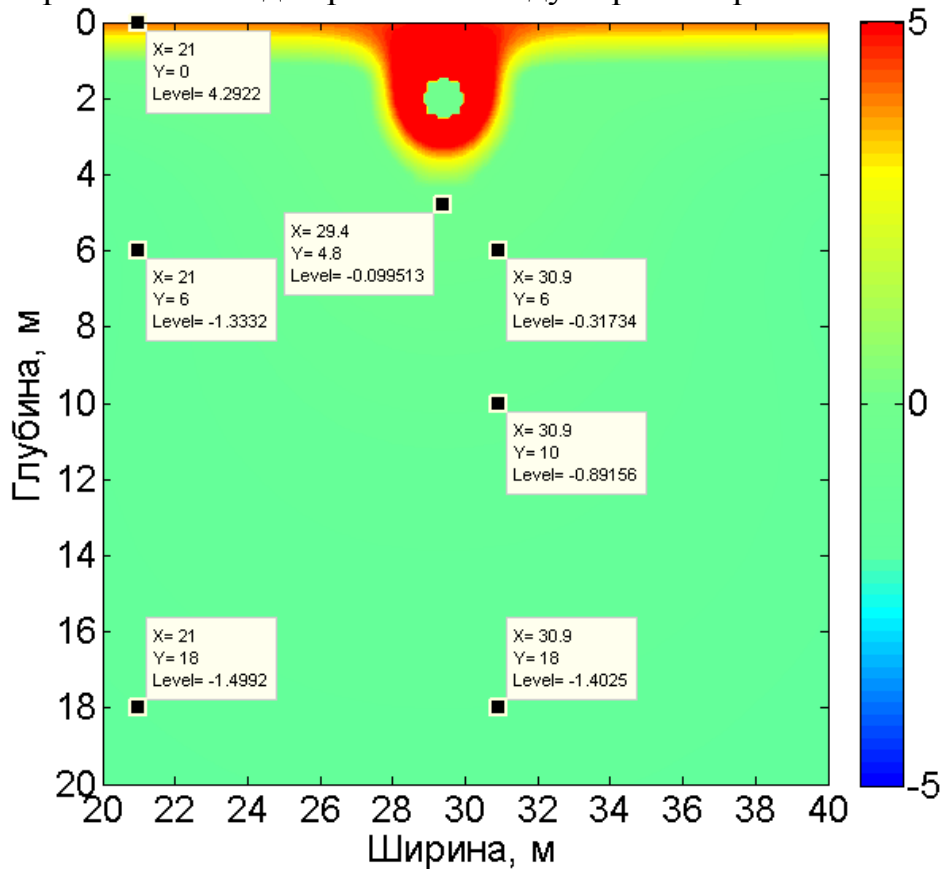


Рисунок 4.89 Распределение температуры на оси 2-х термостабилизаторов на 30 сентября 30 расчетного года при шаге между парами термостабилизаторов 10 м

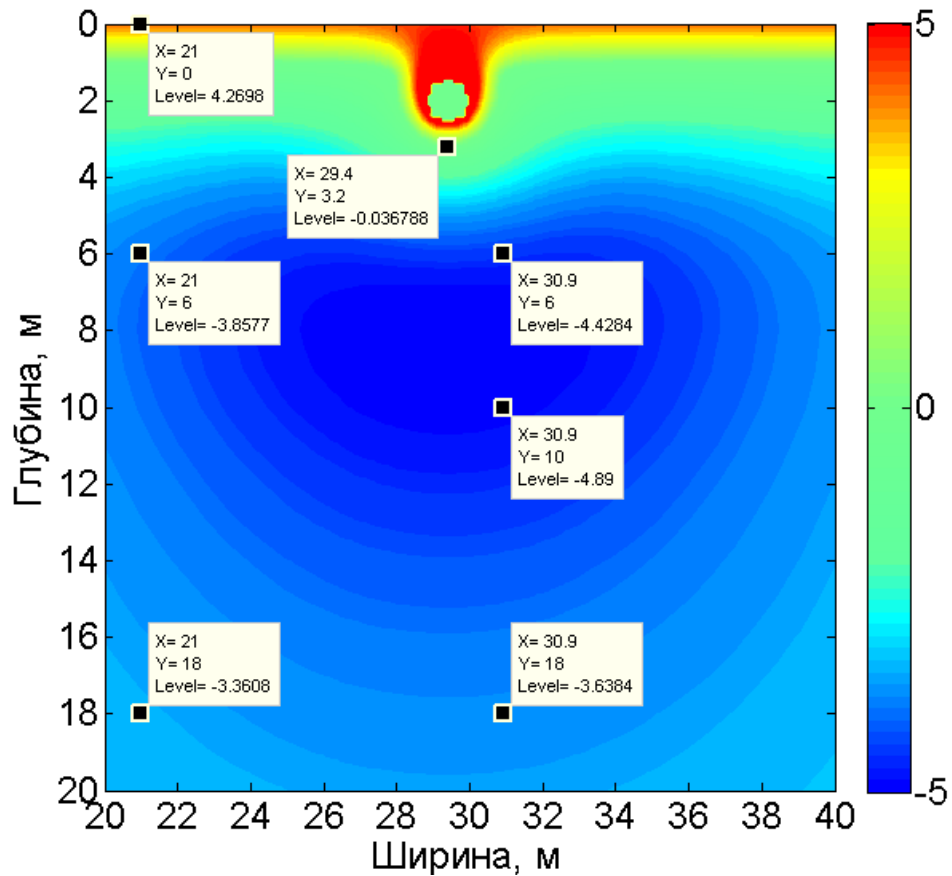


Рисунок 4.90 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 30 расчетного года при шаге между парами 2 м

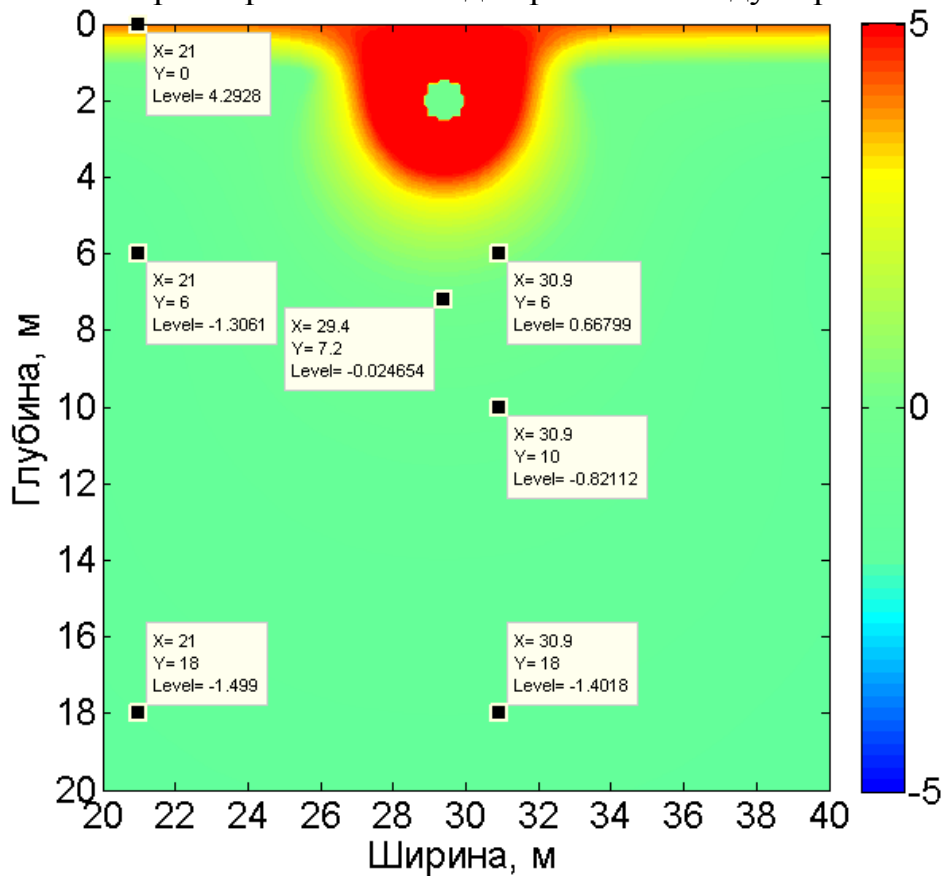


Рисунок 4.91 Распределение температуры между парами термостабилизаторов на 30 сентября 30 расчетного года при шаге между парами 10 м

На результатах расчетов хорошо видна динамика изменения поля температур вблизи заглубленного горячего трубопровода обусловленная работой вертикальных естественно-конвективных охлаждающих устройств. Глубина протаивания грунта от дневной поверхности по вертикальной оси трубопровода при шаге между парами термостабилизаторов 2,0 м в течение всего 30-летнего расчетного периода не превышает 3,2 м, то есть 0,6 м от нижней образующей теплоизоляции трубопровода. При этом глубина протаивания вдоль трубопровода не изменяется. Кроме того наблюдается понижение температуры всего массива грунта вблизи заглубленного трубопровода.

