

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ГОУ ВПО ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-  
СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ КРИОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

И.И. СМУЛЬСКИЙ

КУРС ЛЕКЦИЙ  
ПО  
ТЕОРИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
(Основания механики)

Тюмень - 2005

Курс лекций по Теории взаимодействия разработан профессором кафедры строительной механики Смутьским И.И.

**Рецензент**

Зав. кафедрой физики Тюменского Нефте-Газового Государственного  
Университета, профессор, д.ф.-м.н. В.Ф.Новиков

Учебно-методический материал утвержден на заседании кафедры:  
протокол № 4 от 16 декабря 2005 г.

Учебно-методический материал утвержден УМС Тюм ГАСУ:  
протокол №     от             2006 г.

Подписано к печати 7.09.02г.

Тираж 50 экз.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	6
<i>Лекция 1</i>	
<b>Тема 1: ОКРУЖАЮЩИЙ МИР И ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЕГО ОПИСАНИЯ</b> .....	7
1.1. Физическая теория и описание природы.....	7
1.2. Окружающий мир и его описание.....	8
1.3. Изменение объектов окружающего мира и время как его мера.....	8
1.4. Величина объектов и ее меры.....	10
1.5. Безгипотезное описание окружающего мира.....	11
<i>Лекция 2</i>	
<b>Тема 2: ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕХАНИКИ</b> .....	14
2.1. Движение объектов и его мера.....	14
2.2. Воздействие и его описание.....	14
<i>Лекция 3</i>	
2.3. Определение силы воздействия на тело и нахождение его движения.....	16
2.4. О зависимости силы от ускорения.....	17
2.5. Сила и энергия.....	18
<i>Лекция 4</i>	
<b>Тема 3: ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОПИСАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЗАРЯЖЕННЫХ И НАМАГНИЧЕННЫХ ТЕЛ</b> .....	20
3.1. Взаимодействие неподвижных наэлектризованных тел.....	20
3.2. Проблемы описания взаимодействий движущихся заряженных тел.....	21
3.3. Изменение силы воздействия при движении заряженного тела и магнита. Уравнения Максвелла.....	22
<i>Лекция 5</i>	
3.4. Обозначения частных производных.....	25
3.5. Дифференциальные выражения для сил.....	26
<b>Тема 4: ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ДВИЖУЩИХСЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ТОЧЕЧНЫХ ТЕЛ</b> .....	27
4.1. Решение уравнения Даламбера для точечного заряда.....	27
4.2. Сила взаимодействия двух заряженных тел.....	29

4.3. Закон относительного движения двух точечных объектов в дифференциальном виде.....	30
--	----

### *Лекция 6*

4.4. Интегрирование закона движения.....	32
4.5. Переход к классической и релятивистской механике.....	34

### *Лекция 7*

<b>Тема 5: ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ДВУХ ТЕЛ.....</b>	<b>36</b>
--	-----------

5.1. Безразмерные уравнения траектории.....	36
5.2. Гиперболовидные траектории.....	37
5.3. Параболовидные и эллипсоидные траектории.....	38

### *Лекция 8*

<b>Тема 6: СИЛЫ ВОЗДЕЙСТВИЯ РАЗЛИЧНЫХ ТЕЛ НА ДВИЖУЩУЮСЯ ЗАРЯЖЕННУЮ ЧАСТИЦУ.....</b>	<b>40</b>
---	-----------

6.1. Воздействие заряженной прямоугольной пластины на частицу.....	40
6.2. Скорость движения частицы в конденсаторе.....	42
6.3. Сила воздействия заряженной нити и скорость частицы.....	43
6.4. Сила воздействия движущейся заряженной частицы на магнит.....	45
6.5. Сила воздействия точечного магнита на заряженную частицу.....	45

### *Лекция 9*

6.6. Сила воздействия проводника с током на заряженную частицу.....	46
6.7. Упрощенные силы без учета формы воздействующих тел.....	48

<b>Тема 7: ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СИЛ ДЛЯ РАСЧЕТА РАЗНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ.....</b>	<b>49</b>
---	-----------

7.1. Энергия зависящего от скорости взаимодействия.....	49
7.2. Новые интегралы движения.....	49
7.3. Метод суммирования скоростей.....	50
7.4. Расчет движения частиц в ускорителях.....	50

### *Лекция 10*

7.5. Расчет результатов опыта Бухерера.....	54
---	----

### *Лекция 11*

<b>Тема 8: СВЕРХСВЕТОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ.....</b>	<b>57</b>
--	-----------

8.1. Примеры сверхсветовых движений.....	57
8.2. Наблюдение и взаимодействие при сверхсветовой скорости.....	61

### *Лекция 12*

8.3. Ускорение сгустков частиц до сверхсветовой скорости.....	64
8.4. Многоступенчатые ускорители сверхсветовых частиц.....	67
8.5. Ускорение одиночных частиц до сверхсветовой скорости....	68
8.6. Перспективы применения сверхсветовых движений.....	71

### *Лекция 13*

<b>Тема 9: ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ</b> .....	75
9.1. Установление закона всемирного тяготения.....	75
9.2. Движение тел Солнечной системы.....	76
9.2.1. Дифференциальные уравнения взаимодействия многих тел.....	76
9.2.2. Движение Земли.....	77
9.2.3. Движение Меркурия.....	78
9.2.4. Движение Солнца.....	78
9.3. Гипотезы о тяготении.....	78
<b>ЛИТЕРАТУРА</b> .....	79
<b>СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ</b> .....	80
<b>ПРИМЕРНЫЕ ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ</b> .....	83

## ВВЕДЕНИЕ

Этот спецкурс по выбору был прочтен студентам 3-его курса Архитектурно-строительного факультета, специальность ПГС, в осеннем семестре 1999 г. и 2000 г. Он предназначен для закрепления основ механики, создания целостного представления о мире, методах его познания и критериях истинности наших представлений.

В процессе обучения мы будем:

- 1) овладевать культурой мышления;
- 2) в условиях развития науки и изменяющейся социальной практики будем переоценивать накопленный опыт;
- 3) будем строить модели описания и прогнозирования различных явлений, и осуществлять их качественный и количественный анализ.

При этом студент приобретет

- 1) навык исследования, аналитического и численного решения дифференциальных уравнений;
- 2) способности программирования и использования возможностей вычислительной техники и программного обеспечения;
- 3) представления о Вселенной и ее эволюции, о незавершенности естествознания и возможности его дальнейшего развития;
- 4) знания о новейших открытиях в естествознании, перспективах их использования для построения технических устройств.

По теме спецкурса студенту будет предложена тема реферата. Защита реферата является зачетом по спецкурсу.

В результате изучения спецкурса мы будем выяснять следующие вопросы.

1. Из чего состоит все?
2. Что есть истина?
3. Что такое время?
4. Как взаимодействуют тела?
5. Как движутся элементарные частицы?
6. Верна ли теория относительности?
7. Как рассчитывать ускорители частиц?
11. Можно ли двигаться со сверхсветовой скоростью?
12. Как за 5 лет достигнуть звезд и вернуться на Землю?
13. Какова скорость тяготения?
14. По каким законам движется Меркурий?
15. Как точно рассчитать движение многих тел?

## Лекция 1

### *Тема 1: Окружающий мир и основные положения его описания*

## 1.1. Физическая теория и описание природы

Что такое теория? Есть теории корабля, самолета, слесарного дела и есть физическая теория, например теория относительности, квантовая теория. В первых трех теориях описываются принципы и методы выполнения работы: постройка корабля, самолета, изготовление деталей, сборка изделий. Эти теории отличаются от практики тем, что они используются в последней. Например, строится самолет, корабль или слесарь берет напильник и в соответствии с теорией опиливает им деталь.

А что такое сегодня физическая теория? Это нечто иное. В физической теории принимаются исходные гипотезы (положения, принципы) и на них строится картина мира. Так, в теории относительности (ТО) на основании принципа относительности и принципа предельной скорости построен мир, в котором пространство, время и масса зависят от относительной скорости движения. Дополнение этих принципов гипотезой о световой скорости тяготения и замена алгебраической математики на геометрическую привело к общей теории относительности, в которой мир является искривленным четырехмерным пространством-временем. Таким образом, процесс развития физической теории является процессом создания мира.

Итак, существует две разновидности теории, два способа ее понимания. Одна – это описание рассматриваемых объектов: свойств природы, приемов и методов человеческой деятельности и т.д., а другая – процесс творения мира. Под теорией взаимодействия мы будем понимать первый вид теории. В ней будут описываться методы расчета взаимодействий. Традиционно эти вопросы рассматривались механикой. С появлением электродинамики, ТО, ядерной физики, теории элементарных частиц, квантовой механики, и других областей современной физики взаимодействия стали предметом исследования новых наук и вышли за рамки механики. В дальнейшем они должны вернуться в ее лоно. На данном этапе целесообразно определить всю область взаимодействий в виде отдельной науки – теории взаимодействия, подчеркивая ее общность в разных разделах физики.

Наука, в частности физика, развивалась не по заранее написанному сценарию. В ней одновременно существуют различные взгляды, различные подходы и приемы, которые иногда даже взаимно противоположны. Следовательно, имеются разные взгляды на теорию и тем самым на саму науку. Являясь сторонниками одного из них, мы не будем приводить необходимые и достаточные доказательства ошибочности других. Но отдельное обоснование нашего выбора попытаемся здесь изложить.

Итак, есть два понимания теории:

- 1) теория- это описание рассматриваемых объектов: свойств природы, приемов и методов человеческой деятельности;
- 2) теория - процесс творения мира.

Теория взаимодействия - это описание методов расчета взаимодействий.

## **1.2. Окружающий мир и его описание**

Все, что нас окружает и с чем мы постоянно имеем дело, можно разделить на две области. Первая – это окружающий мир, который не зависит от наших рассуждений: небо, звезды, деревья, наш дом, предметы в нем и т.д. Вторая область – это описание окружающего мира, его отражение в наших умах, его понимание. Оно содержится в книгах, изучается в школе, имеется в нашем сознании. Если окружающий мир мы своими рассуждениями изменить не можем, то наше понимание мира постоянно меняется. Например, раньше человек представлял, что Земля является центром Вселенной и небосвод вращается вокруг Земли. Сейчас мы знаем, что Земля вращается вокруг своей оси, обращается вокруг Солнца, Солнце совершает движение вокруг центра Галактики, а последняя совершает движение при взаимодействии с другими галактиками. Однако существует масса других представлений, которые наши потомки сочтут заблуждениями, и понимание мира коренным образом изменится. Кроме того меняются даже способы представления мира. Так, если в древности мир представлялся в виде понятных образов: богов, стихий, земли, огня, эфира, и т.п., то сейчас он представляется в виде математических объектов: волновых функций, сингулярностей, солитонов, струн, уровней энергии, тензоров энергии-импульса и т.д.

Как мы видим, описание мира может существенно отличаться от самого мира. Но, тем не менее, есть некоторые приемы описания, которые дают практически неизменные знания о нем. Мы знаем длительность года в днях и дня в часах, знаем высоту гор и глубину морей, знаем температуру замерзания воды и температуру плавления стали. В этих знаниях мы уверены. Они основаны на сопоставлении свойств объектов. Остановимся на этом более детально.

Итак, есть две области человеческого окружения:

- 1) окружающий мир, который не зависит от наших рассуждений: небо, звезды, деревья...
- 2) описание окружающего мира, его отражение в наших умах, его понимание, например: пространство, время, эфир, поле, энергия...

## **1.3. Изменение объектов окружающего мира и время как его мера**

Вначале выделяют определенные свойства, которыми характеризуются объекты окружающего мира. Например, все объекты подвержены изменениям. Человек рождается ребенком, растет, превращается в юношу, становится зрелым, затем старится и умирает. На протяжении жизни человека происходят другие изменения. Ежедневно Солнце перемещается по небосводу, происходят смена дня и ночи, фаз Луны, сезонов года. Многие из



изменений повторяются и являются циклическими, другие бывают уникальными – появление сверхновой звезды, столкновение кометы Леви - Шумекера с Юпитером. Свойства изменения и движения характеризуют все объекты окружающего мира.

Для определения меры изменения объекта человек сопоставляет это изменение с каким-либо эталонным изменением. В процессе человеческой истории изменения разных объектов выбирались в качестве эталонных: циклическая смена дня и ночи (сутки), смена фаз Луны (месяц), смена сезонов погоды (год), смена поколений, смена династий, вытекание воды или песка из емкости, повторяющиеся удары сердца. В результате сопоставления изменения объекта с изменением эталона определяется величина изменения. Она выражается в количестве эталонных изменений или в количестве их долей и называется временем. Например, изменение человека, т.е. его жизнь, проходит в среднем за 70 оборотов Земли вокруг Солнца, что идентично количеству циклов изменения сезонов. Существует несколько результатов сравнения изменений: длительность, промежуток времени, момент времени и т.д., которые являются синонимами либо уточняют особенности изменений. Промежуток времени обозначает количество циклов эталонного изменения, эквивалентных рассматриваемому изменению. А момент времени рассматриваемого изменения обозначает привязку его к определенному циклу эталонного изменения.

В зависимости от выбора эталона одно и то же изменение будет выражаться разной величиной. Например, возраст дуба равен 350 годам или 5 человеческим жизням. В процессе человеческой деятельности была создана система эталонов изменений: секунда, минута, час, сутки, год и т.д. и установлены точные соответствия между ними. В результате сопоставления изменений объектов с эталонными изменениями мы получаем знания о мире: черепаха живет 300 лет, секвойя – 5000 лет, а Земля существует 5 млрд. лет. Эти знания никогда не станут заблуждениями. Они могут претерпевать некоторые количественные изменения, вызванные несколькими причинами. Во-первых, процесс сравнения в последствии может выполняться с большей точностью. Например, продолжительность года была сначала определена в 365 дней, но по истечении многих лет она уточняется и теперь с точностью до пяти значащих цифр составляет 365.25 дней. Во-вторых, изменения изучаемого объекта или эталона могут зависеть от разных обстоятельств. При неблагоприятных жизненных условиях продолжительность жизни человека может быть не 70, а 35 лет и даже меньше. А маятниковые часы, перенесенные в точку с другим ускорением земного тяготения, или пружинные – в помещение с другой температурой, покажут другую длительность изменения. В-третьих, сами изменения также изменяются. По мере износа изменяется ход механических часов. С увеличением количества оборотов Земли вокруг Солнца изменяется продолжительность года в сутках. Поэтому результат сравнения изменений должен быть приведен к обстоятельствам, от которых он зависит, и к моменту сравнения. При

экстраполяции его в будущее или прошлое необходимо провести дополнительные исследования по изменению изменений изучаемого объекта и эталонного и скорректировать результаты сравнения. Например, возраст Земли 5 млрд. лет относится к нынешнему движению Земли вокруг Солнца. Возможно, от начала своего появления Земля совершила 100 млрд. оборотов вокруг Солнца, а может всего 1 млрд. Возможно, что 2 млрд. оборотов назад Земли как таковой не было, а существовало чечевицеобразное диффузное облако. Как мы видим, тщательное изучение методом сравнения может открывать нам многие знания о мире. И если мы будем учитывать обстоятельства сравнения, то такое описание мира будет оставаться верным до тех пор, пока они не изменятся или не встретятся обстоятельства, которые мы прежде не учитывали.

Итак, все объекты подвержены изменениям. Мера изменения - это сопоставление изменения тела с изменением эталонного тела. В зависимости от эталона - изменение выражается разной величиной:

возраст дуба- 350 лет = 5 человеческих жизней;

у Геродота длительность существования Египта выражена 300 поколениями верховных жрецов.

В результате сопоставления получаем знание об изменении тел: черепаха- 300 лет, секвойя- 5000 лет, Земля- 5 млрд. лет.

**Величина изменения** выражается в количестве эталонных изменений или в количестве их долей и называется **временем**.

#### **1.4. Величина объектов и ее меры**

Второе свойство окружающего мира, с которым наиболее часто сталкивается человек, является величина объектов. При сопоставлении обнаруживается, что один объект меньше или больше другого. Так, палец меньше стопы, стопа меньше руки (до локтевого сустава), рука меньше человека, человек меньше дерева. Многие из перечисленных объектов выбирались в качестве эталонов: фут, локоть, шаг. Величина объекта определяется в результате сравнения его с эталоном и выражается количеством эталонов или их долями. Например, величина мужчины равняется 6 футам. В настоящее время большая часть человечества пользуется специально созданным эталоном величины или длины – платино – иридиевым бруском  $x$ -образного сечения, который хранится в Севре (Франция) в международном бюро мер и весов. Величина бруса при температуре 0 °С между двумя нанесенными на нем штрихами называется метром. Таким образом, величина объектов как в макро-, так и в микромире выражается в количествах или в долях метра.

Величина объектов, как и их изменение, зависит от многих обстоятельств: например, температуры, давления и др. Эталонный метр изготовлен из такого материала, который в некотором диапазоне температуры не изменяет свою величину. Однако изменение температуры в

большем диапазоне или проведение измерений в особых обстоятельствах необходимо учитывать при определении величины объектов.

Величина одного человека может быть больше другого в направлении от пят до головы, больше третьего в направлении плеч и больше четвертого в направлении спина – живот. Это свойственно и для других объектов, т.е. им присущи три вида величины в трех взаимно перпендикулярных направлениях. Однако для их измерения используется один и тот же эталон. При рассмотрении двух тел необходимо определить величину промежутка между ними. Промежуток, как и величина объекта, располагается в трех взаимно перпендикулярных направлениях. Величины промежутков между объектами измеряются тем же эталоном длины. Объекты и промежутки между ними образуют их вместилище, которое называют пространством.

Существует много разновидностей мер величины объектов: размер, длина, ширина, высота, глубина, расстояние и т.д. Все они получаются при сравнении величины объекта с одним и тем же эталоном величины. Размер объекта – это результат сопоставления величины объекта с величиной эталона. Длина – наибольший размер объекта, ширина – средний размер, как правило в горизонтальной плоскости. Глубина – размер объекта по вертикали вниз. Расстояние между объектами – размер промежутка между ними. Существует ряд свойств объектов: площадь, объем, форма, которые определяются комбинацией размеров объекта.

В результате сравнения величины объектов мы узнаем расстояние между телами и городами, длины рек, высоту гор, площади стран, диаметр Земли, расстояние до звезд. Многие науки возникли благодаря измерению величин объектов: география, геометрия, астрономия. По-видимому, объем знаний, полученный в результате сравнения величин объектов, является самым большим. Величина – это основное свойство объекта. До тех пор, пока мы надежно не знаем его, мы сомневаемся в существовании объекта. Например, отсутствие знаний о величинах элементарных частиц в современной физике вызывает сомнения в их существовании.

Итак, величина тел - второе свойство объектов окружающего мира. Если величина объекта неизвестна, то нет оснований считать его существующим. **Объекты и промежутки** между ними мы называем **пространством**. Количество знаний полученных в результате сравнения величин объектов является наибольшим.

### 1.5. Безгипотезное описание окружающего мира

Кроме изменчивости и величины существует много других свойств окружающего мира: тепло, свет, звук и др. Для их описания человек также ввел эталоны, в результате сравнения с которыми эти свойства определяются в градусах температуры, количестве свечей светимости, децибелах громкости и т.д. Это позволяет определять свойства объектов, устанавливая влияние одних свойств на другие: например, температуры тела на его

светимость, длины струны на тональность звука, температуры и давления на объем газа. В результате человек находит соотношения между свойствами. Таким образом, создаются области описания поведения объектов природы, например, термодинамика, оптика, электродинамика и т.д.

В дальнейшем выделяются более сложные свойства, которые являются комбинацией простых. Другие свойства, наоборот, детализируются и оказываются зависящими от ранее введенных величин. Так создается система описания окружающего мира, в которой определены величины свойств путем сравнения с эталонами и установлены зависимости между свойствами объектов в виде зависимостей между величинами.

Полученные таким образом знания об объектах окружающего мира позволяют предсказывать их поведение, ориентироваться среди них, воссоздавать их отдельные стадии или даже конструировать такие комбинации явлений, которые в мире не происходили. Например, человек создал объекты, которые преодолели земное притяжение, и вышли в космос. В этом процессе результаты человеческих действий будут соответствовать намерениям с той точностью, с какой свойства объектов были сопоставлены со свойствами эталонов. При этом, естественно, должны быть соблюдены условия сопоставления.

В представленном процессе познания природы гипотезы и предположения о механизмах явлений не вводятся в рассмотрение. На них не строится картина мира. Здесь окружающий мир изучается, сопоставляется и измеряется. И под теорией здесь следует понимать описание свойств объектов природы, методов человеческой деятельности и их результатов.

Сложившаяся система безгипотезного описания создана человечеством в течение тысячелетий и является многогранной и многоплановой. Каждый человек изучает ее по отдельным элементам и никогда не познает всю систему целиком. Он, как правило, не участвует в выявлении новых свойств мира и введении новых эталонов. У него создается впечатление, что меры свойств представляют некоторый мир, который существует независимо от него, существует объективно и вечно. Ему представляется, что существует время, в котором все события развиваются, существует пространство, в котором размещаются все объекты окружающего мира. В результате такого представления у человека возникают вопросы: а что такое время? Это какая-то сущность? Может, оно дискретно? Или превращается в энергию, как предполагал Н.А. Козырев, а может, в пространство? Аналогичные вопросы появляются в отношении пространства. Является ли оно какой-то сущностью? Материально ли оно? Искривлено оно или прямолинейное и изотропное? Две параллельные прямые пересекаются в нем или не пересекаются? Может пересекаются, а может и нет? Примем сначала одну парадигму, а затем другую. Эти и подобные гипотезы и сомнения овладевают людьми, если они теряют представление, где окружающий мир, а где его описание.

Введенные человеком меры свойств: пространство – для величины

объектов, время – для их изменчивости и т.д. – являются описанием окружающего мира. Это описание могло быть другим. Могли быть выделены другие свойства, введены другие эталоны. Например, величину объекта можно характеризовать вместимостью или объемом, описание взаимодействий – энергией и силой, теплоту при описании тепловых процессов – энтропией и энергией. Способы описания изменяются со временем. У разных народов, в разные времена изменчивость объектов и их величина определялась по-разному. И то, что сегодня понимается под пространством и временем, представлялось другим. У древних народов мифические образы – боги, титаны, герои, асуры, дэвы; их области обитания – ад, рай и другие миры – существовали наряду с реальными личностями и географическими объектами. Изменялось также и описание других свойств. Об этом необходимо не забывать и при исследовании всегда задавать себе вопрос: это – окружающий мир или его описание? Например, эфир, материя, сознание, дух, масса, поле, энергия, сила, заряд, электрон, мюон, нейтрино, фотон, гравитон, солитон, планета, звезда, галактика, черная дыра, нейтронная звезда, Земля Санникова, Антарктида – что это? Описание окружающего мира? Или его объекты?

Когда мы сталкиваемся с чем-то неизвестным, то задаем себе вопрос: что это такое? Как оно устроено? и т.д. Однако не все вопросы уместны. Об объекте окружающего мира мы можем спросить: из каких частей он состоит, каковы его свойства? К описанию мы можем задать вопросы: как мы его определили, при каких обстоятельствах, как оно зависит от них. Ответы дополняют безгипотезное описание окружающего мира. Это будет объективное знание о природе, которое в последующем не будет отброшено потомками.

Часто говорят, что без гипотез невозможно познание окружающего мира. При этом считают, что принятые вначале догадки и предположения проверяются, а не подтвержденные отбрасываются. Остаются те, которые согласуются с наблюдаемыми явлениями.

Анализ работы человеческого мозга и процесса мышления показывает, что это самообман. Искушение поддаться влиянию яркой гипотезы возникает у человека в случае, когда все обстоятельства дела не выяснены. Последовать гипотезе можно сразу, а для выяснения обстоятельств могут потребоваться годы. Но опытный специалист не позволит себе увлечься гипотезой. Он продолжит сложную и тяжелую работу по изучению объекта, его свойств, влиянию на них других объектов и обстоятельств. В результате он достигнет такого понимания особенностей объекта, что может предвидеть и описать их, не привлекая гипотез.

Итак, безгипотезное познание мира осуществляется в следующем порядке.

1. Выявляются свойства объектов окружающего мира.
2. Принимается определенный объект с таким свойством в качестве эталона.
3. Вводится мера свойства в результате сопоставления с эталоном.

4. Устанавливаются зависимости величин этого свойства от величин других свойств.
5. Полученные зависимости позволяют предсказывать поведение объектов в разных ситуациях.

## Лекция 2

### Тема 2: Основные положения механики

#### 2.1. Движение объектов и его мера

Одна из форм изменения - движение. Движение – это изменение промежутка между объектами. Мера движения - скорость  $v = \mathbf{dl}/dt$ . Движение и скорость - свойства одного объекта по отношению ко второму. Трехмерность скорости :  $\vec{v} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z$ . Может быть неизменная скорости и переменная.

Ускорение - характеристика изменения движения. Изменение движения может быть обусловлено двумя телами:  $\Delta v_1$  и  $\Delta v_2$ . В механике ускорение представляет изменение скорости только одного тела относительно какого либо неускоренного другого тела ( $v_u$ ), с которым связывают инерциальную систему отсчета: изменение движения в инерциальной системе  $\Delta v = v - v_u$  и

$$\text{ускорение тела } \vec{w} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

#### 2.2. Воздействие и его описание

Причина ускоренных движений тел - воздействие других тел.

Под воздействием одного тела на другое мы будем понимать способность первого тела привести в движение второе тело, либо изменить его движение, т. е. сообщить ускорение  $\vec{w}$ .

Противодействие третьего тела.

Воздействие можно измерять величиной деформации  $\Delta l$  третьего тела. Эту величину назовем силой. Величина силы определяется величиной деформации  $\Delta l$ , созданной эталонным воздействием. За эталонное воздействие принято воздействие на эталонный платиноиридиевый цилиндр (назовем его килограммом), диаметром и высотой равным 39 мм, при котором он получает ускорение  $1 \text{ м/с}^2$ . При этом ускорении эталон растянет пружину на  $\Delta l$ . Величину этой деформации примем за единицу силы  $F$  и назовем ее 1 Ньютоном. При воздействии  $= 2 \text{ м/с}^2$  -  $\Delta l_2 = F = 2H$

При воздействии  $= 3 \text{ м/с}^2$  -  $\Delta l_3 = F = 3H$

При воздействии  $w \text{ м/с}^2$   $\Delta l_w = F = wH$        $F = nw$        $\Delta l_m = m\Delta l_1 = F = m$   
Ньютон.

Шкалу построим равномерную, так чтобы в любом ее месте сохранялось свойство аддитивности, а именно:

при воздействии  $w_1 - \Delta l w_1 \rightarrow F_1$

при воздействии  $w_2 + 1 \text{ м/с}^2 - \Delta l w_2 \rightarrow F_2$ , то есть

$$\Delta l w_2 = \Delta l w_1 + \Delta l_1 \text{ при } F_2 = F_1 + 1 \text{ Н.}$$

С такой шкалой сила воздействия на эталон при любом воздействии, характеризуемом ускорением  $w$ , запишется:  $F = w$

Приложим воздействие характеризуемое ускорением  $= 1 \text{ м/с}^2$  к двум эталонам. Пружина, чтобы противодействовать растянется на величину  $2\Delta l_1$ .

Т. е. воздействие будет определяться величиной  $F = 2\Delta l_1 = 2\text{Н}$

Приложим воздействие в  $1 \text{ м/с}^2$  к трем эталонам, тогда

$$F = 3\Delta l_1 = 3\text{Н.}$$

Приложим воздействие в  $1 \text{ м/с}^2$  к  $n$  эталонам, тогда

$$F = n\Delta l_1 = n\text{Н.}$$

Приложим воздействие в  $w \text{ м/с}^2$  к  $n$  эталонам, тогда

$$F = n\Delta l_w = nw.$$

Приложим воздействие в  $1 \text{ м/с}^2$  к телу. Если оно растянет пружину на величину  $\Delta l_m$  такую же как  $m$  эталонов, на которые будет оказано воздействие с ускорением  $1 \text{ м/с}^2$ , то сила будет

$$F = \Delta l_m = m.$$

Величину  $m$  - назовем массой тела. Масса тела - это количество эталонных тел, которые при воздействии  $1 \text{ м/с}^2$  растягивают пружину на такую же величину как и тело, находящееся под таким же воздействием.

Если на тело будет воздействие с ускорением  $w$  единиц, то пружина растянется на величину  $\Delta l = mw$  и сила запишется:

$$F = mw. \quad (2.1)$$

Выражение (2.1) является вторым законом Ньютона.

Итак, если воздействие на тело измерим величиной силы  $F$ , то тело будет двигаться с ускорением

$$w = F/m, \quad (2.2)$$

Как видим, второй закон-это результат метода описания взаимодействий.

Теперь рассмотрим третий закон. Как видно из рисунков, деформация пружины относится к двум взаимодействующим телам. То есть одной и той же величиной силы определяется их взаимодействие друг на друга. А направлены взаимодействия пружины на тела в противоположных направлениях. Поэтому третий закон тоже является следствием методического подхода.

А первый закон: если на тело не действует сила, то оно движется без ускорения, - есть переформулировка определения воздействия: если нет ускорения тела, то на него другое тело не воздействует, или воздействие другого тела компенсировано действием третьего.

Справедливость законов механики во всех отношениях.

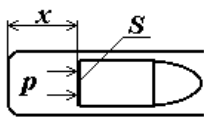
Три вывода:

1. Масса во всех взаимодействиях одна и та же. Нет инерционных и гравитационных масс.
2. Масса от другого взаимодействия или движения изменяться не может  

$$m \neq m(v).$$
3. Масса может быть лишь у того объекта, который может приобрести ускорение в результате воздействия, которому можно противодействовать третьим телом и измерить силу.  
 Поле, энергия, фотон, гравитон массы не имеют.

### Лекция 3

#### 2.3. Определение силы воздействия на тело и нахождение его движения



Итак, воздействие на тело другого тела определяется его ускорением. Но для характеристики воздействия ввели силу и вместо ускорения измеряют силу. А ускорение  $w$  тела определяют через силу, используя второй закон(2.1).

$$\vec{w} = \vec{F}/m. \quad (2.3)$$

Масса тела, однажды измеренная, известна, и если известно выражение для силы  $F$ , то в результате интегрирования (2.3)

$$d\vec{v}/dt = \vec{F}/m \quad (2.4)$$

получаем скорость движения тела, а после интегрирования скорости  $d\vec{r}/dt = \vec{v}$  получаем зависимость пути движения  $\vec{r}(t)$  от времени. Таким образом полностью определяется движение тела.

Сила  $F$  зависит от свойств воздействующих тел, может зависеть от пути, скорости, времени, т. е. может быть функцией  $\vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$ .

Существует много разных воздействий одного тела на другое. И их измеряют в виде силы, противодействуя третьим телом. Приведем несколько примеров сил воздействия.

1. Сила воздействия на снаряд в стволе орудия.

$$F = Sp; p v^k = p_0 v_0^k; p = p_0 (v_0/v)^k = p_0 (x_0/x)^k \quad (2.5)$$

$$F = Sp_0 (x_0/x)^k. \quad (2.6)$$

При определении силы воздействия использованы экспериментальные зависимости.

2. Сила упругости пружины.

$$F = k(x_0 - x). \quad (2.7)$$

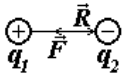


Тоже экспериментально определена.

3. Сила всемирного тяготения определена экспериментально. Вначале И. Ньютон установил зависимость ускорения от  $r^2$ . Затем по притяжению тела землёй была установлена пропорциональность силы массе тела в соответствии с соотношением  $F = m_1 g_1$ . Так как Земля испытывает воздействие тела, то сила пропорциональна и ее массе  $F = m_2 g_2$ . В итоге получено выражение:

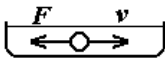
$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2 \vec{R}}{R^3}. \quad (2.8)$$

4. Сила взаимодействия неподвижных заряженных частиц.



$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2 \vec{R}}{\epsilon R^3}. \quad (2.9)$$

5. Сила вязкого трения при движении в жидкости.



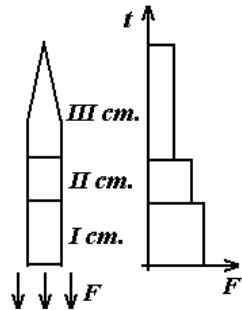
$$F = -\mu v \cdot S. \quad (2.10)$$

6. Сила воздействия ускорителей на ракету.

Одна из основных задач механики и физики заключается в нахождении сил. Анализ всех сил показывает (посмотри примеры), что все они определяются в результате измерения. Как правило, эти измерения многоплановые. Очень часто используются ранее проведенные измерения, которые уже стали справочными данными.

Итак, силовой метод описания воздействий состоит из трех этапов.

1. Основываясь на результатах измерений, находят силу воздействия одного тела на другое.
2. Устанавливают соответствие между силой воздействия на тело и его ускорением, т. е. определяют массу тела.
3. По известному ускорению рассчитывают движение тела.



#### 2.4. О зависимости силы от ускорения

Может ли сила зависеть от ускорения и других его производных

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{v}', \vec{v}'', \vec{v}''') - ? \quad (2.11)$$

Силы, зависящие от ускорения, теоретически введены в механике жидкости, в электродинамике. Например, сила Бассе

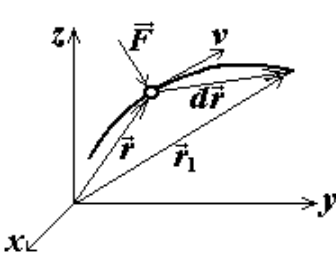
$$F = -\frac{\pi d^2 \rho}{12} \frac{du}{dt}, \quad (2.12)$$

которая якобы воздействует на частицу диаметром  $d$ , движущуюся в жидкости с ускорением  $du/dt$ .

Сила воздействия на тело и его ускорение являются разными формами представления воздействия. Можно сказать, что сила воздействия на тело есть не что иное, как его ускорение, но выраженное в других единицах. Поэтому, естественно, сила воздействия на тело не может зависеть ни от ускорения тела, ни от производных ускорения по времени, т. е.  $\vec{F} \neq \vec{F}(\vec{v}', \vec{v}'', \vec{v}''')$ .

В принципе можно было бы рассчитывать движения и без сил. Но тогда при взаимодействии двух тел нужно было бы измерять ускорение. По-видимому, этот путь усложнил бы задачу, т. к. для измерения ускорения нужно измерять скорость и время. В то время как сила измеряется в покое по перемещению третьего тела.

## 2.5. Сила и энергия



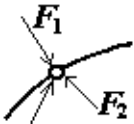
Для характеристики воздействия, кроме силы, в механике введена работа.

$$dA = F_{\tau} dl = \vec{F} d\vec{r}. \quad (2.13)$$

$$A = \int_0^t \vec{F} d\vec{r} = \int_0^t \vec{F} \vec{v} dt. \quad (2.14)$$

При воздействии на тело многих тел

$$A = A_1 + A_2 + \dots = \sum_i \int_0^t \vec{F}_i \vec{v} dt. \quad (2.15)$$



Понятие работы формировалось под впечатлением аналогий. Например, лошадь пашет землю и со временем устает, т. е. теряет жизненные силы. Трактор расходует горючее. Этот процесс стали называть потерей энергии при выполнении работы. Израсходованная энергия как бы содержалась во взаимодействующих телах, поэтому ее называют потенциальной энергией

$$U = -A = -\sum_i \int_0^t \vec{F}_i \vec{v} dt. \quad (2.16)$$

В результате воздействия тело приобретает скорость  $\vec{v}$  и оно своим движением может осуществить на третье тело какое-то воздействие, например ускоренный в стволе пушки снаряд может разрушить стену здания. Поэтому говорят, что тело обладает кинетической энергией, которую определили как

$$T = \frac{mv^2}{2}. \quad (2.17)$$

Определения (2.14), (2.16), (2.17) появились в результате преобразований второго закона механики. В случае воздействия на тело  $m$  многих тел силами  $F_i$  он запишется

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \sum_i \bar{F}_i; m\bar{v} \frac{d\bar{v}}{dt} = \sum_i \bar{F}_i \bar{v} \rightarrow \frac{mv^2}{2} = \sum_i \int \bar{F}_i \bar{v} dt + C. \quad (2.18)$$

Используем введенные обозначения (2.16) и (2.17)

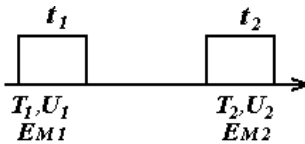
$$T = -U + C. \quad (2.19)$$

Введем полную механическую энергию тела  $E_m = T + U$ , тогда из (2.19) получаем

$$E_m = const \quad (2.20)$$

во время взаимодействия и движения.

Мы получили закон сохранения полной механической энергии во время взаимодействия и движения тела. Потенциальная энергия воздействующих тел переходит в кинетическую энергию тела, на которое оказывается воздействие. Как видим, эта интерпретация преобразований второго закона обусловлена нашей фантазией. Никаких субстанций в виде потенциальной и кинетической энергий нет. Мы ввели величины  $T$ ,  $U$ , и  $E$  и получили второй закон механики в виде (2.20). Т. е. закон сохранения энергии (2.20) - это другая форма записи второго закона механики.



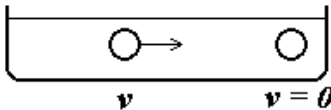
Рассмотрим два момента времени в движении тела  $t_1$  и  $t_2$  и пусть соответственно энергии будут  $T_1 + U_1 = E_{m1}$  и  $T_2 + U_2 = E_{m2}$  тогда (2.20) можем записать

$$E_{m1} = E_{m2}, \text{ тогда } \Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = 0 \quad (2.21)$$

т. е. изменение полной механической энергии во время движения равно нулю.

Или

$$U_1 + T_1 = U_2 + T_2 \rightarrow \Delta U + \Delta T = 0. \quad (2.22)$$



Пусть пассивное тело со скоростью  $v$  движется в жидкости. За счет торможения жидкости оно остановится, но жидкость нагреется на  $\Delta t$  и выделится тепло  $Q$  калорий.

В результате многих экспериментов установили, что потерянная механическая энергия  $\eta = 4, 187$  Дж выделяет 1 кал. тепла, поэтому выделенное тепло можно рассматривать как тепловую энергию  $E_t = \eta Q$ .

Таким образом, если мы учитываем воздействие жидкости, то потерянная кинетическая энергия равна приобретенной тепловой энергии

$$\Delta T = \Delta E_t. \quad (2.23)$$

Закон сохранения энергии в виде (2.22) можно записать

$$\Delta U + \Delta T + \Delta E_t = 0. \quad (2.24)$$

Либо, подставляя разности

$$U_2 - U_1 + T_2 - T_1 + E_{t2} - E_{t1} = 0, \quad (2.25)$$

$$U_2 + T_2 + E_{t2} = U_1 + T_1 + E_{t1} = E = const. \quad (2.26)$$

Т. е. полная ( механическая и тепловая ) энергия в процессе взаимодействия не изменяется. Как видим, мы потерянную механическую энергию  $E_t$  сопоставили количеству тепла  $Q$ . Поэтому автоматически обеспечиваем закон сохранения энергии(2.26). В уравнение (2.26) можно включить и энергию топлива, и химическую энергию. Эти энергии, как известно, тарируются по тепловой.