При шаге между парами термостабилизаторов 10,0 м происходит постепенное протаивание грунта под трубопроводом и после 15 расчетного года температурное состояние грунтов выходит на квазистационарный режим. Так к 30 сентября 20-летнего периода глубина протаивания (от дневной поверхности) на оси пары термостабилизаторов составляет 4,8 м, а посередине между парами термостабилизаторов глубина протаивания равна 7,2 м.

Сопоставление результатов расчетов температурных полей на 30-летний период вблизи заглубленного трубопровода без термостабилизации естественно-конвективными охлаждающими устройствами (рисунок 3.5. а) с результатами расчетов с установленными попарно термостабилизаторами (рисунки 4.84-4.91) показало, что охлаждающее действие термостабилизаторов вблизи заглубленного горячего трубопровода имеет ограничения. Так, например, при расстоянии 1,5 м от оси трубопровода и 10,0 м между парами (рисунки 4.85, 4.87, 4.89, 4.91) видно, что посередине между парами термостабилизаторов глубина протаивания практически совпадает с глубиной протаивания под трубопроводом без термостабилизации (при прочих равных условиях), но вблизи оси пары термостабилизаторов глубина протаивания сокращается на 2,4 м. При сокращении расстояния между термостабилизаторами до 2,0 м (рисунки 4.84, 4.86, 4.88, 4.90) напротив происходит постепенное понижение температуры грунта вокруг заглубленного трубопровода и уменьшение зоны протаивания по сравнению с трубопроводом без установленных вблизи охлаждающих устройств.

Из сравнения результатов расчетов (рисунки 4.84-4.91) следует, что глубину протаивания под трубопроводом возможно регулировать при помощи изменения расстояния между парами термостабилизаторов вдоль оси трубопровода.

4.3. Выводы к главе.

1. Разработан и реализован численный алгоритм моделирования поля температуры грунта вокруг заглубленного сооружения (на примере горячего трубопровода) и установленных вблизи него вертикальных естественно-конвективных охлаждающих устройств. Алгоритм реализован в среде Matlab.

2. Исследование формирования теплового поля массива окружающего грунта вокруг двух рядом стоящих вертикальных термостабилизаторов показало на их взаимное влияние, которое необходимо учитывать при проведении прогнозных расчетов (при проектировании активной термостабилизации грунта).

3. Проведенное исследование влияния расстояния между термостабилизаторами вдоль трубопровода показало, что слишком большое расстояние между термостабилизаторами может привести к растеплению многолетнемерзлых грунтов под трубопроводом, при этом растепление будет неравномерным.

4. Сравнение численной модели расчета теплового взаимодействия заглубленного горячего трубопровода с многолетнемерзлыми грунтами и точного аналитического решения (уравнение Форхгеймера) показало высокую сходимость, что обосновывает адекватность применения численного расчета.

5. Полученные результаты расчетов показывают, что разработанная модель и метод расчета являются качественным инструментом для определения динамики изменения температуры грунта вокруг заглубленного сооружения с применением вертикальных термостабилизаторов.

Заключение

1. Разработана комплексная теоретическая модель теплопереноса и теплового взаимодействия конденсатора вертикального термостабилизатора с окружающим воздухом в широком диапазоне скоростей ветра, при различных формах и материалах ребер и способа их крепления к корпусу термостабилизатора. На основании данной модели разработан программный комплекс, позволяющий определить оптимальную конструкцию и параметры конденсатора термостабилизатора проектируемого для конкретного объекта, с учетом среднемесячных (или средне зимних) скоростей ветра характерных для данной местности.

2. Разработан алгоритм выбора параметров теплообмена верхней границы массива грунта с атмосферой и глубины расположения нижней границы расчетной области на основе критерия стабильности теплового состояния массива грунта в отсутствие сооружения в течение срока его эксплуатации для обеспечения корректности постановки и решения задачи теплотехнического прогноза теплового состояния мерзлых грунтов в основании сооружений.

3. Установлено, что неверно подобранный коэффициент теплопередачи от грунта в воздух может оказать существенное влияние на глубину протаивания под сооружением, что может привести к выбору неверного технического решения при проектировании.

4. Разработана физико-математическая модель и численный метод прогнозного расчета теплового взаимодействия многолетнемерзлых грунтов с вертикальными термостабилизаторами и заглубленным трубопроводом включающие: а) учет технологических факторов изготовления конденсатора охлаждающего устройства и особенности его конструкции; б) обоснование корректности выбора параметров сезонного теплообмена поверхности массива грунта с атмосферой и положения нижней границы расчетной области; в) теоретически обоснованное условие теплообмена на границе контакта испарителя термостабилизатора с вмещающим грунтом; г) учет совокупного действия всех

источников тепла (трубопровода, системы термостабилизаторов, поверхностных факторов); д) учет строения геологической среды (что увеличивает точность прогноза); е) разработанную на основе предлагаемой методики рабочую (вычислительную) программу для прогноза состояния грунтов основания заглубленного трубопровода на весь срок его эксплуатации и позволяющие прогнозировать распределение температуры в массиве пород на весь срок эксплуатации трубопровода. Модель реализована в среде Matlab.

5. Сопоставление некоторых промысловых данных мониторинга за температурой многолетнемерзлых грунтов вблизи вертикальных термостабилизаторов в районе строительства сооружений вблизи поселка Новый Порт с результатами прогнозного расчета показало хорошую сходимость величины остаточного охлаждения грунта к концу летнего периода, что свидетельствует о достоверности результатов, получаемых при помощи разработанной модели.

6. Исследование показало необходимость учета теплового влияния двух рядом стоящих термостабилизаторов при проведении прогнозных расчетов.

7. Сопоставление численной модели расчета теплового взаимодействия заглубленного горячего трубопровода с многолетнемерзлыми грунтами и точного решения Форхгеймера показало высокую сходимость, что свидетельствует об адекватности применяемого численного метода.

Список литературы

1. Макаров В.И. Термосифоны в северном строительстве. – Новосибирск: Наука, 1985. – 169 с.
2. Юдин В. Ф. Теплообмен поперечнооробренных труб. – Л.: Машиностроение, 1982. – 189 с., ил
3. Кислицын А.А. Основы теплофизики: Лекции и семинары. Тюмень.: Издательство Тюменского государственного университета, 2002. 152 с.
4. Кунтыш В.Б., Кузнецов Н.М. Тепловой и аэродинамический расчеты оребренных теплообменников воздушного охлаждения. – СПб.: Энергоатомиздат. Санкт-Петербург. отд-ние, 1992. – 280 с.: илл.
5. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. Учебник для вузов, Изд. 3-е перераб. и доп. М., «Энергия», 1975. 488 с.
6. Горелик Я.Б. Расчет температурного поля грунта вокруг парожидкостной термосваи. Науч. техн. сб. «Проблемы нефти и газа Тюмени», вып. 47, 1980. с. 58-61.
7. Аникин Г.В., Поденко Л.С., Феклистов В.Н. Тепломассоперенос в вертикальном парожидкостном термосифоне. Криосфера земли, 2009, т. XIII, №3 с. 54-58.
8. Исаченко В.П. Теплообмен при кипении. М., Энергия, 1977, 240 с. с ил.
9. Wunsch G. Über den Einfluss der Flächenkrümmung auf den Wärmeübergang bei der Filmkondensation innerhalb and ausserhalb senkrecht stehender Röhre. – “Freiberger Forschungshefte”, 1973, Bd A, № 517, S. 19-60.
10. Основы теории теплообмена. Кутателадзе С.С. – Изд. 5-е перераб. и доп. – М.: Атомиздат, 1979, 416 с.
11. Теплопередача в двухфазном потоке/ Под ред. Д. Баттерворса и Г. Хьюитта: Пер с англ. – М.: Энергия, 1980. – 328 с., ил.
12. Герасимов Я. И. и др. Курс физической химии, т. I. Изд. 2-е, исправленное. Изд-во «Химия», 1969, 592 с.