Итак, закон сохранения энергии является развитием второго закона механики. Он обусловлен выбором величин. Поэтому закон сохранения энергии, как и законы механики, является нашим методом описания взаимодействий. И его нельзя называть законом природы.

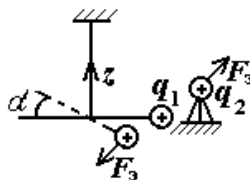
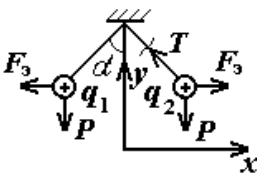
В современной физике преобладают энергетические методы расчета взаимодействий: рассматривается передача энергии между взаимодействующими телами, переходы частиц на разные уровни энергии и т. д. Возникло ошибочное представление, что энергия - это некоторая субстанция, которая переходит от одного объекта к другому. Она может где-то находиться в промежутке между телами, существовать самостоятельно. Полагается, что существуют сгустки энергии, существуют разные ее полевые формы: энергия магнитного, гравитационного полей, в виде энергии биополя. Все это чистой воды выдумки.

Мы можем описывать взаимодействие с помощью силы и об энергии даже не упоминать. В этом случае мы будем оперировать с непосредственными телами, которые движутся и которые препятствуют или способствуют этому движению. Других воображаемых объектов: богов, чертей, энергий, полей привлекать не будем.

## Лекция 4

### Тема 3: Основные положения описания взаимодействий заряженных и намагниченных тел

#### 3.1. Взаимодействие неподвижных наэлектризованных тел



Электризацию тел можно получать с помощью трения, или другим способом. Появление

электричества в телах характеризуется тем, что тела начинают притягиваться или отталкиваться друг от друга.

Опытами было установлено, что силы влияния наэлектризованных тел зависят от расстояния между ними. Оказалось, что при одной и той же электризации сила обратно пропорциональна квадрату расстояния.

Влияние наэлектризованных тел друг на друга изучалось путем измерения силы.

По отклонению от вертикали

Кулон по кручению нити

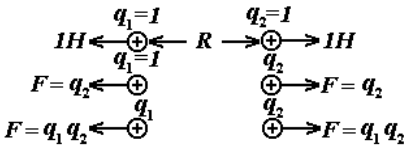
$$F_s = P \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$M_z = F_s \cdot z = k G \varphi,$$

$G$  - модуль сдвига.

Величина наэлектризованности может быть разной, т. е. сила взаимодействия при одном и том же расстоянии между телами может быть разной. За единицу наэлектризованности выбрали такую одинаковую у двух тел наэлектризованность, при которой сила взаимодействия равна 1Н при расстоянии между ними 1м. Эту единицу назвали кулоном.

Увеличим наэлектризованность второго тела, чтобы сила стала  $F = q_2$ , тогда величину заряда второго тела будем считать равной  $q_2$ . Теперь при единичной наэлектризации второго тела увеличим наэлектризованность первого тела, чтобы сила взаимодействия была  $F = q_1$  и присвоим ему величину заряда  $q_1$ . Эти силы были при единичной наэлектризованности одного из тел. Если же теперь тела будут наэлектризованы величинами  $q_1$  и  $q_2$  единиц, то на каждую единицу заряда  $q_2$  будет приходиться сил  $q_1$ , а на все  $q_2$  единиц  $F = q_1 q_2$ .



А с учетом зависимости силы от расстояния

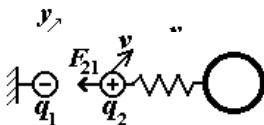
$$F = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon R^2},$$

здесь  $\varepsilon$  - коэффициент, определяемый экспериментально, учитывает влияния среды, в которой находятся наэлектризованные объекты. Т. к. сила взаимодействия двух наэлектризованных тел направлена вдоль прямой их соединяющей, то закон Кулона записывается в векторном виде

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2 \vec{R}}{\varepsilon R^3}. \quad (3.1)$$

Из рассмотренного видно, что заряд электричества - это введенное человеком понятие для описания силового взаимодействия наэлектризованных тел. Заряд - это не субстанция, не жидкость. Это понятие, определяющее свойство объектов взаимодействовать друг с другом.

### 3.2. Проблемы описания взаимодействий движущихся заряженных тел



Сила Кулона была измерена при неподвижных телах. А какая сила взаимодействия будет при относительном движении частиц. В случае, если второе тело движется можно

измерить силу воздействия на первое тело. Представим себе, что мы провели эти измерения при разных скоростях и записали их в следующую таблицу.

$R$	$R_1$	$R_1$	...	$R_1$	$R_2$	$R_2$	...	$R_2$	...	$R_n$	...	$R_n$
$v$	$v_1$	$v_2$	...	$v_n$	$v_1$	$v_2$	...	$v_n$	...	$v_1$	...	$v_n$
$F_{12}$	$F_{12}^{11}$	$F_{12}^{12}$	...	$F_{12}^{1n}$	$F_{12}^{21}$	$F_{12}^{22}$	...	$F_{12}^{2n}$	...	$F_{12}^{n1}$	...	$F_{12}^{nm}$

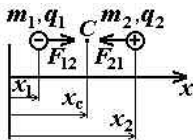
Таким образом мы получим  $F = F(R, v)$ , т.е. зависимость силы от расстояния и скорости.

Можно измерить силу воздействия на движущееся тело, присоединив его пружиной к массивному телу, движущемуся с такой же скоростью. Варьируя  $R$  и  $v$ , получим  $F_{21} = F(R, v)$ . Будет ли  $F_{12} = -F_{21}$ ? Найдем ответ на этот вопрос.

Рассмотрим взаимодействие двух свободных частиц.

Ускорение частиц в соответствии со вторым законом Ньютона будет:

$$\left. \begin{aligned} m_1 x_1'' &= F_{12} \\ m_2 x_2'' &= F_{21} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$



Так как на частицы не действуют другие тела, то система из двух частиц будет двигаться без ускорения, т.е.  $x_c'' = 0$ . Для центра масс  $C$  можно записать:

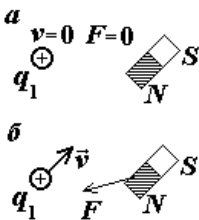
$$(x_c - x_1)m_1 = (x_2 - x_c)m_2.$$

Продифференцируем дважды

$$-x_1''m_1 = x_2''m_2. \quad (3.3)$$

С учетом (3.2) получаем

$$-F_{12} = F_{21}.$$



Итак, при движении взаимодействующих частиц можно любым из двух приведенных способов измерить силу взаимодействия.

Однако, для движущихся заряженных частиц сила, таким образом, не измерялась. Развитие электродинамики пошло другим путем. Рассматривался ток электричества, изучалось его воздействие на магнит, исследовались тепловые свойства и т.д. Были введены другие величины: сила тока, потенциал, напряжение, электрическое и магнитное поля и т. д. Проследим, как через эти понятия получить выражение для силы взаимодействия движущихся зарядов.

### 3.3. Изменение силы воздействия при движении заряженного тела и магнита. Уравнения Максвелла

Многие ученые (Г. Роуланд, А. Эйхенвальд, Рентген и др.) изучали воздействие движущих и заряженных тел на магнит. Неподвижный заряд (см. а) на магнит не действует, однако при движении заряженного тела  $q_1$  на магнитный полюс действует определенная сила (см. б).

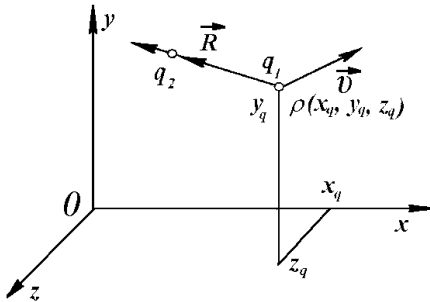


Рис.3.1. Воздействие движущегося точечного тела с зарядом  $q_1$  на неподвижное точечное тело с зарядом  $q_2$ .

Это воздействие эквивалентно току

электричества  $I = \frac{dq_1}{dt}$ , который

представит собой движущийся заряд. Не будем забывать, что  $q$  выражает силу воздействия на

неподвижный заряд  $q_2$ . Поэтому ток  $I$  выражает скорость изменения этой силы.

Итак, изменение электрической силы приводит к появлению воздействия на магнит. Если выразить  $q_1 = q_1(\vec{r}, t)$  (см.рис.3.1) и ввести плотность электричества  $\rho$  так, чтобы  $q_1 = \int_V \rho dV$ , где  $V$ -объем заряженного тела, то

ток будет:

$$I = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_V \text{div}(\rho \vec{v}) dV. \quad (3.4)$$

С помощью плотности электричества закон Кулона можно записать так:

$$\vec{F} = \frac{q_2}{\epsilon} \int_V \frac{\rho \vec{R}}{R^3} dV. \quad (3.5)$$

Берем операцию  $\text{div}$  от (3.5) и получаем

$$\text{div} \vec{F} = \frac{4\pi q_2}{\epsilon} \rho, \quad (3.6)$$

Выражение (3.6) подтверждает, что  $\rho$  является характеристикой силы воздействия.

Дифференцируя (3.6) по времени

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\epsilon}{4\pi q_2} \text{div} \left( \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} \right). \quad (3.7)$$

и подставляя (3.7) в (3.4), получаем:

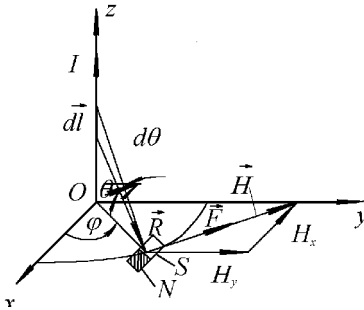
$$I = \int_V \text{div} \left( \frac{\epsilon}{4\pi q_2} \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \rho \vec{v} \right) dV. \quad (3.8)$$

Итак, движущийся заряд  $q_1$  создает воздействие на магнит согласно току (3.8). Этим соотношением выражен первый опытный факт воздействия движущего заряда.

Многие ученые: Эрстед, Ампер, Лаплас и др. изучали воздействие проводника с током  $I$  на магнит. В результате обобщения этих экспериментов силу воздействия проводника длиной  $dl$  на единичный магнитный полюс записывают в виде

$$d\vec{H} = \frac{I}{R^3 c} [\vec{dl} \times \vec{R}], \quad (3.9)$$

Рис. 3.2. Магнитная напряженность бесконечного проводника с током.



который называют законом Био-Савара-Лапласа для элемента тока (см. рис. 3.2). Соотношение (3.9) выражает второй опытный факт. Величину  $\vec{H}$  называют напряженностью магнитного поля. По сути она является силой воздействия на единичный магнитный полюс. Выражение (3.9) может быть проинтегрировано и представлено в таком виде

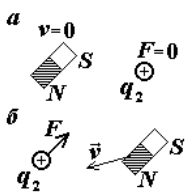
$$\int \text{div}(\text{rot } \vec{H}) dV = \frac{4\pi I}{c}. \quad (3.10)$$

Если в (3.10) подставить ток (3.8), создаваемый движущимся зарядом  $q_1$ , то сила его воздействия на единичный магнитный полюс запишется так

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\varepsilon}{cq_2} \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \rho \vec{v}. \quad (3.11)$$

Это уравнение известно как второе уравнение (закон) Максвелла. Как видим, оно по существу является другой формой записи экспериментально установленного закона Био - Савара - Лапласа.

Итак, заряд  $q_1$  оказывает воздействие (3.11) на магнит, расположенный в точке нахождения заряда  $q_2$ .



Рассмотрим теперь третий экспериментальный факт. Неподвижный магнит не действует на заряд. При движении магнита относительно проводника на его концах появляется разность потенциалов, т. е. появляются заряды. Это означает появление силы воздействия на заряд, помещенный на место проводника. Это явление выражено законом индукции Фарадея

$$u = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}, \quad (3.12)$$

где магнитный поток  $\Phi$  выражен через магнитную напряженность так:

$$\Phi = \mu \int \vec{H} d\vec{s}. \quad (3.13)$$

Итак, появление воздействия  $u$  на заряженное тело  $q_2$  обусловлено скоростью изменения воздействия на магнит, помещенный на место заряда  $q_2$ .



Разность потенциалов  $u$  можно выразить через электрическую силу на заряд  $q_1$ , используя связь  $u$  с электрической напряженностью  $E$ , в следующем виде:

$$u = \oint \frac{\vec{F}}{q_2} d\vec{l} = \int \text{rot} \frac{\vec{F}}{q_2} d\vec{S}. \quad (3.14)$$

Подставляя (3.13) и (3.14) в (3.12), получаем

$$\int \text{rot} \frac{\vec{F}}{q_2} d\vec{S} = -\frac{\mu}{c} \int \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} d\vec{S} \quad (3.15)$$

или

$$\text{rot} \frac{\vec{F}}{q_2} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (3.16)$$

которое известно как первое уравнение Максвелла. Как видим, оно является другой формой записи закона индукции Фарадея и показывает, что от скорости изменения силы воздействия движущегося магнита на заряд  $q_2$ , будет оказываться сила воздействия  $F$ .

Итак, мы рассмотрели три опытных факта.

1. Движущееся заряженное тело по воздействию на магнит эквивалентно току (3.8).
2. Сила воздействия тока на магнит определяется (3.9).
3. Воздействие движущегося магнита на заряд осуществляется согласно (3.12).

Совместно эти три опытных факта свидетельствуют, что движущийся заряд  $q_1$  в месте нахождения заряда  $q_2$  создает воздействие на магнит. Но так как заряд движется это воздействие изменяется. А переменное магнитное воздействие создает воздействие на заряд. Поэтому отсюда следует, что движущийся заряд  $q_1$  создает дополнительное воздействие на заряд  $q_2$ , которое определяется скоростью изменения основного воздействия. Эти зависимости выражены в дифференциальном виде. Поэтому, проинтегрировав их, мы получили выражения для воздействия движущегося заряда на неподвижный заряд, а также на неподвижный магнитный полюс.

## Лекция 5

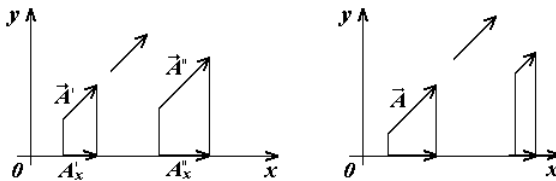
### 3.4. Обозначения частных производных

Первые производные.

$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$  - оператор набла - обозначение в виде вектора частных производных первого порядка.

$\text{grad } u = \vec{\nabla} u = \vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial u}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial u}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial u}{\partial z}$  - показывает изменение “ $U$ ” по пространству и направлен в сторону наибольшего изменения.

$$\operatorname{div} \vec{A} = \vec{\nabla} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} - \text{расходимость}$$



$$\operatorname{rot} \vec{A} = \operatorname{curl} \vec{A} = [\vec{\nabla} \times \vec{A}] = \vec{i} \left[ \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right] + \vec{j} \left[ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] + \vec{k} \left[ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right] -$$

характеризует вращательную направленность вектора  $A$ .

$\frac{\partial A_x}{\partial x} > 0$ , т.е.  $\operatorname{div} A > 0$ , и вектора расходятся.  $\frac{\partial A_x}{\partial x} < 0$ , т.е.  $\operatorname{div} A < 0$ , и сходимости векторов направлена к центру  $O$ .

$$\Delta = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{оператор Лапласа}$$

$$= \Delta - \frac{1}{c_i^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \text{оператор Даламбера, где } c_i - \text{ скорость изменения функции}$$

во времени.

Вторые производные.

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} u = \Delta u$$

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} = \Delta \vec{A} + [\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times \vec{A}]] .$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} .$$

### 3.5. Дифференциальные выражения для сил

Движущее заряженное тело  $q_1$  создает воздействие на магнит (3.11), а так как оно изменяется, то возникает дополнительное воздействие (3.16) на заряд  $q_2$ . Исключим из этих выражений величину  $H$ .

Возьмем операцию  $\operatorname{rot}$  от правой и левой части (3.16)

$$\operatorname{rot} \left[ \operatorname{rot} \frac{\vec{F}}{q_2} \right] = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \operatorname{rot} \vec{H} \right) .$$

откуда получаем

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \frac{\vec{F}}{q_2} - \frac{\Delta \vec{F}}{q_2} = \frac{4\pi}{\varepsilon} \operatorname{grad} \rho - \frac{\Delta \vec{F}}{q_2} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \operatorname{rot} \vec{H} \right) . \quad (3.17)$$

Проидифференцируем по времени (3.11)

$$\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\varepsilon}{cq_2} \frac{\partial^2 \vec{F}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t}. \quad (3.18)$$

А теперь в правую часть (3.17) подставим (3.18) и получим

$$\Delta \vec{F} - \frac{\mu\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{F}}{\partial t^2} = \frac{4\pi\mu q_2}{c^2} \frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} + \frac{4\pi q_2}{\varepsilon} \operatorname{grad} \rho.$$

Обозначим  $c_1 = \frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$  - скорость распространения электромагнитного (ЭМ)

воздействия в среде. Тогда получаем выражение для силы воздействия движущегося заряда  $q_1$  на неподвижный

$$\Delta \vec{F} - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \vec{F}}{\partial t^2} = \frac{4\pi q_2}{\varepsilon} \left[ \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} + \operatorname{grad} \rho \right]. \quad (3.19)$$

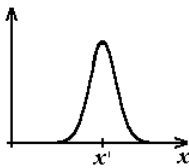
Если из уравнений Максвелла (3.11) и (3.16) исключить  $F$  мы получим уравнение для воздействия движущегося заряда  $q_1$  на единичный магнитный полюс

$$\Delta \vec{H} - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \operatorname{rot}(\rho\vec{v}). \quad (3.20)$$

#### *Тема 4: Взаимодействие двух движущихся заряженных точечных тел*

##### **4.1. Решение уравнения Даламбера для точечного заряда**

С помощью оператора Даламбера левые части (3.19) и (3.20) можно записать  $\vec{F} = \dots$ ;  $\vec{H} = \dots$ , соответственно. Поэтому эти уравнения являются дифференциальными уравнениями Даламбера, которые выражают воздействие движущегося заряда  $q_1$  с плотностью  $\rho$  на неподвижный заряд  $q_2$  и единичный магнитный полюс.



Пусть  $q_1$  будет точечным телом и его наэлектризованность выразим с помощью  $\delta$ - функции

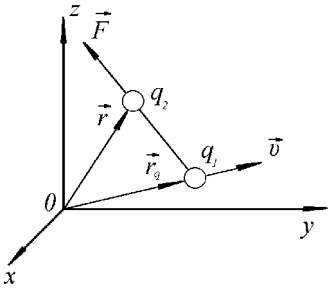
$$\delta(x-x') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp i(x-x')k dk = \begin{cases} 0, & x \neq x', \\ \infty, & x = x' \end{cases}, \quad (4.1)$$

величина, которая определяется следующим выражением:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x') dx = 1. \quad (4.2)$$

$\delta$  - функция во всех точках  $x$ , за исключением  $x'$  равна нулю, поэтому интегрирование от  $-\infty$  до  $\infty$  дает 0, а в т.  $x = x'$  экспонента (4.1) обращается в нуль, а  $kdk$  при интегрировании дает бесконечность.

Рассмотрим наш движущийся заряд  $q_1$ . Радиусы – векторы точки пространства и заряда  $g_1$  обозначим:



$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z$$

$$\vec{r}_g = \vec{i}v_x t + \vec{j}v_y t + \vec{k}v_z t$$

С помощью  $\delta$  - функции плотность заряда запишется так :

$$\rho = q_1 \delta(x - v_x t) \delta(y - v_y t) \delta(z - v_z t). \quad (4.3)$$

Рис.4.1. К выводу уравнения Даламбера для точечного заряженного тела.

Проверим величину заряда, вычисляя его с помощью  $\rho$  :

$$q_1 = \int \rho dV = q_1 = \int \rho dV = q_1 \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - v_x t) dx \int_{-\infty}^{\infty} \delta(y - v_y t) dy \int_{-\infty}^{\infty} \delta(z - v_z t) dz = q_1$$

Здесь учтено свойство (4.2). Как видим, величина заряда представляется верно.

Будем для каждой оси рассматривать свое число  $k$  :  $k_1, k_2, k_3$ . Тогда (4.3) с учетом  $\delta$ - функции (4.1) запишется

$$\rho = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp i[k_1(x - v_x t) + k_2(y - v_y t) + k_3(z - v_z t)] dk_1 dk_2 dk_3. \quad (4.4)$$

Плотность заряда  $\rho$  (4.4) входит в виде производной по времени и пространству в уравнение (3.14). Для проекции  $F_x$  после подстановки  $\rho$  (3.14) примет вид:

$$F_x = \frac{q_1 q_2 i}{2\pi^2 \epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} [(1 - \beta_x^2)k_1 - \beta_x \beta_y k_2 - \beta_x \beta_z k_3] \exp(i r_v) dk_1 dk_2 dk_3, \quad (4.5)$$

где

$$r_v = k_1(x - v_x t) + k_2(y - v_y t) + k_3(z - v_z t),$$

$$\beta_x = \frac{v_x}{c_1}, \quad \beta_y = \frac{v_y}{c_1}, \quad \beta_z = \frac{v_z}{c_1}.$$

Рассмотрим последовательность решения уравнения (4.5).

Оператор Даламбера  $= \Delta - \frac{1}{c_i^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2}$  не зависит от переменных

интегрирования  $k_1, k_2, k_3$ . В подынтегральном выражении от координат и времени (переменных дифференцирования) зависит только  $\exp(i r_v)$ . Найдем такую функцию  $G$ , которая будет

$$G = \exp(i r_v). \quad (4.6)$$

Подставив ее в (4.5), получаем  $F_x = \frac{q_1 q_2 i}{2\pi^2 \varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G dk_1 dk_2 dk_3$ , где [ ] - квадратная скобка в (4.5). Либо, с учетом того, что не зависит от  $k_1, k_2, k_3$ ,

выражение можно переписать:  $\left\{ F_x - \frac{g_1 g_2}{2\pi^2 E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G dk_1 dk_2 dk_3 \right\} = 0$

Откуда с учетом того, что не зависит от  $k_1, k_2, k_3$  получаем

$$F_x = \frac{q_1 q_2 i}{2\pi^2 \varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ (1 - \beta_x^2) k_1 - \beta_x \beta_y k_2 - \beta_x \beta_z k_3 \right] G dk_1 dk_2 dk_3. \quad (4.7)$$

Если функция  $G$  известна, то проинтегрировав (4.7) найдем силу.

Теперь необходимо из решения линейного дифференциального уравнения второго порядка (4.6) в частных производных с правой частью определить  $G$ . Известно, что оно состоит из общего решения уравнения без правой части и частного решения

$$G=0, \quad (4.8)$$

$$G = C \cdot \exp(i r_y). \quad (4.9)$$

Частное решение (4.9) определяется (как видно из (3.19)) зарядом  $q_1$ . А общее решение уравнения (4.8) представляет воздействие от нулевой плотности заряда. Т. к. нас интересует воздействие только заряда  $q_1$ , то общее решение мы отбрасываем.

Продифференцировав (4.9) дважды по координатам и времени после подстановки производных в левую часть (4.6), получаем выражение для коэффициента

$$C = - \frac{1}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 - (\beta_x k_1 + \beta_y k_2 + \beta_z k_3)^2}. \quad (4.10)$$

Итак, с учетом  $C$  функция  $G$  в (4.9) полностью определяется. Подставляем ее в (4.7)

$$F_x = - \frac{q_1 q_2 i}{2\pi^2 \varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 - \beta_x^2) k_1 - \beta_x \beta_y k_2 - \beta_x \beta_z k_3}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 - (\beta_x k_1 + \beta_y k_2 + \beta_z k_3)^2} \exp(i r_y) dk_1 dk_2 dk_3. \quad (4.11)$$

Интеграл (4.11) последовательно интегрируется: вначале по  $k_1$ , затем по  $k_2$  и  $k_3$ . Вычисления довольно громоздкие. Они рассмотрены в моей книге. В итоге получаем выражение

$$F_x = \frac{q_1 q_2 (x - v_x t) (1 - \beta^2)}{\varepsilon \left\{ (\vec{r} - \vec{v} t)^2 - [\vec{\beta} \times (\vec{r} - \vec{v} t)]^2 \right\}^{3/2}}. \quad (4.12)$$

#### **4.2. Сила взаимодействия двух заряженных тел**

Аналогичные решения будут и для проекций сил  $F_y$  и  $F_z$ . Поэтому эти выражения можно записать в векторном виде

$$\vec{F} = \frac{q_2 q_1 (\vec{r} - \vec{v}t) (1 - \beta^2)}{\varepsilon \left\{ (\vec{r} - \vec{v}t)^2 - \left[ \vec{\beta} \times (\vec{r} - \vec{v}t) \right]^2 \right\}^{3/2}}. \quad (4.13)$$

Как видно из рис.(4.13) сила воздействия движущегося заряда  $q_1$  на неподвижный заряд  $q_2$  зависит только от относительного расстояния  $\vec{R} = \vec{r} - \vec{v}t$ , т. е.

$$\vec{F} = \frac{q_2 q_1 (1 - \beta^2) \vec{R}}{\varepsilon \left\{ R^2 - \left[ \vec{\beta} \times \vec{R} \right]^2 \right\}^{3/2}}. \quad (4.14)$$

Кроме того, в  $\vec{\beta} = \vec{v}/c_1$  входит скорость  $\vec{v}$  заряда  $q_1$ , с которой он движется относительно заряда  $q_2$ . Если бы мы рассматривали в системе координат, не связанной с зарядом  $q_2$ , то скорость  $\vec{v}$  определялась бы как  $\vec{v} = \vec{v}_{12} = \vec{v}_{q_1} - \vec{v}_{q_2}$  и этой скоростью согласно (4.14) определялась бы сила взаимодействия. В случае присутствия других движущихся зарядов  $q_3$ ,  $q_4$  и тд. сила взаимодействия заряда  $q_1$  с ними будет определяться скоростью относительно этих зарядов, т.е.

$$\vec{v}_{13} = \vec{v}_{q_1} - \vec{v}_{q_3} \quad \vec{v}_{14} = \vec{v}_{q_1} - \vec{v}_{q_4} \quad \text{и тд.}$$

Итак, взаимодействие двух заряженных тел зависит от их относительных параметров: расстояния между ними, их относительной скорости и углового положения между расстоянием и скоростью.

В процессе изучения электричества люди вводили различные представления о механизмах взаимодействия: с помощью электрической жидкости, эфира, поля. Как видим, соотношение для силы (4.14) отвергает все эти субстанции: взаимодействие определяется только их относительными характеристиками и не зависит от абсолютных величин, которые свидетельствовали бы о наличии таких сущностей.

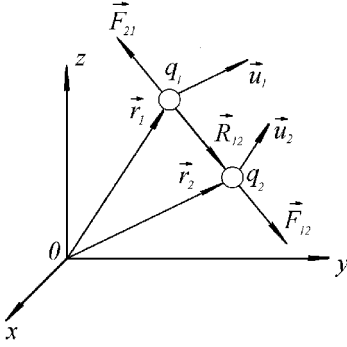
Рассмотрим поведение силы (4.14) при разных скоростях. При малой скорости ( $\beta \rightarrow 0$ ), (4.14) превращается в закон Кулона  $\vec{F} = \frac{q_1 q_2 \vec{R}}{\varepsilon R^3}$ .

Если же скорость частицы приближается к скорости света  $\beta \rightarrow 1$ , то сила стремится к нулю. Таким образом, факт уменьшения ускорения частицы с приближением ее скорости к скорости света обусловлен стремлением к нулю силы, а не стремлением массы частицы к бесконечности.

### **4.3. Закон относительного движения двух точечных объектов в дифференциальном виде**

Рассмотрим взаимодействие двух точечных зарядов.

$$\vec{u}_1 = \frac{d\vec{r}_1}{dt}; \quad \vec{u}_2 = \frac{d\vec{r}_2}{dt}; \quad \vec{v} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2.$$



Согласно (4.14) сила воздействия первого заряда на второй

Рис.4.2. Силы взаимодействия двух точечных заряженных тел.

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon} \frac{\vec{R}_{12} (1 - \beta^2)}{\left\{ R_{12}^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}_{12}]^2 \right\}^{3/2}}. \quad (4.15)$$

В соответствии со вторым законом механики ускорение второго заряда будет:

$$m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon} \frac{\vec{R}_{12} (1 - \beta^2)}{\left\{ R_{12}^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}_{12}]^2 \right\}^{3/2}}. \quad (4.16)$$

Аналогично (4.15) и (4.16) запишется сила воздействия на  $q_1$  и его ускорение

$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon} \frac{\vec{R}_{21} (1 - \beta^2)}{\left\{ R_{21}^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}_{21}]^2 \right\}^{3/2}}. \quad (4.17)$$

Т. к.  $\vec{R}_{12} = -\vec{R}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{R}$ , то умножив (4.16) на  $m_1$ , а (4.17) на  $m_2$  и вычтя последнее из первого, получаем

$$m_1 m_2 \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = (m_1 + m_2) \frac{q_1 q_2}{\varepsilon} \frac{\vec{R} (1 - \beta^2)}{\left\{ R^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}]^2 \right\}^{3/2}}.$$

После преобразования получаем закон относительного движения двух зарядов

$$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \mu_1 \frac{\vec{R} (1 - \beta^2)}{\left\{ R^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}]^2 \right\}^{3/2}}, \quad (4.18)$$

где  $\mu = \frac{q_1 q_2 (m_1 + m_2)}{\varepsilon m_1 m_2}$  - параметр взаимодействия.

Как видим в (4.18) входят относительные величины: расстояние  $\vec{R}$  и скорость  $\vec{v}$ , т. е. движение зарядов не зависит ни от систем отсчета, ни от наблюдателей, ни от полей и т. д.

При малых скоростях  $\beta \rightarrow 0$  уравнение (4.18) переходит в закон движения зарядов, взаимодействующих по закону Кулона

$$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \mu_1 \frac{\vec{R}}{R^3}. \quad (4.19)$$

Так как  $\beta = \frac{v}{c_1}$ , то случай при  $\beta \rightarrow 0$  можно рассматривать как результат  $c_1 \rightarrow \infty$ , т. е. это уравнение движения при бесконечной скорости

распространения взаимодействия. А уравнение (4.18) - при световой скорости распространения взаимодействия.

При гравитационном взаимодействии по закону всемирного тяготения уравнение движения будет (4.19) при

$$\mu_1 = -G(m_1 + m_2) \quad (4.20)$$

Если скорость распространения тяготения равна скорости света, то закон движения будет в этом случае (4.18) при  $\mu_1$  согласно (4.20).

Итак, (4.18) представляет собой закон относительного взаимодействия двух объектов в дифференциальном виде: наэлектризованных или тяготеющих, при малых и больших скоростях движения.

## Лекция 6

### 4.4. Интегрирование закона движения

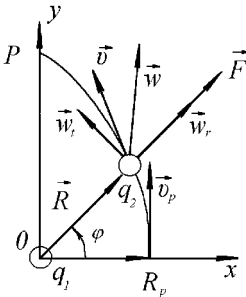


Рис. 4.3. Плоское движение двух взаимодействующих тел.

Векторы  $\vec{v}$  и  $\vec{R}$ , от которых зависит (4.18) образуют плоскость. Поэтому рассмотрим движение частицы в ней. Ускорение  $\vec{w} = \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2}$  спроектируем на радиальное  $\frac{\vec{R}}{R}$  и трансверсальное  $\vec{\tau}$  направление, где  $\frac{\vec{R}}{R}$  и  $\vec{\tau}$  - орты направлений

$$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \vec{\tau} w_t + \frac{\vec{R}}{R} w_r, \quad (4.21)$$

где

$$w_r = \frac{d^2 R}{dt^2} - R \omega^2; \quad w_t = \frac{1}{R} \frac{d(\omega R^2)}{dt}. \quad (4.22)$$

После подстановки (4.21) - (4.22) в (4.18) получаем

$$\frac{\vec{\tau}}{R} \frac{d(\omega R^2)}{dt} + \frac{\vec{R}}{R} \left( \frac{d^2 R}{dt^2} - R \omega^2 \right) = \mu_1 \frac{\vec{R} (1 - \beta^2)}{\left\{ R^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}]^2 \right\}^{3/2}}. \quad (4.23)$$

Приравняем слагаемые в левой и правой частях при одинаковых векторах

$$\frac{1}{R} \frac{d(\omega R^2)}{dt} = 0, \quad \omega R^2 = \text{const} = h,$$



где  $h$  - кинематический момент: момент количества движения единицы  $\vec{\tau}$ : массы. Итак, во время движения кинематический момент остается неизменным по величине

$$\omega R^2 = h, \quad (4.24)$$

а так же неизменен по направлению, т. к. в правой части слагаемые с  $\vec{\tau}$  отсутствуют. То есть движение происходит в плоскости векторов  $\vec{R}$  и  $\vec{v}$ .

Коэффициенты при  $\vec{R}$  дают

$$\frac{d^2 R}{dt^2} - R\omega^2 = \mu_1 \frac{R(1 - \beta^2)}{\left\{ R^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}]^2 \right\}^{3/2}}. \quad (4.25)$$

Проинтегрируем это уравнение при следующих начальных условиях: при  $t=0$ ;  $R=R_0$ ;  $\varphi = \varphi_0$ ;  $v_r = v_{r0}$ ;  $v_t = v_{t0}$

Радиальная и трансверсальная скорости запишутся  $v_r = \frac{dR}{dt} = R$ ;  $v_t = \omega R$ .

$$\text{Тогда } \beta^2 = \frac{1}{c_1^2} (\dot{R}^2 + \omega^2 R^2), \quad [\vec{\beta} \times \vec{R}] = \frac{1}{c_1} \omega R^2 = \frac{\omega R^2}{c_1};$$

$$R^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}]^2 = R^2 \left( 1 - \frac{\omega^2 R^2}{c_1^2} \right).$$

Подставляя в (4.25) получаем

$$\frac{d^2 R}{dt^2} - R\omega^2 = \mu_1 \frac{1 - \frac{1}{c_1^2} (R^2 + \omega^2 R^2)}{R^2 \left( 1 - \frac{\omega^2 R^2}{c_1^2} \right)^{3/2}}. \quad (4.26)$$

Если мы введем новые переменные  $y = 1/R$  и  $\varphi = \int \omega dt$ , то (4.26) будет

$$\frac{d^2 y}{d\varphi^2} - \frac{\mu_1}{c_1^2} \frac{\left( \frac{dy}{d\varphi} \right)^2}{\left( 1 - \frac{h^2}{c_1^2} y^2 \right)^{3/2}} = -y - \frac{\mu_1}{h^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{h^2}{c_1^2} y^2}}. \quad (4.27)$$

Это нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка. Т. к. в него

явно не входит независимая переменная, то можно ввести замену  $p = \frac{dy}{d\varphi}$

и тогда

$$p \frac{dp}{dy} - \frac{\mu_1}{c_1^2} \frac{p^2}{\left( 1 - \frac{h^2}{c_1^2} y^2 \right)^{3/2}} = -y - \frac{\mu_1}{h^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{h^2}{c_1^2} y^2}}. \quad (4.28)$$

Если введем переменную  $z = p^2$ , то (4.28) преобразуется к виду:

$$\frac{dz}{dy} + f(y)z = g(y), \quad (4.29)$$

где

$$f(y) = -2 \frac{\mu_1/c_1^2}{\left(1 - \frac{h^2}{c_1^2} y^2\right)^{3/2}}; \quad g(y) = -2 \left[ y + \frac{\mu_1}{h^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{h^2}{c_1^2} y^2}} \right]. \quad (4.30)$$

Выражение (4.29) - линейное дифференциальное уравнение с правой частью, решение которого записывается в виде

$$z = e^{-F} \left( z_0 + \int_{y_0}^y g(y) e^F dy \right), \quad (4.31)$$

где  $y_0$  и  $z_0$  - граничные условия,

$$F = \int_{y_0}^y f(y) dy. \quad (4.32)$$

После выполнения преобразований решение (4.31) получаем изменение полярного угла  $\varphi$  от радиуса  $R$  в следующем виде:

$$\varphi = h \int \frac{dR}{R^2 v_r}, \quad (4.33)$$

где радиальная скорость

$$v_r = c_1 \sqrt{1 - \beta_t^2 - (1 - \beta_0^2) \exp \frac{2\mu_1}{c_1^2} \left( \frac{1}{\sqrt{R^2 - \frac{h^2}{c_1^2}}} - \frac{1}{\sqrt{R_0^2 - \frac{h^2}{c_1^2}}} \right)}. \quad (4.34)$$

Здесь введены приведенные скорости  $\beta_{r0} = v_{r0} / c_1$ ;  $\beta_{t0} = v_{t0} / c_1$ ;  $\beta_0^2 = \beta_{r0}^2 + \beta_{t0}^2$ .

$v_{r0}$  и  $v_{t0}$  - компоненты скорости в точке  $R_0$ . Выражение (4.33) есть уравнение траектории в интегральном виде.

#### **4.5. Переход к классической и релятивистской механике**

Рассмотрим уравнение траектории (4.33) при малых и больших скоростях. При малых скоростях движения величины  $v_r$  и  $h = v_t \cdot R$  малы по сравнению с  $c_1$ . Поэтому можем рассмотреть предел радиальной скорости (4.34) так

$$\lim_{c_1^2 \rightarrow \infty} v_r^2 = \frac{1 - \frac{h^2}{c_1^2 R^2} - \left(1 - \frac{v_{r0}^2}{c_1^2} - \frac{h^2}{c_1^2 R_0^2}\right) \exp \frac{2\mu_1}{c_1^2} \left( \frac{1}{\sqrt{R^2 - \frac{h^2}{c_1^2}}} - \frac{1}{\sqrt{R_0^2 - \frac{h^2}{c_1^2}}} \right)}{1/c_1^2}.$$

Это предел типа  $\frac{0}{0}$ . После применения правила Лопиталья и упрощения получаем

$$v_r = \sqrt{v_{r0}^2 + \left(\frac{\mu_1}{h} + \frac{h}{R_0}\right)^2 - \left(\frac{\mu_1}{h} + \frac{h}{R}\right)^2}. \quad (4.35)$$

Выражение (4.33) совместно с (4.35) представляют траекторию движения при взаимодействии двух тел в классической механике.