13. Курс физической химии, т. II, под ред. чл.-корр. АН СССР проф. Я. И. Герасимова. Издание 2, испр., М., «Химия», 1973, 624 с.
14. Тепловые трубы для систем термостабилизации / И.Г. Шекриладзе, И. Г. Авалишвили, Г. Б. Гогишвили и др. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 176 с.: ил.
15. Инженерно-геокриологическое обеспечение строительства сооружений: Сб. науч. тр. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1989. – 136 с.
16. Расчет криогенных установок. Учеб. пособие для холодильных и технологических вузов./ Под ред. С. С. Будневича. – 2-е изд., перераб.и доп. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1979. – 367 с., ил.
17. Идельчек И. Г. Аэродинамика технологических аппаратов. (Подвод, отвод и распределение потока по сечению аппаратов). – М.: Машиностроение, 1983. – 351 с. ил.
18. Тепломассообменные процессы: Сб. науч. тр. / Редкол.: В. И. Толубинский (отв. ред.) и др. – Киев: Наук. думка, 1986. – 164 с.
19. Коновалов А. А. Охлаждение мерзлых оснований для повышения их прочности. Красноярск: Изд-во Краснояр. ун-та, 1989. – 201 с.
20. Талиев В. Н. Аэродинамика вентиляции: Учеб. пособие для вузов. – М.: Стройиздат, 1979. – 295 с., ил.
21. Васильев Л. Л., Вааз С. Л. Замораживание и нагрев грунта с помощью охлаждающих устройств / Под ред. Л. И. Колыхана. – Мн.: Наука и техника, 1986, 192 с., ил.
22. Тепломассоперенос в одно- и двухфазных средах / Сб. науч. тр. – Киев: Наук. думка, 1983. – 248 с.
23. Даниэлян, Ю. С. Прогнозирование процессов промерзания и оттаивания мерзлых грунтов при проектировании обустройства месторождений / Ю. С. Даниэлян // Нефтяное хозяйство. – 2003. - № 1. - С. 44-46.
24. Инструкция по определению температурного режима вечномерзлых и сезонномерзлых грунтов и прогнозированию последствий изменения тепловых условий на поверхности: РД 39-Р-088-91. – Введ. 01.05.91. -Тюмень: Гипротюменнефтегаз, 1991. - 46 с.

25. Бретшнайдер С. Свойства газов и жидкостей. Инженерные расчеты. Изд-во «Химия», Ленинградское отд-е. 1966. – 536 с.
26. Кутателадзе С. С. Теплопередача при конденсации и кипении. – Изд. 2-е. доп. и перераб. – М.: Машгиз, 1952, 232 с.
27. Кутателадзе С. С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 367 с.: ил.
28. Кутателадзе С. С., Боришанский В. М. Справочник по теплопередаче. – М.: Госэнергоиздат, 1958, 417 с.
29. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – Изд. 2-е. доп. и перераб. – М.: Наука, 1972. – 721 с.
30. Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров: Пер. с англ. / Справочник. – М.: Атомиздат, 1979. – 216 с.
31. Теплофизические свойства аммиака. Голубев И. Ф., Кияшова В. П., Перельштейн И. И., Парушин Е. Б. – М., Издательство стандартов, 1978, 264 с. (ГСССД).
32. Михеев М. А., Михеева И. М. Основы теплопередачи. Изд. 2-е, стереопит. М., «Энергия», 1977, 344 с.: ил.
33. Теплофизические свойства двуокиси углерода. Алтунин В. В. М., Издательство стандартов, 1975, 546 с.: ил.
34. Теплообмен при кипении / Толубинский В. И. – Киев: Наук. думка, 1980. 316 с.
35. Теплообменные аппараты, приборы автоматизации и испытания холодильных машин / Под ред. Быкова А. В. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984. – 248 с.
36. Каминер А. А., Яхно О. М. Гидромеханика в инженерной практике. – К.: Техника, 1987. – 175 с.: ил.
37. Львовский Е. Н. Статистические методы построения эмпирических формул: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1988. – 239 с.: ил.

38. Различные области применения холода / Под ред. Быкова А. В. – М.: Агропромиздат, 1985. 272 с.
39. Искусственное охлаждение грунтов с помощью термосвай. – В кн: «Инженерное мерзлотоведение». М.: «Наука», 1979, с. 72-91. Авт.: С. С. Вялов, Ю. А. Александров, Ю. С. Миренбург, Ю. Г. Федосеев.
40. Мейрманов А. М. Задача Стефана. Новосибирск: Наука, 1986, 239 с. (надо скачать)
41. Вукалович М. П., Новиков И. И. Термодинамика. Учебное пособие для вузов. М., «Машиностроение», 1972, 672 с.
42. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. – Учеб. для вузов. – Изд. 6-е, перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 840 с.
43. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: перевод с английского под ред. Виленского В. Д., - М.: «Энергоатомиздат», 1984. – 152 с., ил.
44. Справочник по строительству на вечномёрзлых грунтах. Под редакцией Ю. Я. Велли, В. И. Докучаева, Н. Ф. Федорова. Л., Стройиздат, Ленинградское издание, 1977, 552 с.
45. Материалы V Всесоюзного совещания-семинара по обмену опытом строительства в суровых климатических условиях. Том VI, вып. 3. Под ред. К.А. Токаревой. Красноярск, Издательство института «Красноярский промстройниипроект» 1968, 160 с.
46. Вялов С.С., Александров Ю.А., Миренбург Ю.С., Федосеев Ю.Г. Искусственное охлаждение грунтов с помощью термосвай. – В сб.: «Инженерное мерзлотоведение», Москва, 1979.
47. Long E.L. The Long thermopile. – Proc. Intern. Permafrost Conf. USA, 1965, p. 487-491.
48. Мерзлотоведение и опыт строительства на вечномёрзлых грунтах в США и Канаде/ С.С. Вялов, П.И. Мельников, Г.В. Порхаев и др. М: Стройиздат, 1968, 91 с.

49. Кудрявцев В.А., Гарагуля Л.С., Кондратьева К.А., Меламед В.Г. Основы мерзлотного прогноза при инженерно-геологических исследованиях. М.: Изд-во МГУ. 1974, 431с.
50. Вакулин А.А. Основы геокриологии: учеб. пособие для студентов вузов. - Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2011. - 220 с.
51. Кудрявцев В.А., Достовалов В.Н., Романовский Н.Н., Кондратьева К.А., Меламед В.Г. Общее мерзлотоведение. М.: Изд-во МГУ, 1978., 464 с.
52. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. – Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 416 с.
53. Патанкар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах: Пер с англ. Е.В. Калабина; под ред. Г.Г. Янькова. – М.:Издательство МЭИ, 2003. – 312 с.
54. Finlayson B.A. The method of weighted residuals and variational principles, Academic, New York, 1972.
55. Gopalakrishnan K. and Manik A. A mathematical model for predicting isothermal soil moisture profiles using finite difference method // International Journal of Computational and Mathematical Sciences 1, 2007.
56. G.S.Campbell. Soil physics with BASIC transport models for soil-plant systems Elsevier Science, 150 p., 1985.
57. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. М.: Изд-во НТ Пресс, 2006. – 496 с.: ил. – (Самоучитель).
58. Самарский А.А. Вычислительная теплопередача/А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. – М: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
59. Павлов А.В. Расчет и регулирование мерзлотного режима почвы. – Новосибирск: Наука, 1980. – 240 с.
60. Теплофизика промерзающих и протаивающих грунтов / Под ред. Г.В. Порхаева. – М:Наука, 1964. – 197 с.