В качестве начальной точки  $R_0$  траектории возьмем ближайшую точку к центральной частице. Это расстояние называется радиусом перигентрия  $R_p$ . Радиальная скорость в  $v_r(R_p) = 0$ , а трансверсальная  $v_r = v_p$  - наибольшая. И отнесем все переменные к  $R_p$  и  $v_p$ , тогда (4.33) и (4.35) запишутся

$$\varphi = \int \frac{d\bar{R}}{\bar{R}^2 \bar{v}_r}, \quad (4.36)$$

$$\bar{v}_r = \sqrt{(\alpha_1 + 1)^2 - \left[\alpha_1 + \frac{1}{\bar{R}}\right]^2}, \quad (4.37)$$

где

$$\bar{R} = R/R_p; \quad \bar{v}_r = v_r/v_p; \quad \alpha_1 = \mu_1 / (R_p v_p^2). \quad (4.38)$$

С учетом (4.37) уравнение (4.36) легко интегрируется и получаем уравнение траектории в виде

$$\bar{R} = \frac{1}{(\alpha_1 + 1) \cos \varphi - \alpha_1}. \quad (4.39)$$

При  $\alpha_1 = -1$  из (4.39) имеем  $\bar{R} = 1$ . Это уравнение окружности.

При  $\alpha_1 = -0,5$  получаем  $\bar{R} = \frac{2}{1 + \cos \varphi}$ ,  $\varphi = 0$   $\bar{R} = 0$  - парабола.

Определим несколько точек:  $\varphi = 0$   $\bar{R} = 0$ ;  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ,  $\bar{R} = 2$ ;  $\varphi = \pi$ ,  $\bar{R} = \infty$ .

При  $-1 < \alpha_1 < -0,5$  - эллипсы

При  $-0,5 < \alpha_1 < 0$  - гиперболы

Теперь рассмотрим при больших скоростях движения частицы, когда величиной приведенной скорости  $\beta$  нельзя пренебречь. Тогда можно упростить (4.34), разлагая в ряд члены, содержащие  $1/c_1^2$ :

$$\left(1 - \frac{h^2}{c_1^2} \frac{1}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{h^2}{2c_1^2} \frac{1}{R^2} + \dots;$$

$$\exp \frac{2\mu_1}{c_1^2 R} \left(1 - \frac{h^2}{c_1^2} \frac{1}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + 2 \frac{\mu_1}{c_1^2} \frac{1}{R} + 2 \frac{\mu_1^2}{c_1^4} \frac{1}{R^2} + \frac{\mu_1 h^2}{c_1^4 R^3} + \dots$$

С учетом членов с  $c_1^2$  радиальная скорость согласно (4.34) запишется

$$v_r^2 = c_1^2 + v_0^2 - \left(c_1^2 + \frac{h^2}{R^2}\right) \left(1 - \frac{R_g}{R}\right) \left(1 + \frac{R_g}{R_0}\right), \quad (4.40)$$

где  $R_g = -2\mu_1 / c_1^2$  - называют гравитационным радиусом.

После подстановки (4.40) в (4.33) и преобразования получаем релятивистское выражение для движения частицы в центрально - симметрическом поле Шварцшильда

$$\varphi = \int \frac{MdR}{R^2 \sqrt{W_0^2/c^2 - (m^2 c^2 + M^2/R^2)(1 - R_g/R)}}, \quad (4.41)$$

где  $M = mh$  - момент количества движения частицы

$$W_0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta_0^2}} \approx m^2 \left(c^2 + \frac{v_0^2}{2}\right) - \text{релятивистская энергия.}$$

Из уравнения (4.41) выводят эффекты ОТО: искривление луча света в поле притягивающего центра, вращение перигелия Меркурия и покраснение света при удалении от притягивающего центра.

Как видим, полученное уравнение траектории (4.33) - (3.34) описывает траектории при взаимодействии двух тел как при малых, так и при больших скоростях.

## Лекция 7

### Тема 5. Траектории движения двух тел

#### 5.1. Безразмерные уравнения траектории

При взаимодействии по закону Кулона радиальную скорость мы отнесли к параметрам в перигелии  $R_p$  и  $v_p$  и получили

$$\bar{v}_r = \sqrt{(\alpha_1 + 1)^2 - \left[\alpha_1 + \frac{1}{R}\right]^2}. \quad (5.1)$$

Точно также в общем случае выразим радиальную скорость (4.34) в безразмерных параметрах

$$\bar{v}_r = \frac{1}{\beta_p} \sqrt{1 - \frac{\beta_p^2}{R^2} - (1 - \beta_p^2) \exp \left[ 2\alpha_1 \beta_p^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{R^2 - \beta_p^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_p^2}} \right] \right]}. \quad (5.2)$$

Совместно с безразмерным выражением

$$\varphi = \int \frac{d\bar{R}}{R^2 \bar{v}_r} \quad (5.3)$$

представляет уравнение траектории. В отличие от классических траекторий

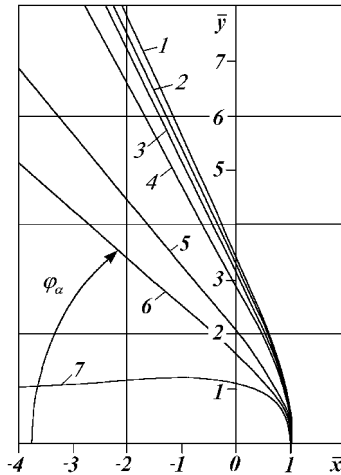
$\bar{R} = \frac{1}{(\alpha_1 + 1) \cos \varphi - \alpha_1}$ , описываемых выражениями (5.1) - (5.3), в общем

случае траектории (5.2)-(5.3) зависят не только от параметра  $\alpha_1$ , но и от скорости  $\beta_p$  в перигелии. При радиальной скорости (5.2) выражение (5.3) аналитически не интегрируется. Мы будем рассматривать результаты его численного решения.

## 5.2. Гиперболовидные траектории

В классическом случае при  $-0,5 < \alpha_1 < 0$  траектории являются гиперболами.

*Рис. 5.1.* Траектории при  $\alpha_1 = -0.3$  и при досветовой скорости в перигелии ( $\beta_p \leq \beta_{pc}$ ) с полууглами между асимптотами  $\varphi_a$ .



На рис. 5.1 представлены траектории, полученные в результате численного интегрирования выражений (5.2) - (5.3) при разных значениях приведенной скорости  $\beta_p$  в перигелии. Притягивающий центр находится в точке О. Рассматриваем полуветви траектории. Траектория при  $\beta_p = \beta_{pc} = 0,954$  является предельной. При больших  $\beta_p$  траекторий не существует. Это во-первых. Во-вторых при приближении к перигелию угол  $\varphi \rightarrow \infty$ . Это означает, что при движении частицы с периферии она захватывается на круговую орбиту и движется по ней бесконечно долго.

Определим значение параметра  $\beta_p$  для этого случая. Итак, на круговой орбите  $\bar{v}_r = 0$ . С учетом этого условия из (5.2) получаем

$$\alpha_1 = 0.5 \frac{\ln \left[ \left( 1 - \frac{\beta_p^2}{R^2} \right) / (1 - \beta_p^2) \right]}{\beta_p^2 / \sqrt{R^2 - \beta_p^2} - \beta_p^2 / \sqrt{1 - \beta_p^2}}. \quad (5.4)$$

Так как круговой орбита становится при  $\bar{R} = 1$ , отсюда после предельного перехода типа 0/0 получаем

$$\alpha_{1c} = -\sqrt{1 - \beta_{pc}^2} . \quad (5.5)$$

где индекс  $c$  - *cicle* (окружность)

Для малых скоростей  $\beta_{pc} \rightarrow 0$ , тогда  $\alpha_{1c} = -1$ , т. е. соответствует классическим траекториям. Из (5.5) при  $\alpha_{1c} = -0,3$  получим  $\beta_{pc} = 0,954$  для предельной траектории.

### 5.3. Параболовидные и эллипсовидные траектории

Рассмотрим траектории при  $\alpha_1 = -0,5$  (см.рис.5.2). Это параболовидные траектории по значению  $\alpha_1$ . Однако, все они на разном отдалении имеют апоцентрий, в котором радиальная скорость равна нулю. Так при  $\beta_p = 0.1$  радиус апоцентра равен  $\bar{R}_a = 236411$ . И с увеличением  $\beta_p$  величина  $\bar{R}_a$  уменьшается. После прохождения апоцентра частица опять возвращается в перицентрий. Ближе всего к центру расположен апоцентрий предельной траектории при  $\beta_p = \beta_{pc}$ . На предельной траектории частица в перицентрии также захватывается на круговую орбиту.

В области  $\beta_{pc} < \beta_p < 1$  подкоренное выражение (5.2) отрицательно. Поэтому в этой области  $\beta_p > \beta_{pc}$  траекторий не существует. Однако при  $\beta_p \rightarrow 1$  выражение (5.2) имеет особенность и существует. Если перейти к другим нормировочным параметрам  $R_0$  и  $\beta_{10}$ , то можно определить целый класс траекторий, которые имеют скорость в перицентрии  $\beta_p = 1$ . Такие траектории со световой скоростью в перицентрии мы рассмотрим позже. Пунктиром показана траектория при  $\beta_p \rightarrow 1$ .

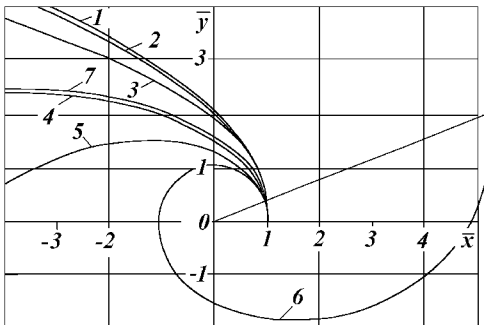


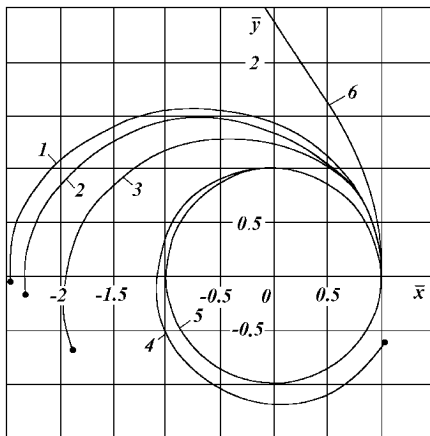
Рис. 5.2. Траектории при  $\alpha_1 = -0.5$  и при досветовой скорости в перицентрии ( $\beta_p \leq \beta_{pc}$ ).

Как видим при  $\alpha_1 = -0.5$  все траектории квазиэллиптические.

Квазипараболической можно назвать траекторию, по которой по которой частица уйдет в бесконечность и будет иметь  $v_2 = 0$ . Из (5.4) при  $\bar{R} \rightarrow \infty$  получаем

$$\alpha_{1p} = 0.5 \frac{\sqrt{1-\beta_p^2} \ln(1-\beta_p^2)}{\beta_p^2} \quad (5.6)$$

При малых скоростях  $\beta_p \rightarrow 0$ , выражение (5.6) дает  $\alpha_{1p} = -0.5$ , что



соответствует классической параболе.

Рассмотрим (см.рис.5.3) теперь эллипсоидные траектории при  $-1 < \alpha_1 < -0.5$ . Полуветвь классической эллиптической траектории отличается от траектории при  $\beta_p = 0,1$  тем, что она заканчивается при  $\varphi_a = \pi$ . Из рис.5.3 видно, что угол апоцентра  $\varphi_a$  больше  $\pi$  и с увеличением  $\beta_p$  увеличивается дальше. Для предельной траектории  $\beta_{pc} = 0,714$  угол  $\varphi_a$  стремится к бесконечности.

Рис. 5.3 Траектории при  $\alpha_1 = -0.7$  и при досветовой скорости ( $1 \div 5$ ) в перицентрии ( $\beta_p \leq \beta_{pc}$ ).

Вследствие проворачивания апоцентра частица через период возвращается в перицентрии, который сдвинут относительно предыдущего его положения на угол  $2(\varphi_a - \pi)$ . На рис. 5.3 пунктиром показана траектория при  $\beta_p \rightarrow 1$ .

Таким образом, при взаимодействии двух частиц с увеличением относительной скорости увеличивается количество типов траекторий. У разомкнутых траекторий угол между асимптотами уменьшается и даже становится отрицательным. У конечных траекторий с увеличением скорости угол до апоцентра ( $\varphi_a$ ) увеличивается.

Мы рассматривали полуветви траекторий. На рис. 5.4 показаны полные ветви траекторий. В случае а) за один оборот частица совершает три периодических движения от перицентра к апоцентрию. Во время удалений от притягивающего центра она замедляется, а с приближением ее скорость  $\beta \rightarrow 1$ . В случае б) за период движения частицы от перицентра к апоцентрию и снова к перицентрию она совершает три с половиной оборота. В случае в) траектория частицы пересекает саму себя. Такую траекторию притягивающихся частиц можно принять как траекторию отталкивания. По этим траекториям движутся взаимодействующие частицы в микромире. Они позволяют по-другому интерпретировать явления. Эти траектории дают новые механизмы образования и распада частиц, явления радиоактивности и т. д.

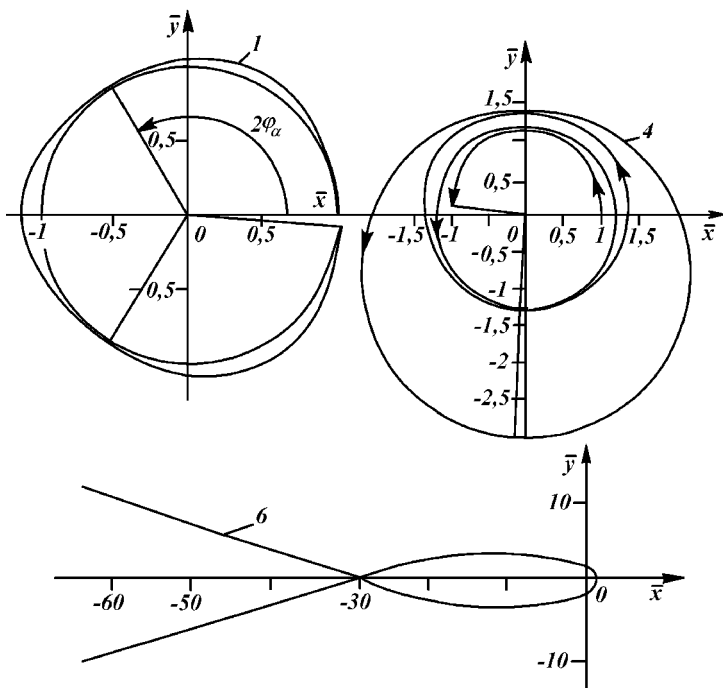


Рис. 5.4. Траектории за полный период при световой скорости в перигении при  $\alpha_1^0 = -0.498$ ,  $\alpha = -0.926$ ,  $\beta_{r0} = 0.93$  и разных радиальных скоростях: 1 –  $\beta_{r0} = 0.1$ ; 4 –  $\beta_{r0} = 0.13$ ; 6 –  $\beta_{r0} = 0.2$ .

С конца 19 века явления в микромире интерпретировали через классические траектории. Из картин рассеяния определялись виды частиц и их свойства, но частицы взаимодействуют не по закону Кулона, а согласно полученному выражению для силы и движутся по рассмотренным траекториям. Поэтому интерпретация этих явлений на основании реальных траекторий дает другой микромир, который будет являться реальным.

## Лекция 8

### Тема 6. Силы воздействия различных тел на движущуюся заряженную частицу

#### 6.1. Воздействие заряженной прямоугольной пластины на частицу

Взаимодействие двух точечных частиц, которое рассматривалось ранее, имеет место при взаимодействии свободных элементарных частиц. В физических экспериментах, в ускорителях и различных электронных



устройствах на частицу воздействуют электродами или магнитами определенной формы. В рамках этой темы рассмотрим воздействие таких устройств на движущуюся заряженную частицу. Наиболее часто используются заряженные пластины.

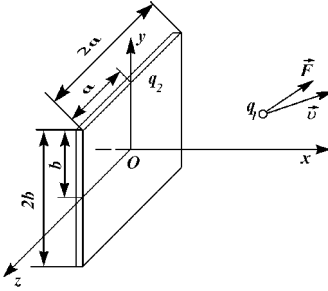


Рис. 6.1. Воздействие заряженной прямоугольной пластины на движущуюся частицу с зарядом  $q_1$ .

Рассмотрим прямоугольную пластину со сторонами  $2a$  и  $2b$ , расположенную в плоскости  $yz$ , и начало координат совпадает с центром пластины. Заряд пластины равен  $q_2$ , а частица с зарядом  $q_1$  движется со скоростью  $\vec{v} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z$ . Координаты частицы будем обозначать как  $x_q, y_q, z_q$ . Если  $\sigma = q_2 / S$  - поверхностная плотность заряда пластины, где  $S = 4ab$  - ее площадь, то элемент пластины  $d\mathbf{y}_s d\mathbf{z}_s$  имеет заряд

$$dq = \sigma d\mathbf{y}_s d\mathbf{z}_s.$$

Тогда сила воздействия  $d\mathbf{q}$  на частицу  $q_2$  будет

$$d\vec{F} = \frac{\sigma d\mathbf{y}_s d\mathbf{z}_s q_1 (1 - \beta^2) \vec{R}}{\epsilon \left\{ R^2 - \left[ \vec{\beta} \times \vec{R} \right]^2 \right\}^{3/2}}. \quad (6.1)$$

Модуль приведенной скорости частицы  $\beta$  относительно любого элемента пластины будет одинаков, а вектор скорости  $\vec{\beta}$  будет для каждого свой. Поэтому силу воздействия всей пластины можем записать

$$\vec{F} = F_p (1 - \beta^2) \int_{-a}^a d\mathbf{z}_s \int_{-b}^b \left\{ \frac{\vec{R} d\mathbf{y}_s}{R^2 - \left[ \vec{\beta} \times \vec{R} \right]^2} \right\}^{3/2}, \quad (6.2)$$

где  $F_p = \frac{q_1 q_2}{\epsilon S}$ ;  $R = ix_q + j\eta + k\zeta$ ;  $\eta = y_q - y_s$ ;  $\zeta = z_q - z_s$ .

Интегралы, входящие в (6.2), вычисляются с помощью достаточно громоздких операций. Запишем окончательный результат для двух проекций силы (после интегрирования индексы "q" при координатах опускаем):

$$F_x = F_p \operatorname{arctg} \frac{x^2 \beta_y \beta_z - x\eta \beta_x \beta_z - \zeta(1 - \beta_x^2) - x\zeta \beta_x \beta_y}{xR_0} \bigg|_{\eta=y+b}^{\eta=y-b} \bigg|_{\zeta=z-a}^{\zeta=z+a}, \quad (6.3)$$

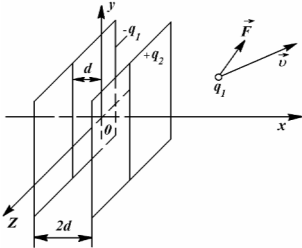
$$F_z = \frac{F_p}{1 - \beta_x^2} \left[ \gamma_y \ln \left( \gamma_y R_y + x\beta_x \beta_y + \eta \gamma_y^2 + \zeta \beta_y \beta_z \right) - \frac{\beta_y \beta_z}{\gamma_z} \ln \left( \gamma_z R_z + x\beta_x \beta_z + \eta \beta_y \beta_z + \zeta \gamma_z^2 \right) \right] \bigg|_{\eta=y+b}^{\eta=y-b} \bigg|_{\zeta=z-a}^{\zeta=z+a} - \frac{\beta_x \beta_z}{1 - \beta_x^2} F_x. \quad (6.4)$$

Сила  $F_y$  аналогична  $F_z$ .

Здесь использованы обозначения

$$\gamma_x = \sqrt{1 - \beta_y^2 - \beta_z^2}, \quad \gamma_y = \sqrt{1 - \beta_x^2 - \beta_z^2}, \quad \gamma_z = \sqrt{1 - \beta_x^2 - \beta_y^2},$$

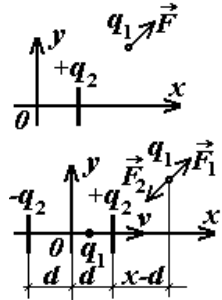
$$R_v = \sqrt{R^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}]^2} = \sqrt{\gamma_x^2 x^2 + \gamma_y^2 y^2 + \gamma_z^2 z^2 + 2\beta_x \beta_y x y + 2\beta_x \beta_z x z + 2\beta_y \beta_z y z}.$$



При  $\beta \rightarrow 1$   $F_x$ ,  $F_y$  и  $F_z \rightarrow 0$ , т. е. пластина не воздействует на движущуюся со скоростью света частицу.

Рис. 6.2. Воздействие плоского прямоугольного конденсатора на движущуюся заряженную частицу  $q_1$ .

Используя выражение (6.3) и (6.4), можно определить силу воздействия на частицу нескольких пластин, в том числе если центры пластин расположены на оси  $x$  (см.рис.6.2):  $x = -d$  - пластина с зарядом  $(-q_2)$  и  $x = d$  - пластина с зарядом  $q_2$ . Силу воздействия такого конденсатора на частицу  $q_1$  можно записать через силу воздействия одиночной пластины так:

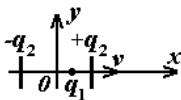


$$\vec{F}_1 = \vec{F}(x-d); \quad \vec{F}_2 = -\vec{F}(x+d); \quad \vec{F}_k = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \text{ т.е.}$$

$$\vec{F}_k = \vec{F}(x-d) - \vec{F}(x+d), \quad (6.5)$$

где составляющие векторов в правой части определяются выражениями (6.3) - (6.4) при замене  $x$  на  $(x-d)$  и  $(x+d)$ .

Если устремить размеры  $a$  и  $b$  к бесконечности, то получим из (6.5)



$$F_x = -\frac{4\pi\sigma}{\epsilon} q_1. \quad (6.6)$$

Рис. 6.3.

Это выражение широко используется в электротехнике. Оно справедливо при малой скорости частиц. При большой скорости необходимо пользоваться точным выражением (6.5).

## 6.2. Скорость движения частицы в конденсаторе

Рассмотрим вначале воздействие одной пластины (см.рис.6.1). Пусть частица движется вдоль оси  $x$ . Тогда  $y = z = \beta_y = \beta_z = 0$ . В этом случае  $F_y = F_z = 0$  и остается только сила  $F_x$ . С учетом второго закона Ньютона ускорение частицы будет

$$\ddot{x} = w_p \operatorname{arctg} \frac{(1 - \beta^2)ab}{x\sqrt{x^2 + (1 - \beta^2)(a^2 + b^2)}}, \quad (6.7)$$

где  $w_p = 4 \frac{q_1 q_2}{\varepsilon m S}$ .

Это нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка. Рассмотрим его решение при  $\beta \sim 1$ . Введем обозначение  $u = \frac{(1 - \beta)^2}{x^2}$ , тогда (6.7)

запишется

$$x^2 \frac{du}{dx} + 2xu + 2w_p c_1^2 \operatorname{arctg} \frac{uab \operatorname{sign}(x)}{\sqrt{1 + u(a^2 + b^2)}} = 0. \quad (6.8)$$

где введена замена  $\frac{\operatorname{sign}(x)}{x} = \frac{1}{\sqrt{x^2}}$ , а функция  $\operatorname{sign}(x)$  – обозначает знак  $x$ .

При  $\beta \rightarrow 1$   $u \rightarrow 0$ , поэтому можно разложить в ряд Тейлора  $\operatorname{arctg}$  и записать (6.8) в виде

$$x^2 \frac{du}{dx} + 2xu + vabu = 0, \quad (6.9)$$

где  $v = \frac{8q_1 q_2 \operatorname{sign}(x)}{\varepsilon c_1^2 m S}$ .

Уравнение (6.9) является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными. Интегрируя его при граничном условии  $\beta(x_0) = \beta_0$ , получаем

$$\beta^2 = 1 - (1 - \beta_0^2) \exp \left[ vab \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x_0} \right) \right]. \quad (6.10)$$

После подстановки обозначений (6.10) запишется

$$v^2 = c_1^2 - (c_1^2 - v_0^2) \exp \left[ \frac{2q_1 q_2}{\varepsilon m c_1^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x_0^2}} \right\} \right]. \quad (6.11)$$

Аналогично запишется скорость движения частицы в плоском конденсаторе (см. рис 6.3):

$$v^2 = c_1^2 - (c_1^2 - v_0^2) \exp \left[ \frac{2q_1 q_2}{\varepsilon m c_1^2} \left( \frac{1}{\sqrt{(x-d)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_0+d)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x_0-d)^2}} \right) \right]. \quad (6.12)$$

При ускорении (сила совпадает по направлению со скоростью) показатель экспоненты отрицательный. Поэтому даже при  $q_2 \rightarrow \infty$  скорость частицы будет меньше скорости света ( $v < c_l$ ), т. е. в плоском конденсаторе частица не сможет превысить скорость света.

### 6.3. Сила воздействия заряженной нити и скорость частицы

Пусть заряженная нить или провод длиной  $2a$  расположен вдоль оси  $z$ . Воздействие отрезка на частицу  $q_1$  можно заменить воздействием пластины, у которой ширина  $b \rightarrow 0$ . Тогда выражения для силы (6.3) - (6.4) при  $b \rightarrow 0$  запишутся

$$\vec{F} = \frac{Qq_1}{\varepsilon R_v} \frac{\vec{R}(x\beta_x\beta_z + y\beta_y\beta_z + \gamma_z^2\zeta) - \vec{k}R_v^2}{(1-\beta_y^2)x^2 + 2\beta_x\beta_yxy + (1-\beta_x^2)y^2} \Bigg|_{\zeta=z-a}^{\zeta=z+a}, \quad (6.13)$$

$$R_v = \sqrt{R^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}]^2}; \quad \vec{R} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}\zeta,$$

$Q = q_2 / 2a$  - погонная плотность заряда.

Сила воздействия на частицу сильно зависит от расположения частицы. Можно посмотреть силы в различных ситуациях. Рассмотрим случай, когда частица движется вдоль оси  $x$  со скоростью  $v$ , т. е.  $y = z = \beta_y = \beta_z = 0$ . Тогда (6.13) дает только одну проекцию

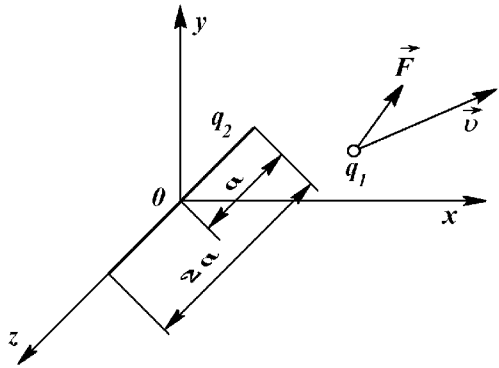


Рис. 6.4. Воздействие заряженного отрезка на движущуюся заряженную частицу  $q_1$ .

$$F_x = \frac{2Qq_1a}{\varepsilon} (1 - \beta_x^2) \Big/ \left( x\sqrt{x^2 + (1 - \beta_x^2)a^2} \right)$$

Используя второй закон Ньютона, запишем ускорение частицы

$$\frac{dv}{dt} = q_1q_2(1 - \beta_x^2) \Big/ \left( \varepsilon mx\sqrt{x^2 + (1 - \beta_x^2)a^2} \right).$$

При  $\beta_x \sim 1$  величиной  $(1 - \beta_x^2)$  в знаменателе можно пренебречь. Переходя к независимой переменной  $x$ , получаем

$$\frac{dv^2}{dx} = \frac{2q_1q_2 \text{sign}(x)}{\varepsilon mc_1^2} \frac{c_1^2 - v^2}{x^2}.$$

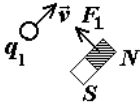
Это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. При граничном условии  $v(x_0) = v_0$  его решение будет

$$v^2 = c_1^2 - (c_1^2 - v_0^2) \exp \frac{2q_1q_2}{\varepsilon mc_1^2} \left( \frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x_0^2}} \right). \quad (6.14)$$

Оно полностью совпадает с решением (6.11) для плоскости. Таким образом, заряженный отрезок не сможет ускорить частицу до скорости больше  $c_1$ .

#### 6.4. Сила воздействия движущейся заряженной частицы на магнит

Воздействие движущейся частицы  $q_1$  на единичный магнитный полюс, как мы определили в лекции 5, описывается уравнением Даламбера (3.20), которое в проекциях на оси координат будет:



$$\begin{aligned} H_x &= -\frac{4\pi}{c} \left( \frac{\partial \rho}{\partial y} v_z - \frac{\partial \rho}{\partial z} v_y \right); \\ H_y &= -\frac{4\pi}{c} \left( \frac{\partial \rho}{\partial z} v_x - \frac{\partial \rho}{\partial x} v_z \right); \\ H_z &= -\frac{4\pi}{c} \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} v_y - \frac{\partial \rho}{\partial y} v_x \right). \end{aligned} \quad (6.15)$$

Если сопоставить уравнения (6.15) с уравнением Даламбера (3.19) для силы  $\vec{F}$  также в проекциях, то увидим, что

$$F_y v_z - F_z v_y = -c_1 q_2 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H_x,$$

либо

$$\left( c_1 q_2 \sqrt{\frac{M}{E}} H_x + F_y v_z - F_z v_y \right) = 0$$

откуда получаем:

$$H_x = -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} (\beta_z F_y - \beta_y F_z).$$

Аналогичные выражения получим для остальных проекций, поэтому можем записать в векторном виде

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} [\vec{\beta} \times \vec{F}].$$

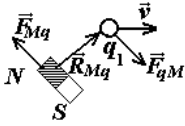
Подставляя сюда решение уравнения Даламбера (3.19) для силы (4.14), получаем силу воздействия движущейся частицы на единичный магнит

$$\vec{H} = \frac{q_1 (1 - \beta^2) [\vec{\beta} \times \vec{R}]}{\sqrt{\mu \varepsilon} \left\{ R^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}]^2 \right\}^{3/2}}, \quad (6.16)$$

Если  $M$  - магнитный заряд магнитного полюса, то сила воздействия частицы на него будет

$$\vec{F}_{Mq} = M \vec{H} \quad (6.17)$$

## 6.5. Сила воздействия точечного магнита на заряженную частицу



Радиус - вектор от магнита  $M$  до частицы  $q_1$   
 $\vec{R}_{Mq} = -\vec{R}$ , тогда сила воздействия точечного  
 магнитного полюса на частицу будет

$$\vec{F}_q = \frac{Mq_1(1 - \beta^2)[\vec{\beta} \times \vec{R}_{Mq}]}{\sqrt{\mu\epsilon} \left\{ R_{Mq}^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}_{Mq}]^2 \right\}^{3/2}}. \quad (6.18)$$

На основе (6.18) найдем силу воздействия любого магнита. Если бы на месте частицы  $q_1$  находился точечный магнитный полюс  $M_1$ , то сила воздействия на него была бы

$$\vec{F}_{M_1M} = \frac{M \cdot M_1 \vec{R}_{Mq}}{R_{Mq}^3} = \vec{H}M_1, \quad (6.19)$$

где

$$\vec{H} = \frac{M\vec{R}_{Mq}}{R_{Mq}^3}. \quad (6.20)$$

магнитная напряженность, создаваемая магнитным полюсом  $M$ .

Из (6.20)  $M\vec{R}_{Mq} = \vec{H}R_{Mq}^3$ , с учетом этого выражения сила воздействия магнита на частицу (6.18) запишется в виде

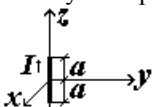
$$\vec{F}_q = \frac{q_1(1 - \beta^2)R_{Mq}^3[\vec{\beta} \times \vec{H}]}{\sqrt{\mu\epsilon} \left\{ R_{Mq}^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}_{Mq}]^2 \right\}^{3/2}}. \quad (6.21)$$

Сила (6.21) зависит от магнитной напряженности  $\vec{H}$  в точке нахождения частицы. Поэтому это выражение можно использовать для магнитного полюса различной формы. В этом случае  $\vec{R}_{Mq}$  - радиус - вектор от его центра намагниченности.

## Лекция 9

### 6.6. Сила воздействия проводника с током на заряженную частицу

Пусть проводник с током  $I$  расположен вдоль оси  $z$  и воздействует на заряженную частицу. Элемент  $d\vec{l}$  проводника согласно закона Био - Савара - Лапласа (3.9) из лекции 4 создает в точке нахождения заряда магнитную напряженность



$$d\vec{H} = \frac{I}{R^3 c} [\vec{dl} \times \vec{R}].$$

Подставим ее в (6.21) и получим силу воздействия элемента тока  $I dl$  на частицу

$$d\vec{F}_q = \frac{\mu I q_1 (1 - \beta^2) [\vec{v} \times [\Delta \vec{l} \times \vec{R}]]}{c^2 \{R^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}]^2\}^{3/2}}. \quad (6.22)$$

После преобразования и интегрирования по длине проводника от  $-a$  до  $a$  получаем силу воздействия отрезка проводника на частицу

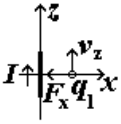
$$\vec{F} = \frac{\mu q_1}{c^2 R_v} \frac{(x\beta_x \beta_z + y\beta_y \beta_z + \gamma_z^2 \zeta) [\vec{v} \times [\vec{l} \times \vec{R}]]}{(1 - \beta_y^2)x^2 + 2\beta_x \beta_y xy + (1 - \beta_x^2)y^2} \Bigg|_{\zeta=z-a}^{\zeta=z+a}. \quad (6.23)$$

Из этого выражения следует, что сила воздействия равна нулю, когда частица покоится и когда она движется со световой скоростью.

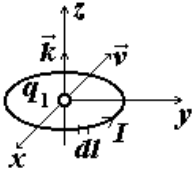
Если частица вращается по окружности, по оси которой проходит ток, то двойное векторное произведение в (6.23) равно нулю и сила воздействия равна нулю.

Если частица движется параллельно проводнику и находится в средней плоскости  $y = z = \beta_y = \beta_x = 0$ , то сила (6.23) будет

$$F_x = -\frac{2\mu I q_1 a v_z}{c^2 x \sqrt{(1 - \beta_z^2)x^2 + a^2}}. \quad (6.24)$$



Положительно заряженная частица, движущаяся в направлении тока, притягивается к проводнику. В электродинамике до сих пор существует много белых пятен. Например, два параллельных тока притягиваются, а две параллельно движущиеся одноименные частицы как частицы должны отталкиваться, а как токи - притягиваться. Этот парадокс до сих пор не разрешен. Кроме того, трактовка многих явлений с помощью полей, привела многих ученых к выводу, что третий закон Ньютона (о равенстве действия и противодействия) в электродинамике не выполняется. Полученные решения дают точный ответ во всех неясных ситуациях.



В ускорителях на частицу воздействуют соленоидальными магнитами. Рассмотрим поэтому воздействия кольцевого проводника с током на частицу, находящуюся в центре кольца. Используя выражение (6.22) для воздействия элемента тока на частицу, получим силу воздействия кольцевого проводника в виде

$$\vec{F} = \frac{\mu I q_1}{c^2 R} \frac{[\vec{v} \times \vec{k}]}{\sqrt{1 - \beta_z^2}} \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \gamma} d\gamma, \quad (6.25)$$

где

$$n^2 = \frac{(\beta_x^2 + \beta_y^2)}{(1 - \beta_z^2)}.$$

Это выражение можно записать так

$$\vec{F} = 2p \frac{\mu I q_1}{c^2 R} \frac{[\vec{v} \times \vec{k}]}{\sqrt{1 - \beta_z^2}}, \quad (6.26)$$

где  $p = \pi$  при  $n = 0$  (или  $\beta = 0$ ) и  $p = 2$  при  $n^2 = 1$  (или  $\beta = 1$ ).

При малых скоростях (6.26) совпадает с известным в электродинамике.

$$\vec{F} = 2\pi \frac{\mu I q_1}{c^2 R} [\vec{v} \times \vec{k}]. \quad (6.27)$$

### **6.7. Упрощенные силы без учета формы воздействующих тел**

Как мы видели сила воздействия тел на движущуюся частицу зависит от формы тела. В современной электродинамике предполагают, что заряженное тело создает электрическое поле с напряженностью  $\vec{E}$ , а магнит - магнитное поле с напряженностью  $\vec{H}$ . Затем эти поля действуют на находящуюся в них заряженную частицу. Если параметры полей зависят от формы тел, то воздействие полей на движущуюся частицу не зависит. Поэтому результаты этого метода расчета воздействия на движущуюся частицу являются приближенными. Рассмотрим с такой же степенью приближения силовой метод.

Запишем силу воздействия (6.21) точечного магнитного полюса на движущуюся частицу в следующем виде

$$\vec{F} = k_v \frac{\mu q_1 (1 - \beta^2)}{c} [\vec{v} \times \vec{H}], \quad (6.28)$$

где

$$k_v = \frac{R^3}{R_v^3} = \frac{1}{\{1 - [\vec{\beta} \times \vec{R}/R]^2\}^{3/2}}. \quad (6.29)$$

Из (6.29) видно, что  $k_v$  определяется направлением скорости частицы относительно точечного магнита. При малой скорости  $k_v \rightarrow 1$ .

Если магнит  $M$  представить в виде суммы точечных магнитов, каждый из которых создает в (6.28) напряженность  $d\vec{H}$ , то суммарная сила от магнита  $M$  будет

$$\vec{F} = \mu \frac{q_1 (1 - \beta^2)}{c} \left[ \vec{v} \times \int_M \frac{R^3}{R_v^3} d\vec{H} \right]. \quad (6.30)$$



Аналогичная ситуация наблюдается при воздействии заряженных тел на частицу. В случае воздействия точечного тела силу (4.14) (лекция 5) можно записать

$$\vec{F} = k_v q_1 (1 - \beta^2) \vec{E}, \quad (6.31)$$

где  $\vec{E} = \frac{q_2 \vec{R}}{\varepsilon R^3}$  - электрическая напряженность, создаваемая точечным

зарядом  $q_2$  в точке нахождения  $q_1$ . Поэтому силу воздействия заряженного тела произвольной формы и зарядом  $Q$  можно записать согласно (6.31)

$$\vec{F} = k_v q_1 (1 - \beta^2) \int_Q k_v \mathbf{d}\vec{E}. \quad (6.32)$$

Параметр  $k_v$ , входящий в интегралы (6.30) и (6.32), может отличаться от 1, только при  $\beta \rightarrow 1$  и когда  $\vec{\beta}$  перпендикулярна  $\vec{R}$ . Но такая ситуация может быть только для одной точки тела, влияние которой можно пренебречь. Поэтому интегралы можно приближенно определить так:

$$\int_M k_v \mathbf{d}\vec{H} \approx \vec{H} \quad \text{и} \quad \int_Q k_v \mathbf{d}\vec{E} \approx \vec{E},$$

где  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  - магнитная и электрическая напряженности тел, создаваемых в неподвижной относительно них точке.

Тогда согласно (6.30) и (6.32) получаем

$$\vec{F} \approx \frac{\mu q_1 (1 - \beta^2)}{c} [\vec{v} \times \vec{H}], \quad (6.33)$$

$$\vec{F} \approx q_1 (1 - \beta^2) \vec{E}. \quad (6.34)$$

Силы воздействия на частицу намагнитченного и наэлектризованных тел, без учета их формы.