61. Порхаев Г.В. Щелоков В.К. Прогнозирование температурного режима вечномёрзлых грунтов на застраиваемых территориях. – Л.: Стройиздат. Ленингр. отд-ние. 1980. – 112 с.
62. Горелик Я.Б., Колунин В.С. Физика и моделирование криогенных процессов в литосфере / Отв. ред. акад. В.П. Мальников. Новосибирск: Изд-во СО РАН, Филиал «Гео», 2002. – 317 с.
63. Общее мерзлотоведение (геокриология), изд. 2, переработанное и дополненное. М., Изд-во МГУ, 1978 г. 464 с., 33 табл., библиогр., с илл.
64. Меламед В.Г. Тепло- и массообмен в мерзлых горных породах при фазовых переходах. М.: Наука, 1980.
65. Меламед В.Г., Медведев А.В. Оценка влияния снежного покрова на температурное поле промерзающих горных пород при учете зависимости теплофизических характеристик снега от температуры. – В кн.: Мерзлотные исслед. М.: Изд-во МГУ, вып. XVII, 1978.
66. Кудрявцев В.А. Температура верхних горизонтов вечномёрзлой толщи в пределах СССР. М.: Изд-во АН СССР, 1954. – 182 с.
67. Фельдман Г.М. Методы расчета температурного режима мерзлых грунтов. – М.: Наука, 1973. -254 с.
68. Гречищев С.Е., Чистотинов Л. В., Щур Ю.Л. Основы моделирования криогенных физико-геологических процессов. М.: Наука, 1984. – 232 с.
69. Ершов Э.Д. Физико-химия и механика мерзлых пород. – М.: Изд-во МГУ, 1986. – 336 с.
70. Савельев Б.А. Физико-химическая механика мерзлых пород. – М.: Недра, 1989. – 211 с.
71. Цытович Н.А. Механика мерзлых грунтов. – М.: Высш. шк., 1973. – 448с.
72. Инженерно-геологический мониторинг промыслов Ямала. В двух томах. Т. I: Моделирование термомеханического взаимодействия сооружений с грунтами / М.М. Дубина, В.В. Коновалов, В.Р. Цибульский, Ю.А. Черняков. – Новосибирск: Наука. Сиб. предприятие РАН, 1996. – 136 с.

73. Мейрманов А.М. О классическом решении многомерной задачи Стефана для квазилинейных параболических уравнений. В сб.: «Математический сборник» № 2 (6), Москва. 1980, с. 170-172.
74. Фридман А. Уравнения параболического типа. – М.: изд-во Мир, 1968.
75. Cannon J.R., Hill C.D. Existence, uniqueness, stability and monotont dependence in a Stefan problem for the heat equation, J. Math. Mech., 17, №1, 1967.
76. Hill C.D., Kotlow D.B. Classical solution in the large of the two-phase free boundary problem. J. Arch. Rat. Mech. Anal., 45, 1972.
77. Kyner W.T. An existence and uniqueness for a nonlinear Stefan problem. J. Math. Mech., 8, №4, 1959.
78. Бачелис Р.Д., Меламед В.Г. О решении квазилинейной двухфазной задачи Стефана методом прямых при слабых ограничениях на входные данные задачи. Журнал: Вычисл. матем. и матем. физ., 12, №3, 1972.
79. Мейрманов А.М. Многофазная задача Стефана для квазилинейных параболических уравнений. В сб.: «Динамика сплошной среды», Новосибирск, вып. 13, 1973.
80. Олейник О.А.. Об одном методе решения общей задачи Стефана. ДАН СССР, №5, 1960.
81. Friedman A., Kinderlehrer D. A one phase Stefan problem. Indiana univ. Meth. J., 24, №11, 1975.
82. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М.: Наука, 1972. - 735 с.
83. Тепловой расчет ребренных поверхностей/ Л. И. Ройзен.; Под. ред. В. Г. Фастовского. – М.: Энергия., 1977
84. Луканин В.Н. Теплотехника. – М.: Высш. школа., 2000
85. Теория теплообмена/ С. И. Исаев и др.; Под. ред. А. И. Леонтьева. – М.: Высш. школа. 1979
86. Касаткин А. Г. Основные процессы и аппараты химической промышленности. – М.: Госхимиздат. 1961
87. Лариков Н. Н. Теплотехника. – М.: Стройиздат. 1985

88. Справочник по теплообменникам: в 2-х т. Т. 2/ Пер. под. ред. О. Г. Мартыненко. – М.: Энергоатомиздат. 1987
89. Чичиндаев А. В. Оптимизация компактных пластинчато-ребристых теплообменников. Часть 1. Теоретические основы. – Н.: НГТУ, 2003
90. Шлыков Ю. П. Контактное термическое сопротивление. – М.: Энергия. 1977
91. Развитые поверхности теплообмена/ Д. Керн.; Пер. с англ. М., Энергия. 1977
92. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике/ В. С. Авдудевский.; Под ред. В. С. Авдудевского – М.: Машиностроение. 1992
93. Тепловой и гидравлический расчет теплообменных аппаратов компрессорных установок/ Т. Г. Гавра и др.; Под. ред. А. И. Кириллова. – Л.: ЛПИ. 1982
94. Мухачев Г. А. Термодинамика и теплопередача. – М.: Высш. школа. 1991
95. Лебедев П. Д. Теплообменные, сушильные и холодильные установки. – М.: Энергия. 1972
96. Справочник по теплообменникам: в 2-х т. Т. 1/ Пер. под. ред. О. Г. Мартыненко. – М.: Энергоатомиздат. 1987
97. Теория тепло- и массообмена/ Э. Р. Эккерт.; Пер. под. ред. А. В. Лыкова. М. – Л.: Госэнергоиздат. 1961
98. Гидродинамика, теплообмен и массообмен/ К. О. Беннет.; Перевод М. Г. Ассмус.; Под. ред. Н. И. Гельперина – М.: Недра. 1966
99. Теплотехника/ А. П. Баскаков.; Под. ред. А. П. Баскакова – М.: Энергоиздат. 1991
100. Кукателадзе С. С. Основы теории теплообмена. – М.: Атомиздат., 1979
101. Основы теплопередачи/ Ф. Крейт.; Перевод Н. А. Анфимова.; Под. ред. Н. А. Анфимова – М.: Мир. 1983

102. Бажан П. И. Справочник по теплообменным аппаратам. – М.: Машиностроение. 1989

103. Пиоро И.Л., Антоненко В.А., Пиоро Л.С. Эффективные теплообменники с двухфазными термосифонами. Киев, Наук. думка, 1991, 370 с.

104. Горелик Я.Б. Расчет температурного поля грунтов вокруг жидкостной термосваи. – В сб.: «Проблемы нефти и газа Тюмени», Тюмень, 1980, вып. 46.

105. Безродный М.К., Пиоро И.Л., Костюк Т.О. Процессы переноса в двухфазных системах. Теория и практика. – 2-е издание, дополненное и переработанное. – Киев: Факт, 2005. – 704 с.: илл.

106. Блиер Б.М., Цинман М.М. А.с. 68155 (СССР). Способ замораживания грунта. – Оpubл. в БИ, 1945.

107. Гапеев С.И. Рекомендуемые мероприятия и экспериментальные исследования по охлаждению многолетнемерзлых грунтов с целью их укрепления и повышения верхней границы залегания: Информационное письмо № 22. – Л.: Ленгипротранс, 1957.

108. Long E.L. Means for Maintaining Permafrost Foundations. Pat. USA. #3, 217, 791, Cl. 165-45, 1964.

109. Baltch J.C. Soil Refrigerating System. Pat. USA. # 3, 220, 470, Cl. 165-40, 1965.

110. Системы температурной стабилизации грунтов оснований в криолитозоне: Актуальные вопросы исследований, расчетов, проектирования, производства, строительства, авторского надзора и мониторинга/науч. ред. Г.М. Долгих; НПО «Фундаментстройаркос». – Новосибирск: Академическое издательство «Гео», 2014. – 217 с.

111. Рекомендации по проектированию и применению в строительстве охлаждающих установок, работающих без энергетических затрат./ Под.ред. Г.Н. Кузнецовой; ВНИИИС Госстроя СССР. – М. -1984.