Эти выражения могут давать большие погрешности при  $\beta \rightarrow 1$ , когда скорость частицы перпендикулярна большей части воздействующего тела.

### ***Тема 7. Применение метода сил для расчета разных взаимодействий***

Три параграфа этой темы предлагаются желающим для самостоятельной проработки.

#### **7.1. Энергия зависящего от скорости взаимодействия**

В п. 7.1. показано, что понятие “энергия” для сил, зависящих от скорости, претерпевает определенные изменения.

Здесь также показано, что релятивистская формула энергии покоя  $E_0 = mc^2$  объясняется классической механикой.

## 7.2. Новые интегралы движения

В п. 7.2. показано, что для рассмотренных сил существует новая величина, которая во время движения остается неизменной.

## 7.3. Метод суммирования скоростей

В п. 7.3. показано, что в ряде случаев вместо суммирования сил воздействия на частицу нескольких тел можно суммировать скорости приобретаемые частицей от воздействия каждого из тел.

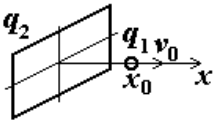
## 7.4. Расчет движения частиц в ускорителях

При воздействии на частицу  $q_1$  пластины  $q_2$  в лекции 8 мы получили выражение (6.11) для скорости частицы в т.  $x$ , которое перепишем так

$$v^2 = c_1^2 - (c_1^2 - v_0^2) \exp \frac{2q_1 U}{m_1 c_1^2}, \quad (7.1)$$

где  $U = V - V_0 = \frac{q_2}{\epsilon x} - \frac{q_2}{\epsilon x_0}$  - разность потенциалов в точках  $x$  и  $x_0$ . Нетрудно

убедиться, что выражением (7.1) описывается также воздействие на частицу другой частицы, конденсатора, отрезка. Причем в случае воздействия точечной частицы выражение (7.1) является точным, в остальных случаях - приближенным.



В случае ускорения частицы  $q_1 > 0$ ;  $q_2 > 0$ ;  $V > 0$ ;  $V < V_0$ ;  $U < 0$ .

При  $|U| \rightarrow \infty$  из (7.1) получаем  $V^2 \rightarrow c_1^2$ , т.е. даже бесконечная разность потенциалов не позволяет устройству ускорить частицу до скорости больше

$c_1$ .

При кулоновском взаимодействии при прохождении частицей, например, электроном  $e$  разности потенциалов  $U$ , он приобретает приращение кинетической энергии

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = eU. \quad (7.2)$$

Поэтому, пройденная частицей разность потенциалов  $U$  в ускорителях, полагается как приобретенная энергия  $E_{rel} = eU$ .

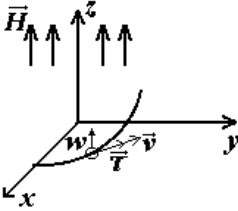
Однако, как видим из (7.1) приращение кинетической энергии частицы, в действительности, определяется не (7.2), а следующим выражением

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mc_1^2 - mv_0^2}{2} (1 - \exp(E_{rel} / 0,5mc_1^2)). \quad (7.3)$$

При начальной нулевой скорости это запишется

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mc_1^2}{2} (1 - \exp(E_{rel} / 0,5mc_1^2)). \quad (7.4)$$

Если даже  $E_{rel} \rightarrow \infty$ , например 1 МэВ; 100 МэВ; 1 ГэВ величина кинетической энергии будет не больше  $\frac{mv^2}{2} < \frac{mc_1^2}{2}$ , что для электрона равно 0.256 МэВ.



При воздействии на частицу магнитных устройств с однородной напряженностью  $\vec{H}$  и перпендикулярной ей скоростью частицы  $\vec{v}$ , то согласно (6.33) ускорение частицы будет

$$\vec{w} = \frac{\mu q}{m_1 c} (1 - \beta^2) [\vec{v} \times \vec{H}]. \quad (7.5)$$

Из (7.5) видно, что ускорение перпендикулярно  $\vec{v}$  и  $\vec{H}$ . Поэтому в траекторной системе координат мы имеем, что тангенциальная составляющая  $w_t = \frac{dv}{dt} = 0$ ;  $v = \text{const}$ .

А нормальная составляющая будет

$$w_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\mu q (1 - \beta^2) v H}{m_1 c}. \quad (7.6)$$

Откуда видно, что частица движется по окружности радиусом

$$R = \frac{v c m_1}{\mu q H (1 - \beta^2)}. \quad (7.7)$$

Так как  $v = \omega R$ , то из (7.7) получаем угловую скорость обращения частицы по окружности

$$\omega = \frac{\mu q H (1 - \beta^2)}{m_1 c}. \quad (7.8)$$

Т. к. в правой части имеется  $\beta = v / c_1$ , то угловая скорость здесь выражена не в явном виде. В явном виде она запишется как

$$\omega = \frac{\sqrt{1 + 4\omega_L^2 R^2 / c_1^2} - 1}{2\omega_L R^2 / c_1^2}, \quad (7.9)$$

где  $\omega_L = \frac{\mu q H}{m_1 c}$  - угловая скорость обращения частицы по орбите при воздействии на нее магнита в соответствии с силой Лоренца

$$\vec{F} = \frac{\mu q}{c_1} [\vec{v} \times \vec{H}].$$

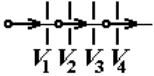
Согласно (7.9) при малых скоростях  $\omega = \omega_L$ , а при  $v \rightarrow c_1$  угловая скорость  $\omega = c_1 / R$ , а так как  $R \rightarrow \infty$ , согласно (7); то частица движется по прямой.

## Лекция 10

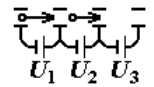
Полученные выражения позволяют рассчитывать ускорители частиц.

1. Высоковольтный электростатический линейный ускоритель имеет ряд

*В виде пластин*



*В виде трубок*



последовательных электродов в виде пластин с отверстиями или трубок, потенциал которых повышается от предыдущего к последующему  $U_1=V_2 - V_1$  ;  $U_2=V_3 - V_2$  ;  $U_3 = \dots$ . Проходя расстояния между первыми электродами, частица ускоряется под действием разности потенциалов  $U_1$  между ними. Если  $v_0$  - начальная скорость частицы, то после прохождения второго электрода она, согласно (7.1), приобретет скорость

$$v_1 = \sqrt{c_1^2 - (c_1^2 - v_0^2) \exp \frac{2q_1 U_1}{m_1 c_1^2}}. \quad (7.10)$$

После прохождения расстояния между вторым и третьим электродами скорость ее будет

$$v_2 = \sqrt{c_1^2 - (c_1^2 - v_1^2) \exp \frac{2q_1 U_2}{m_1 c_1^2}}. \quad (7.11)$$

После подстановки  $v_1$  получаем

$$v_2 = \sqrt{c_1^2 - (c_1^2 - v_0^2) \exp \frac{2q_1 U}{m_1 c_1^2}}, \quad (7.12)$$

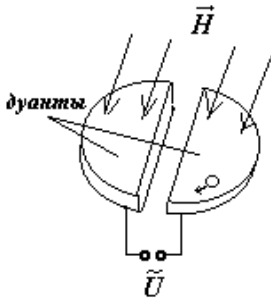
где  $U = U_1 + U_2$

Аналогично выражение будет для скорости частицы после прохождения каждого из последующих электродов. Поэтому после  $n+1$  электрода

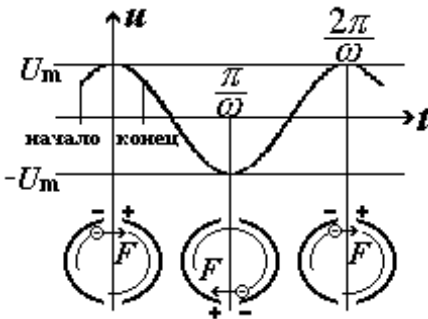
скорость частицы будет определяться выражением (7.1), где  $U = \sum_{i=1}^n U_i$ .

Как видим из (7.12), какая бы большая разность потенциалов не была бы, скорость частицы не превысит скорости света  $c_1$ .

2. Рассмотрим ускорение частицы в циклотроне. Частица движется по окружности или по циклической кривой, а в щели между дуантами ускоряется. Магнитное воздействие, с напряженностью  $\vec{H}$  перпендикулярной плоскости дуантов, обеспечивает обращение частицы внутри дуантов с угловой скоростью  $\omega$ , согласно (7.8). К дуантам приложено переменное напряжение с такой же частотой  $u = U_m \cos \omega t$ , где  $U_m$  - амплитуда напряжения, а  $\varphi = \omega t$  - фаза. За один оборот частица проходит щель дважды, как видно из рисунка. За  $n$  частица пройдет суммарное



напряжение  $U = 2 \sum_{i=1}^n u = 2U_m \sum_{i=1}^n \cos \varphi_i$ . Конечная скорость частицы



определится выражением (7.12).

В циклотроне фаза напряжения меняется с каждым оборотом. С ростом скорости частицы ее угловая скорость, согласно (7.8) уменьшается, поэтому при каждом последующем обороте частица запаздывает по отношению к предыдущей фазе напряжения. Обычно начинают ускорение при отрицательной фазе  $\varphi > -\pi/2$  и

заканчивают при положительной фазе  $\varphi < \pi/2$ .

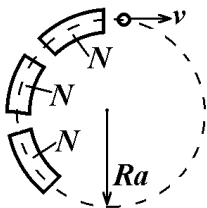
Радиус траектории, согласно (7.7), увеличивается. Поэтому начинается ускорение частицы в центральной области циклотрона, а заканчивается в периферийной. Конечную скорость частицы можно определить, осуществляя последовательные расчеты скорости (7.1), угловой скорости (7.8) и разности между угловой скоростью частицы и частотой напряжения. Это легко сделать с помощью компьютера.

3. Синхроциклотрон или фазотрон отличается от циклотрона тем, что в нем меняют частоту ускоряющего напряжения в соответствии с изменением угловой скорости частицы. Согласно (7.8) частоту необходимо изменять так

$$f = \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{\mu q_1 H}{2\pi m_1 c} (1 - \beta^2). \quad (7.13)$$

В циклотроне и фазотроне, как видно из (7.7), с ростом скорости частицы увеличивается радиус траектории. Поэтому весь ускоритель должен находиться под воздействием магнита.

4. В синхротроне и синхрофазотроне для того, чтобы не создавать магнит на всем интервале изменения радиуса траектории, поддерживают радиус траектории постоянным. С этой целью необходимо, как видно из (7.7), увеличивать магнитную напряженность по закону



$$H = \frac{m_1 c}{\mu q_1 R_a} \frac{v}{(1 - \beta^2)}, \quad (7.14)$$

где  $R_a$  - радиус ускорителя.

Однако, при неизменном радиусе угловая скорость частицы  $\omega = v / R_a$  увеличивается с ростом скорости, а фаза ускоряющего напряжения уменьшается. Чтобы избежать этого в синхрофазотроне в отличие от синхротрона дополнительно меняют частоту ускоряющего напряжения.

## 7.5. Расчет результатов опыта Бухерера

Мы рассмотрели расчет основных типов ускорителей с помощью нашего метода сил. В настоящее время расчеты ускорителей осуществляют на основании теории относительности. Для этого используют силы воздействия на неподвижную частицу напряженности  $E$  и  $H$  электрических и магнитных устройств, а движение частицы учитывают релятивистскими формулами увеличения массы  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ , замедления времени

$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$  и уменьшения расстояния  $l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ . Однако эти формулы

представляют собой упрощенный вариант учета изменения взаимодействия между заряженными частицами, обусловленного их относительным движением. Как видно, из выражения для силы (4.14), влияние движения частицы происходит по-разному: в направлении скорости сила уменьшается, а перпендикулярно ей увеличивается. Релятивистский метод не учитывает этого, поэтому он является приближенным. Специалисты говорят, что при расчете ускорителей используются два десятка экспериментальных параметра. На основании экспериментальных параметров рассчитываются также ядерные процессы. Поэтому применение метода сил позволит более точно рассчитывать процессы, происходящие в микромире и различных технических устройствах.

Рассмотрим эксперимент, в котором проявляются различия метода сил и релятивистского. В 1908 г. А.Г. Бухерер выполнил опыт по измерению воздействий магнита и заряженного тела на движущуюся частицу.

Установка состоит из плоского дискового конденсатора радиусом диска  $OA$ . Вокруг него concentрично расположена фотопленка (2) по стене камеры радиусом  $OD$ . В центре конденсатора расположена крупинка радиуса (1),

которая испускала  $\beta$ -лучи, т.е. электроны. Все устройство находилось под однородным воздействием магнита с напряженностью  $H$ . Электрическая сила на движущуюся частицу согласно (4.15)

$$F_e = q(1 - \beta^2)E \quad (7.15)$$

будет направлена к положительной пластине вверх. Расстояние между пластинами

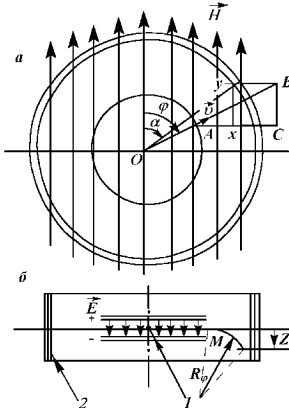


Рис. 7.2. Схема опыта Бухерера.

а – вид вдоль оси конденсатора;

б – вид в диаметральном сечении конденсатора.

1 – источник  $\beta$ -лучей; 2 – фото-пленка.

значительно меньше их диаметра, поэтому из конденсатора выйдут лишь радиально направленные частицы. При радиальной скорости частицы магнит будет воздействовать направленной вниз силой, согласно (6.33), равной

$$F_M = q\beta(1 - \beta^2)H \sin \varphi, \quad (7.16)$$

где  $\varphi$  - угол между направлением  $H$  и скоростью частицы в конденсаторе.

Из конденсатора вылетают лишь те частицы, силы воздействия на которые будут уравновешены, т.е.  $F_E = F_H$ . Откуда получаем

$$qE(1 - \beta^2) = q\beta(1 - \beta^2)H \sin \varphi,$$

или

$$\beta \sin \varphi = \frac{E}{H} = \text{const}. \quad (7.17)$$

Величины  $E$  и  $H$  постоянны в эксперименте. Поэтому под разными углами  $\varphi$  будут из конденсатора вылетать частицы с разными скоростями, т.е. такое устройство является селектором частиц по скоростям.

С наименьшей скоростью будут вылетать частицы при  $\varphi = \pi/2$ , т.е. в направлении перпендикулярном  $H$ . А частицы со скоростью  $\beta \rightarrow 1$  будут вылетать под углом

$$\varphi = \arcsin(E/H) \quad (7.18)$$

и симметричным относительно горизонтальной оси углом  $\varphi = \pi - \arcsin(E/H)$ .

Вне конденсатора частицы, находясь лишь под магнитным воздействием, и двигаясь по винтовым линиям вокруг вектора магнитной напряженности  $\vec{H}$ , будут отклоняться от средней плоскости конденсатора и попадать на фотопленку. Радиус кривизны траектории определяется нормальной составляющей скорости  $v \sin \varphi$  и согласно (7.7) будет

$$R_\varphi = \frac{mc^2 \beta \sin \varphi}{qH} \frac{1}{1 - \beta^2}. \quad (7.19)$$

Так как согласно (7.7)  $\beta \sin \varphi = \text{const}$ , то

$$R_\varphi = \frac{A}{1 - \beta^2}, \quad (7.20)$$

где

$$A = \frac{mc^2 \beta \sin \varphi}{qH} = \text{const}.$$

По круговой траектории радиусом  $R_\varphi$  частица будет обращаться в направлении  $\vec{H}$ , двигаясь со скоростью  $v \cos \varphi$ , пока она не соприкоснется с фотопленкой в точке  $y$ . Расстояние  $AX = MN$  обозначим  $x$ . Из треугольника  $MNL$  видно, что отклонение частицы от средней плоскости конденсатора

$$z = R_\varphi - \sqrt{R_\varphi^2 - x^2}. \quad (7.21)$$

Если частица вылетала из конденсатора под углом  $\varphi$ , то на фотопленку она попадет под углом  $\alpha$ . Продифференцируем (7.21) по  $\alpha$  и после преобразования получим

$$\frac{dz}{d\alpha} = -\frac{z}{R_\varphi - z} \frac{dR_\varphi}{d\alpha} + \frac{x}{R_\varphi - z} \frac{dx}{d\alpha}. \quad (7.22)$$

Из (7.20) найдем

$$\frac{dR_\varphi}{d\alpha} = \frac{2A\beta}{(1-\beta^2)^2} \frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{2\beta R_\varphi^2}{A} \frac{d\beta}{d\alpha}. \quad (7.23)$$

Производную по  $\beta$  определяем, дифференцируя (7.17)

$$\frac{d\beta}{d\alpha} = -\frac{\beta}{\operatorname{tg}\varphi} \frac{d\varphi}{d\alpha}. \quad (7.24)$$

После подстановок производных (7.23) и (7.24) выражение (7.22) будет

$$\frac{dz}{d\alpha} = \frac{2\beta^2 z R_\varphi^2 \operatorname{ctg}\varphi}{A(R_\varphi - z)} \frac{d\varphi}{d\alpha} + \frac{x}{R_\varphi - z} \frac{dx}{d\alpha}. \quad (7.25)$$

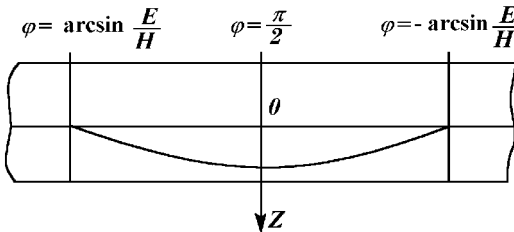
Рассмотрим поведение касательной к кривой  $z(\alpha)$  при  $\beta \rightarrow 1$ . Т. к.  $R_\varphi \rightarrow \infty$ , то (7.21) можно упростить

$$z \approx R_\varphi - R_\varphi(1 - 0.5x^2 / R_\varphi^2) \approx 0.5x^2 / R_\varphi.$$

Подставляя  $z$  в (7.25), получаем

$$\lim_{\beta \rightarrow 1} \frac{dz}{d\alpha} = \lim_{R_\varphi \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 \beta \operatorname{ctg}\varphi}{A} \frac{R_\varphi}{R_\varphi - z} \frac{d\varphi}{d\alpha} + \frac{x}{R_\varphi - z} \frac{dx}{d\alpha} \right) = \frac{x^2 \beta \operatorname{ctg}\varphi}{A} \frac{d\varphi}{d\alpha}. \quad (7.26)$$

Как видим, предел этого выражения есть конечная величина, т. е. кривая  $z(\alpha)$  будет приближаться к оси  $\alpha$  под острым углом. Именно такие кривые получил Бухерер в своих экспериментах. Он выдерживал фотопленку при двух режимах: при одной полярности  $E$  и  $H$ , затем при противоположной.



Поэтому он получил на фотопленке такие линии изображения частиц.

Рис. 7.3. Кривая отклонения электронов разных скоростей на фотопленке в опыте А.Г. Бухерера.