112. Аникин Г.В., Спасенникова К.А. Расчет температурных полей в системе емкость с нефтью - сезонное охлаждающее устройство. 2009г., деп. в ВИНТИ РАН 30.12.2009, №840-B2009.

113. Аникин Г.В., Плотников С.Н., Спасенникова К.А. Компьютерное моделирование тепломассопереноса в системах горизонтального охлаждения грунтов. Криосфера Земли, 2011г., т.15, №1, с. 33-40.

114. Аникин Г.В., Плотников С.Н., Спасенникова К.А. Расчет динамики промерзания грунта под воздействием одиночного термосифона. Криосфера Земли, 2013г., т. 17, №1, с. 51-55.

115. Цвид А.А. К вопросу о сооружении земляных плотин замораживанием естественным холодом. – Изв. Вост. фил. АН СССР, Владивосток, 1957, №3, с. 88-93.

116. Совершенствование систем разработки, добычи и подготовки газа на месторождениях Крайнего Севера / Под ред. Р.И. Вяхирева. М., Наука, 1996, 415 с.

117. Изоэнтропная модель тепломассопереноса в термостабилизаторе / Аникин Г.В.; Деп. в ВИНТИ 27.08.2008, №730-В2008. – 41 с.

118. СП 25.13330.2012. Свод правил. Основания и фундаменты на вечномерзлых грунтах. Актуализированная редакция СНиП 2.02.04-88.

119. Попов А.П. Технология геотехнического мониторинга в криолитозоне. Инженерные изыскания, 04/2009 г., с. 20-33.

120. Тепловые расчеты сложных систем заглубленных трубопроводов (Рекомендации). Гипротюменнефтегаз, Тюмень, 1987 г.

121. Амосова Е.В., Кропачев Д.Ю., Паздерин Д.С. Система мониторинга температур протяженных объектов в многолетнемерзлых грунтах // Газовая промышленность. – 2011. – №06(660) – с. 42-45.

122. Примаков С.С., Паздерин Д.С. О расчете теплообмена при проектировании конденсаторной части сезонно действующего охлаждающего устройства // Нефтяное хозяйство. – 2013. – № 4 – с. 124-125.

123. Паздерин Д.С. Расчет ореола промерзания грунта вблизи двух сезоннодействующих охлаждающих устройств // Нефтяное хозяйство. – 2014. – № 2 – с. 20-21.

124. Паздерин Д.С. Тепловое взаимодействие горячего подземного трубопровода с грунтом и сезонно-действующими охлаждающими устройствами // Нефтяное хозяйство. – 2014. – № 5 – с. 102-104.

125. Феклистов В.Н., Долгих Д.Г., Окунев С.Н., Паздерин Д.С. Исследование охлаждающей системы типа ГЕТ для термостабилизации грунтовых оснований // Материалы международной конференция "Криогенные ресурсы полярных и горных регионов. Состояние и перспективы инженерного мерзлотоведения" 2008 г. с. 165-168.

126. Паздерин Д.С. Натурные исследования глубинных СОУ в условиях опытно-промышленного полигона // В сборнике материалов Всероссийской научно-практической конференции молодых ученых и специалистов, посвященной XX-летию создания ООО НПО «Фундаментстройаркос» «Стратегия инновационного развития, строительства и освоения районов Крайнего Севера», 2011 г, с. 47-51.

127. Паздерин Д.С. Сравнительные экспериментальные исследования термостабилизаторов различной конструкции в климатической камере // Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции молодых ученых и специалистов, посвященной XX-летию создания ООО НПО «Фундаментстройаркос» «Стратегия инновационного развития, строительства и освоения районов Крайнего Севера», 2011 г, с. 173-180.

128. Паздерин Д.С., Гилев Н.Г. Экспериментальные исследования системы ГЕТ-460 на опытно-промышленном полигоне // Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции молодых ученых и специалистов, посвященной XX-летию создания ООО НПО «Фундаментстройаркос» «Стратегия инновационного развития, строительства и освоения районов Крайнего Севера», 2011 г, с. 255-264.

129. Долгих Г.М., Окунев С.Н., Стрижков С.Н., Паздерин Д.С., Гилев Н.Г. Исследования систем температурной стабилизации грунтов на опытно-промышленном полигоне // Материалы международной научно-практической

конференции по инженерному мерзлотоведению, посвященной XX-летию ООО НПО «Фундаментстройаркос», 7-10 ноября 2011, г. Тюмень, с.36-42.

130. Долгих Г.М., Окунев С.Н., Паздерин Д.С., Гилев Н.Г. Исследование ТК с использованием климатических камер и в условиях опытно-промышленного полигона // Материалы международной научно-практической конференции по инженерному мерзлотоведению, посвященной XX-летию ООО НПО «Фундаментстройаркос», 7-10 ноября 2011, г. Тюмень, с.88-94.

131. Паздерин Д.С. Расчет промерзания грунта вблизи двух сезонно-действующих охлаждающих устройств // Материалы XVIII научно-практической конференции молодых ученых и специалистов «Проблемы развития газовой промышленности Сибири-2014», Тюмень, 20-22 мая 2014.

132. Паздерин Д.С. Расчет теплообмена при проектировании конденсаторной части одиночного сезонно-действующего охлаждающего устройства // В сб. тезисов Тюменского международного инновационного форума «НефтьГазТЭК-2013», Тюмень, 2013г.

133. Долгих Г.М., Вельчев С.П., Окунев С.Н., Паздерин Д.С. Опыт строительства свайных оснований с термостабилизаторами при обустройстве Бованенковского месторождения // Системы температурной стабилизации грунтов оснований в криолитозоне: Актуальные вопросы исследований, расчетов, проектирования, производства, строительства, авторского надзора и мониторинга/науч. ред. Г.М. Долгих; НПО «Фундаментстройаркос». – Новосибирск: Академическое издательство «Гео», 2014. – с. 181-185.

134. Александров Ю.А. Охлаждение пластично-мерзлых грунтов кустовой системой парожидкостных СОУ // Материалы Всесоюз. совещ. “Геокриологический прогноз при строительном освоении территории”. Воркута, Госстрой СССР, 1985, кн. 2, с. 283–286.

135. Горелик Я.Б., Селезнев А.А. Об эффективности оребрения вертикальных двухфазных естественно-конвективных охлаждающих устройств для строительства на мерзлых грунтах. Криосфера Земли, 2016г., т. XX, №2, с. 78-89.

136. Михайлов П.Ю. Динамика тепломассообменных процессов и теплосилового взаимодействия промерзающих грунтов с подземным трубопроводом// Автореферат на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, 2012, Тюмень, 21 с.

137. Шевелева Д.В. Динамика сложного теплового взаимодействия нефтяных и газовых скважин с многолетнемерзлыми породами// Автореферат на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, 2008, Тюмень, 19 с.

138. Павлов А.В. Энергообмен в ландшафтной сфере Земли, Новосибирск, Наука, 1984, 255 с.

139. Баренблатт Г.И. О некоторых приближенных методах в теории одномерной неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме // Известия АН СССР. Отд. техн. наук, 1954, 9, 35-49.

140. Долгих Г.М., Долгих Д.Г., Окунев С.Н. Технические решения по замораживанию грунтов оснований, применяемые НПО “Фундаментстройаркос” // Материалы Междунар. конф. “Криосфера нефтегазоносных провинций”. Тюмень, 2004, с. 56.

141. Минкин М.А. Основания и фундаменты сооружений на вечномерзлых грунтах / М.А. Минкин. М., ГАСИС, 2005, 213 с.

142. Паздерин Д.С. Влияние глобального потепления на термостабилизацию грунтов основания заглубленного трубопровода в условиях многолетнемерзлых грунтов // Нефтяное хозяйство. 2016. - № 7 с. 106-108.

143. СП 131.13330.2012 Строительная климатология, М., Минрегионразвития, 2012, 108 с.

144. Порхаев В.Г. Тепловое взаимодействие зданий и сооружений с мерзлыми грунтами. М., Наука, 1970, 208с

145. Горелик Я.Б. Динамика протаивания грунтов под сооружениями // Проблемы нефти и газа Тюмени, Тюмень, ЗАПСИБНИГНИ, 1983, вып. 58, с. 37-38.

146. Инженерная геокриология. Раздел "Прогноз взаимодействия инженерных сооружений с горными породами" Справочное пособие // Под ред. Э.Д. Ершова, М., Недра, 1991, 438 с.

147. Горелик Я.Б., Горелик Р.Я. Лабораторное исследование работы двухфазного естественно-конвективного охлаждающего устройства с горизонтальной испарительной частью. Криосфера Земли, 2011г., т. XV, №2, с. 34-43

148. Цибульский В.Р. Автоматизация геокриологических исследований, Новосибирск, Наука, 1985, 145 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Листинг программы

```

rtr=0.6; glub=2; x11=0;x11=roundn(x11,-6); x12=rtr; x12=roundn(x12,-6);
z11=glub-rtr; z11=roundn(z11,-6); z12=glub+rtr;z12=roundn(z12,-6); x01=1.5;
x02=x01+0.0264; x02=roundn(x02,-6); y01=0; y02=0.0264/2; y02=roundn(y02,-6);
z01=0; z02=6; x1=0:rtr/6:2*rtr; x2=x1(end)+rtr/3:rtr/3:6*rtr; x1=[x1 x2];
x2=x1(end)+rtr/2:rtr/2:10*rtr; x1=[x1 x2]; x2=x1(end)+rtr:rtr:20*rtr; x1=[x1 x2];
x2=x1(end)+3*rtr/2:3*rtr/2:35*rtr; x1=[x1 x2]; x2=x1(end)+2*rtr:2*rtr:50*rtr; x1=[x1
x2]; x2=[x01 x02];x1=[x1 x2]; x1=unique(roundn(x1,-6)); xx=x1; x1=0:0.05:0.5;
x2=x1(end)+0.1:0.1:1; x1=[x1 x2]; x2=0.0132; x1=[x1 x2]; x1=unique(roundn(x1,-6));
yy=x1; x1=0:glub/10:z11; x2=x1(end)+rtr/6:rtr/6:z12; x1=[x1 x2];
x2=x1(end)+glub/10:glub/10:x1(end)+z11; x1=[x1 x2];
x2=x1(end)+glub/5:glub/5:x1(end)+2*glub; x1=[x1 x2];
x2=x1(end)+glub/2:glub/2:x1(end)+2*glub; x1=[x1 x2];
x2=x1(end)+glub:glub:x1(end)+4*glub; x1=[x1 x2];
x2=x1(end)+2*glub:2*glub:x1(end)+10*glub; x1=[x1 x2]; x2=z02; x1=[x1 x2];
x2=z02+0.01; x1=[x1 x2]; x1=unique(roundn(x1,-6)); zz=x1; clear x1 x2
ttr=60; load('Tv(NewPort)'); load('v(NewPort)'); dt=3600*24*30; tf=-0.1;
Laiz=0.03; diz=0.2; d=(rtr*2-diz*2); alfiz=2*pi*Laiz/log((2*diz+d)/d); h1 = 1.2; h2 =
3.2; h3 = 8; l1=xx(end); u1=yy(end); Lt1=1.8; Lm1=1.86; l2=xx(end); u2=yy(end);
Lt2=Lt1; Lm2=Lm1; l3=xx(end); u3=yy(end); Lt3=Lt1; Lm3=Lm1; l4=xx(end);
u4=yy(end); Lt4=Lt1; Lm4=Lm1; r=80*4187; ro1=1770; w1=0.36; ct1=3350000;
cm1=2350000;
ro2=ro1; w2=w1; ct2=ct1; cm2=ct1; ro3=ro1; w3=w1; ct3=ct1; cm3=cm1;
ro4=ro1; w4=w1; ct4=ct1; cm4=cm1;
N=length(xx); M=length(yy); K=length(zz);
i=1; j=1; k=1; i1(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i=2:N-1; j=1; k=1; i2(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i=N; j=1; k=1; i3(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i=1; j=1; k=2:K-1; i4(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
p=0; j=1; for k=2:K-1; for i=2:N-1; p=p+1; i5(p,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M; end
end
i=N; j=1; k=2:K-1; i6(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i=1; j=1; k=K; i7(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i = 2:N-1; j=1; k=K; i8(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i=N; j=1; k=K; i9(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i=1; k=1; j=2:M-1; i10(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
p=0; k=1; for j=2:M-1; for i=2:N-1; p=p+1; i11(p,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
end
end
i=N; k=1; j=2:M-1; i12(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
p=0; i=1; for k=2:K-1; for j=2:M-1; p=p+1; i13(p,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
end

```

```

end
p=0; for k=2:K-1; for j=2:M-1; for i=2:N-1; p=p+1; i14(p,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M; end
end
end
p=0; i=N; for k=2:K-1; for j=2:M-1; p=p+1; i15(p,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
end
end
i=1; k=K; j=2:M-1; i16(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
p=0; k=K; for j=2:M-1; for i=2:N-1; p=p+1; i17(p,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
end
end
i=N; k=K; j=2:M-1; i18(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i=1; j=M; k=1; i19(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
j=M; k=1; i=2:N-1; i20(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i=N; j=M; k=1; i21(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i=1; j=M; k=2:K-1; i22(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
p=0; j=M; for k=2:K-1; for i=2:N-1; p=p+1; i23(p,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
end
end
i=N; j=M; k=2:K-1; i24(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i=1; j=M; k=K; i25(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
j=M; k=K; i=2:N-1; i26(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
i=N; j=M; k=K; i27(:,1)=i+(j-1)*N+(k-1)*N*M;
[X, Y, Z]=ndgrid(xx, yy, zz); x=reshape(X,1,N*M*K)';
y=reshape(Y,1,N*M*K)'; z=reshape(Z,1,N*M*K)'; j1=[i1; i2; i4; i5; i7; i8; i10; i11;
i13; i14; i16; i17; i19; i20; i22; i23; i25; i26]; j1=unique(j1); j11=[i1; i2; i3; i4; i5; i6;
i7; i8; i9; i10; i11; i12; i13; i14; i15; i16; i17; i18]; j11=unique(j11); j111=[i1; i2; i3; i4;
i5; i6; i10; i11; i12; i13; i14; i15; i19; i20; i21; i22; i23; i24]; j111=unique(j111);
j01=[i2; i3; i5; i6; i8; i9; i11; i12; i14; i15; i17; i18; i20; i21; i23; i24; i26; i27];
j01=unique(j01); j011=[i10; i11; i12; i13; i14; i15; i16; i17; i18; i19; i20; i21; i22; i23;
i24; i25; i26; i27]; j011=unique(j011); j0111=[i4; i5; i6; i7; i8; i9; i13; i14; i15; i16; i17;
i18; i22; i23; i24; i25; i26; i27]; j0111=unique(j0111); j0=1:N*M*K; j0=j0'; js=[i1; i2;
i3; i10; i11; i12; i19; i20; i21]; js=unique(js); i=1:N*M*K; x21=0; x21=roundn(x21,-6);
x22=rtr/3; x22=roundn(x22,-6); x23=5*rtr/6; x23=roundn(x23,-6);
x24=rtr; x24=roundn(x24,-6); z21=glub-rtr; z21=roundn(z21,-6); z22=glub-5*rtr/6;
z22=roundn(z22,-6); z23=glub-rtr/3; z23=roundn(z23,-6); z24=glub+rtr/3;
z24=roundn(z24,-6); z25=glub+5*rtr/6; z25=roundn(z25,-6); z26=glub+rtr;
z26=roundn(z26,-6); it1(:,1)=find(x(i)==x21&y(i)==yy(1)&z(i)==z21);
it21=find(x(i)>x21&x(i)<x22&y(i)==yy(1)&z(i)==z21);
it22=find(x(i)>x22&x(i)<x23&y(i)==yy(1)&z(i)==z22);
it23=find(x(i)>x23&x(i)<x24&y(i)==yy(1)&z(i)==z23); it2(:,1)=[it21; it22; it23];
it2=unique(it2); it31=find(x(i)==x22&y(i)==yy(1)&z(i)==z21);
it32=find(x(i)==x23&y(i)==yy(1)&z(i)==z22);

```



```

it33=find(x(i)==x24&y(i)==yy(1)&z(i)==z23);    it3(:,1)=[it31;    it32;    it33];
it3=unique(it3);                                it41=find(x(i)==x22&y(i)==yy(1)&z(i)==z22);
it42=find(x(i)==x23&y(i)==yy(1)&z(i)==z23);    it4(:,1)=[it41;    it42];    it4=unique(it4);
it51=find(x(i)==x22&y(i)==yy(1)&z(i)>z21&z(i)<z22);
it52=find(x(i)==x23&y(i)==yy(1)&z(i)>z22&z(i)<z23);
it53=find(x(i)==x24&y(i)==yy(1)&z(i)>z23&z(i)<z24);
it54=find(x(i)==x23&y(i)==yy(1)&z(i)>z24&z(i)<z25);
it55=find(x(i)==x22&y(i)==yy(1)&z(i)>z25&z(i)<z26);    it5(:,1)=[it51;    it52;    it53;    it54;
it55];    it5=unique(it5);    it61=find(x(i)==x24&y(i)==yy(1)&z(i)==z24);
it62=find(x(i)==x23&y(i)==yy(1)&z(i)==z25);
it63=find(x(i)==x22&y(i)==yy(1)&z(i)==z26);    it6(:,1)=[it61;    it62;    it63];
it6=unique(it6);    it71=find(x(i)>x21&x(i)<x22&y(i)==yy(1)&z(i)==z26);
it72=find(x(i)>x22&x(i)<x23&y(i)==yy(1)&z(i)==z25);
it73=find(x(i)>x23&x(i)<x24&y(i)==yy(1)&z(i)==z24);    it7(:,1)=[it71;    it72;    it73];
it7=unique(it7);    it81=find(x(i)==x22&y(i)==yy(1)&z(i)==z25);
it82=find(x(i)==x23&y(i)==yy(1)&z(i)==z24);    it8(:,1)=[it81;    it82];    it8=unique(it8);
it9(:,1)=find(x(i)==x21&y(i)==yy(1)&z(i)==z26);
is11=find(x(i)==x01&y(i)==y01&z(i)==z01);
is12=find(x(i)==x02&y(i)==y01&z(i)==z01);    is1=[is11;    is12];
is21=find(x(i)==x01&y(i)==y01&z(i)>z01&z(i)<z02);
is22=find(x(i)==x02&y(i)==y01&z(i)>z01&z(i)<z02);    is2=[is21;    is22];
is2=unique(is2);    is3=find(x(i)==x01&y(i)==y01&z(i)==z02);
is4=find(x(i)==x02&y(i)==y01&z(i)==z02);
is5=find(x(i)==x01&y(i)==y02&z(i)==z01);
is6=find(x(i)==x02&y(i)==y02&z(i)==z01);
is7=find(x(i)==x01&y(i)==y02&z(i)>z01&z(i)<z02);
is8=find(x(i)==x02&y(i)==y02&z(i)>z01&z(i)<z02);
is9=find(x(i)==x01&y(i)==y02&z(i)==z02);
is10=find(x(i)==x02&y(i)==y02&z(i)==z02);    is=[is1;    is2;    is3;    is4;    is5;    is6;    is7;    is8;    is9;
is10];    iso=unique(is);    iso=iso(end-3:end);
    for i=2:M    it1(i)=it1(1)+(i-1)*N;    it2(:,i)=it2(:,1)+(i-1)*N;    it3(:,i)=it3(:,1)+(i-1)*N;
    it4(:,i)=it4(:,1)+(i-1)*N;    it5(:,i)=it5(:,1)+(i-1)*N;    it6(:,i)=it6(:,1)+(i-1)*N;
    it7(:,i)=it7(:,1)+(i-1)*N;    it8(:,i)=it8(:,1)+(i-1)*N;    it9(i)=it9(1)+(i-1)*N;    end
    j01=setdiff(j01, [it1;    it4;    it5;    it8;    it9]);    j0111=setdiff(j0111, [it9;    it7;    it8]);
j0111=setdiff(j0111, iso);    j111=setdiff(j111, [it1;    it2;    it4]);    clear X Y Z
    it=[it1;    it2;    it3;    it4;    it5;    it6;    it7;    it8;    it9];
    tx(i1)=tol(x(i1+1),x(i1));    ty(i1)=tol(y(i1+N),y(i1));    tz(i1)=tol(z(i1+N*M),z(i1));
tx(i2)=tol(x(i2+1),x(i2-1));    ty(i2)=tol(y(i2+N),y(i2));    tz(i2)=tol(z(i2+N*M),z(i2));
tx(i3)=tol(x(i3),x(i3-1));    ty(i3)=tol(y(i3+N),y(i3));    tz(i3)=tol(z(i3+N*M),z(i3));
tx(i4)=tol(x(i4+1),x(i4));    ty(i4)=tol(y(i4+N),y(i4));    tz(i4)=tol(z(i4+N*M),z(i4-N*M));
tx(i5)=tol(x(i5+1),x(i5-1));    y(i5)=tol(y(i5+N),y(i5));    tz(i5)=tol(z(i5+N*M),z(i5-N*M));
tx(i6)=tol(x(i6),x(i6-1));    ty(i6)=tol(y(i6+N),y(i6));    tz(i6)=tol(z(i6+N*M),z(i6-N*M));
tx(i7)=tol(x(i7+1),x(i7));    ty(i7)=tol(y(i7+N),y(i7));    tz(i7)=tol(z(i7),z(i7-N*M));
tx(i8)=tol(x(i8+1),x(i8-1));    ty(i8)=tol(y(i8+N),y(i8));    tz(i8)=tol(z(i8),z(i8-N*M));

```

```

tx(i9)=tol(x(i9),x(i9-1));    ty(i9)=tol(y(i9+N),y(i9));    tz(i9)=tol(z(i9),z(i9-N*M));
tx(i10)=tol(x(i10+1),x(i10));    ty(i10)=tol(y(i10+N),y(i10-N));
tz(i10)=tol(z(i10+N*M),z(i10));    tx(i11)=tol(x(i11+1),x(i11-1));
ty(i11)=tol(y(i11+N),y(i11-N));    tz(i11)=tol(z(i11+N*M),z(i11));
tx(i12)=tol(x(i12),x(i12-1));    ty(i12)=tol(y(i12+N),y(i12-N));
tz(i12)=tol(z(i12+N*M),z(i12));    tx(i13)=tol(x(i13+1),x(i13));
ty(i13)=tol(y(i13+N),y(i13-N));    tz(i13)=tol(z(i13+N*M),z(i13-N*M));
tx(i14)=tol(x(i14+1),x(i14-1));    ty(i14)=tol(y(i14+N),y(i14-N));
tz(i14)=tol(z(i14+N*M),z(i14-N*M));    tx(i15)=tol(x(i15),x(i15-1));
ty(i15)=tol(y(i15+N),y(i15-N));    tz(i15)=tol(z(i15+N*M),z(i15-N*M));
tx(i16)=tol(x(i16+1),x(i16));    ty(i16)=tol(y(i16+N),y(i16-N));    tz(i16)=tol(z(i16),z(i16-
N*M));    tx(i17)=tol(x(i17+1),x(i17-1));
ty(i17)=tol(y(i17+N),y(i17-N));
tz(i17)=tol(z(i17),z(i17-N*M));    tx(i18)=tol(x(i18),x(i18-1));
ty(i18)=tol(y(i18+N),y(i18-N));    tz(i18)=tol(z(i18),z(i18-N*M));
tx(i19)=tol(x(i19+1),x(i19));    ty(i19)=tol(y(i19),y(i19-N));
tz(i19)=tol(z(i19+N*M),z(i19));    tx(i20)=tol(x(i20+1),x(i20-1));
ty(i20)=tol(y(i20),y(i20-N));    tz(i20)=tol(z(i20+N*M),z(i20));    tx(i21)=tol(x(i21),x(i21-
1));    ty(i21)=tol(y(i21),y(i21-N));
tz(i21)=tol(z(i21+N*M),z(i21));
tx(i22)=tol(x(i22+1),x(i22));    ty(i22)=tol(y(i22),y(i22-N));
tz(i22)=tol(z(i22+N*M),z(i22-N*M));    tx(i23)=tol(x(i23+1),x(i23-1));
ty(i23)=tol(y(i23),y(i23-N));    tz(i23)=tol(z(i23+N*M),z(i23-N*M));
tx(i24)=tol(x(i24),x(i24-1));    ty(i24)=tol(y(i24),y(i24-N));
tz(i24)=tol(z(i24+N*M),z(i24-N*M));    tx(i25)=tol(x(i25+1),x(i25));
ty(i25)=tol(y(i25),y(i25-N));    tz(i25)=tol(z(i25),z(i25-N*M));
tx(i26)=tol(x(i26+1),x(i26-1));    ty(i26)=tol(y(i26),y(i26-N));    tz(i26)=tol(z(i26),z(i26-
N*M));    tx(i27)=tol(x(i27),x(i27-1));
ty(i27)=tol(y(i27),y(i27-N));
tz(i27)=tol(z(i27),z(i27-N*M)); tx=tx'; ty=ty'; tz=tz'; global dx1 dx11 dx111 dx0 dx01
dx011 dx0111 dy1 dy11 dy111 dy0 dy01 dy011 dy0111 dz1 dz11 dz111 dz0 dz01
dz011 dz0111 dxs dys dzs

```

```

dx1=tx(j1); dy1=ty(j1); dz1=tz(j1); dx01=tx(j01); dy01=ty(j01); dz01=tz(j01);
dx11=tx(j11); dy11=ty(j11); dz11=tz(j11); dx011=tx(j011); dy011=ty(j011);
dz011=tz(j011); dx111=tx(j111); dy111=ty(j111); dz111=tz(j111); dx0111=tx(j0111);
dy0111=ty(j0111); dz0111=tz(j0111); dx0=tx(j0); dy0=ty(j0); dz0=tz(j0); dxs=tx(js);
dys=ty(js); dzs=tz(js);

```

```

s(1,:)=ty(it1)/48; s(2:4,:)=ty(it2)/24; s(5:7,:)=ty(it3)/24; s(8:9,:)=ty(it4)/24;
s(10:16,:)=ty(it5)/24; s(17:19,:)=ty(it6)/24; s(20:22,:)=ty(it7)/24; s(23:24,:)=ty(it8)/24;
s(25,:)=ty(it9)/48; ss1=ty(is1).*tz(is1); ss2=ty(is2).*tz(is2);
ss3=ty(is3).(tol(z(is3),z(is3-N*M))+tol(x(is3+1),x(is3))); ss4=ty(is4).(tol(z(is4),z(is4-
N*M))+tol(x(is4),x(is4-1))); ss5=tz(is5).(tol(x(is5+1),x(is5))+tol(y(is5),y(is5-N)));
ss6=tz(is6).(tol(x(is6),x(is6-1))+tol(y(is6),y(is6-N))); ss7=tz(is7).(tol(y(is7),y(is7-
N))+tol(x(is7+1),x(is7))); ss8=tz(is8).(tol(y(is8),y(is8-N))+tol(x(is8),x(is8-1)));
ss9=tol(x(is9+1),x(is9)).*tol(y(is9),y(is9-N))+tol(x(is9+1),x(is9)).*tol(z(is9),z(is9-
N*M))+tol(y(is9),y(is9-N)).*tol(z(is9),z(is9-N*M)); ss10=tol(x(is10),x(is10-
1)).*tol(y(is10),y(is10-N))+tol(x(is10),x(is10-1)).*tol(z(is10),z(is10-

```

```

N*M)))+tol(y(is10),y(is10-N)).*tol(z(is10),z(is10-N*M)); ss=[ss1; ss2; ss3; ss4; ss5;
ss6; ss7; ss8; ss9; ss10]; s=reshape(s,1,M*25); s=s';
    it=reshape(it,1,M*25); it=it'; global tr delta dtr Dor hor ka nr fr freb ft ftr lkon
fkon sigmaa LamdaV Pr LamdaM
    lkon = 1; tr = 2.5*10^-3; delta = 0.7*10^-3; dtr = 36.5*10^-3; % hor = 15*10^-
3; LamdaM = 240; sigmaa = 1.33*10^-5; LamdaV = 0.0242; Pr = 0.71; Dor
=dtr+2*hor; ka = 1-2*delta*hor/(tr*dtr); nr = lkon/tr; freb = pi/4*(Dor^2-dtr^2); fr
= 2*nr*freb; ftr = pi*dtr*(tr-delta); ft = (nr-1)*ftr; fkon = fr+ft;
    function [ F, J ] = Jcobb( T )
        d=[-N*M -N -1 0 1 N N*M]; J0111=zeros(N*M*K,1); J011=zeros(N*M*K,1);
J01=zeros(N*M*K,1);          J0=zeros(N*M*K,1);          J1=zeros(N*M*K,1);
J11=zeros(N*M*K,1); J111=zeros(N*M*K,1); B=zeros(N*M*K,1); alf=2*alfa2(Tv1,
T(is(end)), vc); if l<6 alftr=0; else alftr=alfiz; end
        J01(j01,1)=-harm(Ltep(T(j01),x(j01), y(j01), z(j01)), Ltep(T(j01-1),x(j01-
1),y(j01), z(j01))).*dy01.*dz01./dlin(x(j01),x(j01-1));
        J1(j1,1)=-harm(Ltep(T(j1),x(j1), y(j1), z(j1)), Ltep(T(j1+1),x(j1+1),y(j1),
z(j1))).*dy1.*dz1./dlin(x(j1+1),x(j1));
        J011(j011,1)=-harm(Ltep(T(j011),x(j011), y(j011), z(j011)), Ltep(T(j011-
N),x(j011),y(j011-N), z(j011))).*dx011.*dz011./dlin(y(j011),y(j011-N));
        J11(j11,1)=-harm(Ltep(T(j11),x(j11), y(j11), z(j11)),
Ltep(T(j11+N),x(j11),y(j11+N), z(j11))).*dx11.*dz11./dlin(y(j11+N),y(j11));
        J0111(j0111,1)=-harm(Ltep(T(j0111),x(j0111), y(j0111), z(j0111)),
Ltep(T(j0111-N*M),x(j0111),y(j0111), z(j0111-
N*M))).*dx0111.*dy0111./dlin(z(j0111),z(j0111-N*M));
        J111(j111,1)=-harm(Ltep(T(j111),x(j111), y(j111), z(j111)),
Ltep(T(j111+N*M),x(j111),y(j111),
z(j111+N*M))).*dx111.*dy111./dlin(z(j111+N*M),z(j111));
        J0(j0, 1)=(tep(T(j0,1), x(j0), y(j0), z(j0)).*dx0.*dy0.*dz0/dt)-J01-J1-J011-J11-
J0111-J111;
        B(j0,1)=(tf*cfaz(T(j0,1), T0(j0,1), x(j0), y(j0), z(j0))-T0(j0,1).*tep(T0(j0,1),
x(j0), y(j0), z(j0))).*dx0.*dy0.*dz0/dt;
        J0(js, 1)=J0(js, 1)+(alfa(Tv1)*dxs.*dys);
        B(js,1)=B(js,1)-(alfa(Tv1)*dxs.*dys)*Tv1;
        J0(it, 1)=J0(it, 1)+alftr*s;
        B(it, 1)=B(it, 1)-alftr*s*ttr;
        J0(is, 1)=J0(is, 1)+alf*ss;
        B(is, 1)=B(is, 1)-alf*ss*Tv1;
        JJ= [J111 J11 J1 J0 J01 J011 J0111];
        J=spdiags(JJ,d, N*M*K, N*M*K);
        F=J*T+B;
    end
    Nt = length(Tv); T0=zeros(length(x),1)-2; tnach1=zeros(length(x),1);
options=optimset('Display','iter','MaxIter',500, 'Jacobian', 'on');
    tic

```

```

t=0:dt:dt*Nt; for l=1:Nt
    Tv1=Tv(l); v1=v(l); vc = ka*v1; [T(:,l),~,exitflag]=fsolve(@Jcobb,tnach1,
options); if exitflag>0
    T0 = T(:,l); l
    continue
end
tnach2 = T(:,l-12); [T(:,l),~,exitflag]=fsolve(@Jcobb,tnach2, options);
if exitflag>0
    T0 = T(:,l); l
    continue
end
[T(:,l),~,exitflag]=fsolve(@Jcobb,T0, options); if exitflag<=0
error('ошибка')
end
T0 = T(:,l); l
end
toc

```