Выше был представлен расчет эксперимента Бухерера с помощью наших сил, по методике русских ученых Кастерина и К. Н. Шапошникова. В 1918г. они рассмотрели расчет эксперимента на основе теории относительности. В ней используется закон Кулона для электрической силы, формула Лоренца для магнитной силы и считается, что масса частицы зависит от скорости так



$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (7.27)$$

Они получили следующее выражение для радиуса кривизны траектории

$$R'_\varphi = \frac{A}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (7.28)$$

а для касательной кривой на фотопленке

$$\frac{dz}{d\alpha} = \frac{x^2 \beta \operatorname{ctg} \varphi}{A} \frac{R_\varphi^2}{R_\varphi - z} \frac{d\varphi}{d\alpha} + \frac{x}{R_\varphi - z} \frac{dx}{d\alpha}. \quad (7.29)$$

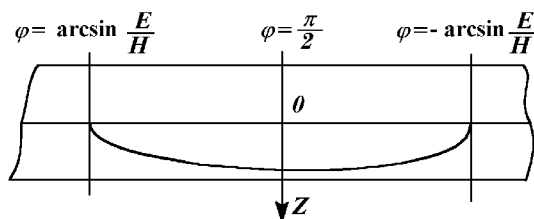


Рис. 7.4. Рассчитанный К.Н. Шапошниковым, согласно теории относительности, характер отклонения электронов разных скоростей.

Видно, что при  $\beta \rightarrow 1$   $R_\varphi \rightarrow \infty$ , а первое слагаемое стремится к бесконечности, т. е. кривая  $z$  будет приближаться к оси  $\alpha$  под прямым углом. В этом случае картина на фотопленке должна быть, при экспонировании при двух режимах. Однако все эксперименты Бухерера давали чечевицеобразную форму кривых, а не овалообразную.

Таким образом, эксперимент Бухерера свидетельствует о значительных погрешностях метода теории относительности.

## Лекция 11

### Тема 8: Сверхсветовые движения

#### 8.1. Примеры сверхсветовых движений

Положение о невозможности сверхсветовых движений в современной физике формировалось в основном на интерпретации двух экспериментальных фактов. Неудачные попытки измерить скорость Земли относительно светоносного эфира привели к представлению, что возможно сложение скорости света и скорости движения Земли каким-то необычным образом, при котором скорость света остается неизменной. Вторая группа фактов связана с замедлением ускорения электрона при приближении его скорости к скорости света, которое объяснялось как увеличение массы частицы и стремление ее к бесконечности с приближением к скорости света.

Так как масса частицы не должна быть бесконечной, то скорость света должна быть недостижимой.

Теперь мы знаем, что эфир - это плод воображения, т.е. эфира как среды, в которой распространяется свет, не существует и скорость света на земле не должна зависеть от ее движения. Замедление ускорения электрона с ростом его скорости объясняется тем, что сила воздействия на него зависит от скорости. Мы определили величину силы и с ее помощью рассчитали взаимодействие между заряженными телами и магнитами. Значит, запрет сверхсветовых движений не имеет больше никаких оснований.

1. Движения со сверхсветовой скоростью существуют в окружающем нас мире. Например, если два ускорителя, находящиеся в точках  $A$  и  $C$  на расстоянии  $2l = 598$  м (рис. 8.1.), испустят друг другу навстречу частицы со скоростью  $u = 299000$  км/с, то через одну микросекунду каждая из частиц пройдет расстояние  $l = 299$  м, и они встретятся в точке  $B$ . То есть относительное расстояние  $2l$  пройдено частицами за время  $t = 1 \cdot 10^{-6}$  с. Скорость одной частицы относительно другой  $v = 2l/t = 598000$  км/с, что составляет почти двойную скорость света.

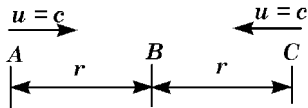


Рис. 8.1. Удвоенная скорость света в относительном движении.

## 2. Интересное доказательство

существования сверхсветовых частиц привел в 1963 г. Г.Д. Ломакин. При определении времени жизни  $\mu$ -мезонов пройденный ими путь делят на скорость света. Такое время жизни больше, чем время жизни медленных  $\mu$ -мезонов. В результате анализа экспериментальных данных Г.Д. Ломакин пришел к выводу, что больший путь, пройденный этими частицами, является свидетельством того, что их скорость больше скорости света.

3. Общеизвестно, что космические частицы входят в атмосферу Земли со световой скоростью. Так как Земля движется вместе с Солнцем по его орбите со скоростью 300 км/с, превышение над скоростью света составит всего 0,001 часть. Однако в космосе существуют объекты, скорость которых сопоставима со скоростью света. Если такие объекты будут генерировать потоки частиц с околосветовой скоростью, то их скорость относительно Земли будет существенно превышать скорость света.

Характерным признаком сверхсветового движения является излучение частицей света определенным образом, известным под названием излучения Черенкова (рис. 8.2). Здесь светящаяся частица, движущаяся со сверхсветовой скоростью  $v > c$ , в момент  $t = 0$  находится в вершине конуса. Раньше в момент  $t_1$  она находилась на расстоянии  $b_1 = vt_1$ , а излученный ею свет достиг сферы радиусом  $a_1 = ct_1$ . В последующий момент  $t_2 < t_1$  частица находилась на расстоянии  $b_2 = vt_2$  и излученный ею свет достигает сферы радиусом  $a_2 = ct_2$ . Это справедливо для любого момента времени.

Следовательно, излученные частицей сигналы на всем пути ее движения сосредоточиваются на конической поверхности, полуугол при вершине которой определяется так:

$$\sin \alpha = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = u/v. \quad (8.1)$$

Поверхность конуса, таким образом, представляет собой концентрированный фронт воздействия. В случае звуковых колебаний этот конус известен как конус Маха, а фронт воздействия – как ударная волна. Для света скорость  $u = c_1$ , а угол между скоростью частицы и нормалью к конусу  $\hat{\beta} = \arccos(c_1/v)$  известен как угол черенковского излучения. Такое излучение наблюдается при прохождении частиц с около световой скоростью  $v \approx c$  в жидкости,

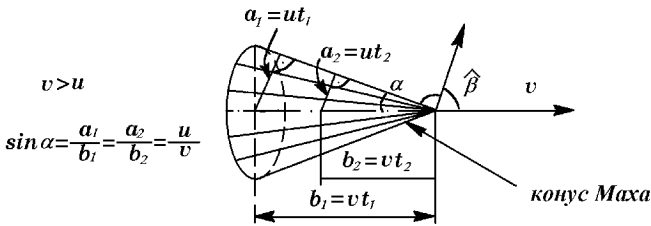


Рис. 8.2. Черенковское излучение с углом  $\hat{\beta}$ .

в которой скорость света  $c_1 = c/n$ , где  $n$  – показатель

преломления жидкости. При больших  $n$  досветовая скорость частицы становится на десятки процентов больше скорости света в среде  $c_1$ . Такое излучение широко используется в черенковских счетчиках элементарных частиц.

Многие исследователи утверждают, что космические частицы, входящие в земную атмосферу, создают черенковское излучение. Такое излучение в безлунные ночи можно наблюдать невооруженным глазом. Так, согласно Н.А. Добротину [1]: "Галбрайт и Джелли показали, что вспышки на ночном небе совпадают с импульсами в счетчиках космических частиц и поэтому обусловлены черенковским излучением".

4. Столь высокие скорости космических частиц могут быть обусловлены разными причинами. Одна из них – гравитационное притяжение. Рассмотрим, какие скорости могут сообщать астрономические объекты телу, которое с нулевой начальной скоростью под действием тяготения приблизится к поверхности объекта. Рассчитанные по формуле

$$v_r = \sqrt{v_{r0}^2 - 2\mu_1(1/R - 1/R_0)} \quad (8.2)$$

параболические скорости  $v_{pa}$  приведены в таблице:

Объект	$m_1$ , кг	R, м	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$v_{pa}$ , м/с	Источник
Земля	$6.6 \cdot 10^{24}$	$6.37 \cdot 10^6$	$5.52 \cdot 10^3$	$11.75 \cdot 10^3$	[2]
Солнце	$1.98 \cdot 10^{30}$	$1.4 \cdot 10^9$	$1.41 \cdot 10^3$	$43.5 \cdot 10^4$	[2]
Белый карлик типа звезды Лейтона	$2.5 \cdot 10^{30}$	$2 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^{10}$	$1.3 \cdot 10^7$	[2, 3]
Нейтронная звезда	$4.5 \cdot 10^{30}$	$8 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^{18}$	$2.7 \cdot 10^8$	[3]

Как видим, они изменяются от 12 км/с для Земли до 270000 км/с для нейтронной звезды. Еще большими могут быть скорости тел, на которые будут воздействовать квазары, ядра галактик или так называемые кандидаты в "черные дыры". То есть эти скорости могут превышать скорость света. Со скоростями такого порядка тела могут выбрасываться из притягивающих центров или обмениваться между собой.

В последние два десятилетия с помощью радио – и рентгеновских телескопов обнаружено много объектов, движущихся со скоростями, большими скорости света [4]. В своей статье Р.С.Вермаулен [5] рассматривается 30 сильных внегалактических радиоисточников, которые имеют компактные компоненты с видимыми тангенциальными скоростями, большими скорости света.

Радиоизображения квазара 3C345 (рис.8.3) зафиксированы на волнах 8.7 ГГц с 1979 г. по 1984 г. Если он действительно является экстрагалактическим и удален на 1700 мегапарсек, как это считает большинство астрофизиков, то скорости струй в нем превышают скорость света в 7 раз.

Итак, существующие объекты в космическом пространстве могут сообщать телам сверхсветовые скорости и такие скорости отмечаются. Движущиеся тела и струи вещества с подобными скоростями создавать потоки элементарных частиц, скорости которых также сверхсветовые. Они входят в атмосферу Земли, создают черенковское излучение и порождают ливни вторичных частиц, которые свидетельствуют об огромной энергии космических частиц.

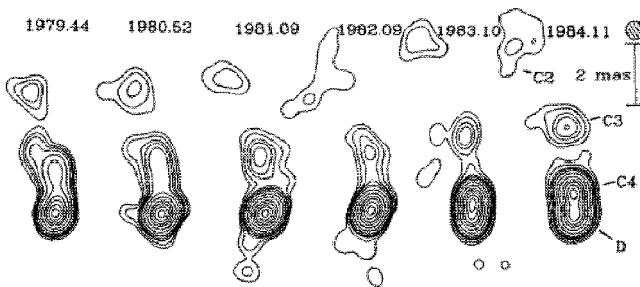


Рис.8.3. Радиоизображения квазара (Интернет, согласно John Biretta / Space Telescope Science Institute).

## 8.2. Наблюдение и взаимодействие при сверхсветовой скорости

Наблюдаемые сверхсветовые скорости далеких астрономических объектов вызывают многие вопросы, в том числе и связанные с их наблюдением. Проанализируем наблюдение таких движений на примере сверхзвуковых. Пусть источник звука  $S$  движется в среде со скоростью  $v > a$  (рис. 8.4) и в момент  $t = 0$  находится в точке  $S$ . В этой среде на прицельном расстоянии  $p$  находится неподвижный приемник  $R$ . Звуковые колебания,

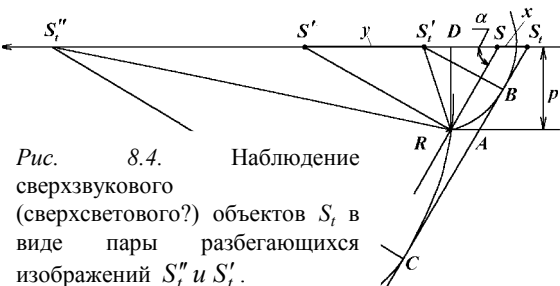


Рис. 8.4. Наблюдение сверхзвукового (сверхсветового?) объектов  $S_i$  в виде пары разбегающихся изображений  $S_i''$  и  $S_i'$ .

распространявшиеся в окружающем воздухе со скоростью  $a$ , наложились на фронт в виде конуса Маха с полууглом при вершине  $\alpha$ , равным

$$\sin \alpha = a / v. \quad (8.3)$$

Неподвижный относительно воздуха наблюдатель  $R$  услышит в этот момент источник в точке  $S'$ , расположенной на перпендикуляре к фронту  $SR$ . Расстояние  $S'S$  из треугольника  $S'SR$  будет

$$S'R = T a = S'S / \sin \alpha. \quad (8.4)$$

Через некоторое время  $t$  источник переместился в точку  $S_t$ , а конус Маха займет положение  $S_t A$ , где

$$SS_t = RA = vt = x. \quad (8.5)$$

После прохождения фронта, приемник  $R$  будет воспринимать звук, который достиг его от источника, находившегося, как видно из рис. 8.4, сразу в двух точках  $S_t'$  и  $S_t''$ . В случае света наблюдатель сверхсветового источника (если здесь допустима аналогия со звуком!) будет видеть его сразу в двух положениях. Таким образом, после прохождения фронта увиденный источник в точке  $S'$  раздвоится и далее будет наблюдаться в виде двух источников  $S_t'$  и  $S_t''$ .

Из геометрических соображений можно найти расстояние  $y = S'S_t'$ , пройденное изображением источника в зависимости от пути  $x$ , который прошел сам источник в таком виде:

$$y = -x \operatorname{tg}^2 \alpha \pm \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{x^2 \operatorname{tg}^4 \alpha + 2xp \operatorname{tg}^3 \alpha}. \quad (8.6)$$

Два знака  $\pm$  определяют два положения  $S_t''$  и  $S_t'$  наблюдаемого объекта,

который в момент  $t$  находится в точке  $S_t$  (см. рис. 8.4).

Итак, сверхзвуковой объект, находящийся в точке  $S$ , в момент набегания фронта на приемник  $R$  наблюдается в точке  $S'$ . Затем он раздваивается: один объект  $S'_t$  движется в направлении объекта  $S$ , а другой  $S''_t$  – в обратном. Определим скорости движения наблюдаемых объектов:

$$v_s = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dy}{dx} = vtg^2\alpha \left[ -1 \pm \frac{xtg\alpha + p}{\sin\alpha\sqrt{x^2tg^2\alpha + 2xptg\alpha}} \right]. \quad (8.7)$$

Здесь  $p$  – “прицельное” расстояние, а  $x = vt$ , где  $t$  – время, отсчитываемое от начала прихода фронта к наблюдателю  $R$ . Как видно из (8.7), в начальный момент времени ( $x \rightarrow 0$ ) скорость движения наблюдаемых объектов будет бесконечна. С течением времени ( $x \rightarrow \infty$ ) скорость изображения в направлении движения объекта, с учетом (8.3), будет

$$v'_s = v \cdot tg^2\alpha (1/\sin\alpha - 1) = -\frac{va}{v+a} \leq a, \quad (8.8)$$

а в обратном

$$v''_s = -v \cdot tg^2\alpha (1/\sin\alpha + 1) = -\frac{va}{v-a} \leq -a. \quad (8.9)$$

Отсюда следует, что абсолютная скорость движения изображения в обратном направлении больше, чем в прямом. В прямом направлении изображение движется с дозвуковой скоростью.

При движении объекта со звуковой скоростью  $v = a$ , согласно (8.3) угол конуса Маха  $\alpha = 90^\circ$ . Скорость в обратном направлении  $v''_s \rightarrow \infty$ , а скорость в прямом, как следует из (8.8), будет

$$v'_s = 0,5a. \quad (8.10)$$

В этом случае наблюдатель после набегания на него фронта услышит движущийся из бесконечности объект. Первоначально скорость движения изображения будет бесконечна. Впоследствии она приблизится к  $0,5a$ . С такой скоростью изображение объекта будет удаляться от наблюдателя в направлении движения объекта.

При движении со скоростью  $v > a$  объект сначала наблюдается (см. рис. 8.4) в точке  $S'$ , затем влево и вправо от точки  $S'$  будут двигаться его изображения. Влево движение происходит с большей скоростью, нежели вправо, и скоро исчезает.

Движение прямого изображения  $S'_t$  происходит с меньшей скоростью и наблюдается дольше. Изображение будет удаляться от наблюдателя со все уменьшающейся скоростью, и на большом удалении его скорость станет меньше звуковой или световой для случая сверхсветового движения. Этот результат весьма интересен. Если наблюдатель пропустил момент набегания фронта, что весьма вероятно при наблюдении астрономических объектов, то

обратное изображение  $S'_i$  для него уже исчезнет, а прямое  $S'_i$  он увидит движущимся с досветовой скоростью.

Мы рассмотрели проблемы наблюдения сверхсветовых движений. Другая группа проблем связана с взаимодействием тел при таких движениях. Исследуем особенность взаимодействия заряженных тел при сверхсветовом движении. При  $\beta > 1$ , как видно из закона для силы (4.14), записанном в виде:

$$F = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon} \frac{1 - \beta^2}{R^2 (1 - \beta^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}, \quad (8.11)$$

при определенных углах  $\varphi$  между  $\vec{R}$  и вектором скорости  $\vec{v}$  знаменатель является действительным числом, и выражение для силы существует. Если мы рассматриваем движущийся заряд  $q_1$ , то при  $\beta > 1$  его воздействие на находящийся впереди неподвижный заряд  $q_2$  не успеет распространиться. Поэтому взаимодействие между телами начнется, когда заряд  $q_2$  будет позади заряда  $q_1$ , т.е. при  $\varphi > \pi/2$ . Из (8.11) следует, что знаменатель равен нулю при

$$\sin \varphi_M = 1/\beta. \quad (8.12)$$

Так как  $\varphi_M > \pi/2$ , то (8.12) идентично (8.3), при этом

$$\varphi_M = \pi - \alpha. \quad (8.13)$$

При значении  $\varphi_M$ , согласно (8.12), знаменатель (8.11) равен нулю, а сила стремится к бесконечности. Таким образом, движущийся заряд  $q_1$  начнет воздействовать на неподвижный заряд  $q_2$ , когда последний попадет на фронт конуса Маха. Внутри конуса Маха сила воздействия заряда  $q_1$  на заряд  $q_2$  будет конечна, но противоположна по знаку. Это обусловлено отрицательным знаком числителя  $(1 - \beta^2)$  в законе силы (8.11). Таким образом, одноименно заряженное тело  $q_2$ , находящееся внутри конуса Маха, будет притягиваться к заряду  $q_1$ , а при противоположном знаке – отталкиваться.

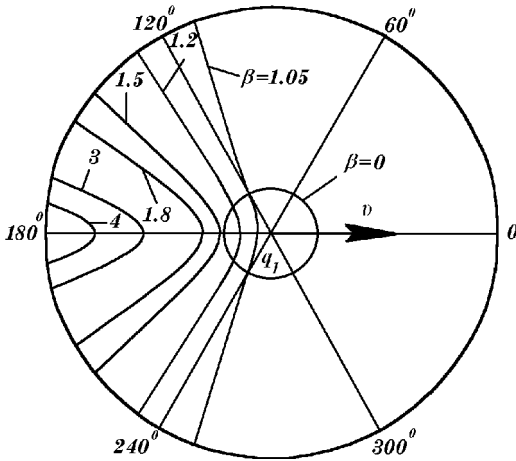
Рассмотрим изолинии силы при сверхсветовом движении. Запишем уравнение линии постоянного значения силы:

$$R = \sqrt{B \frac{\beta^2 - 1}{(1 - \beta^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}}, \quad (8.14)$$

где

$$B = - \frac{q_1 q_2}{\varepsilon F} = \text{const}. \quad (8.15)$$

Зависимость (8.14) при  $B = 1$  изображена на рис. 8.5 в полярных координатах. Окружностью радиусом  $R = 1$  представлена изолиния силы (8.14) неподвижного заряженного тела  $q_1$ . Из рис. 8.5 видно, что при  $\beta < 1,5$  изолинии в области  $\varphi = \pi$  проходят внутри окружности  $R = 1$ , т.е. в



этой области силы воздействия движущегося сверхсветового заряда меньше неподвижного.

*Рис. 8.5.* Изолинии силы воздействия движущегося со сверхсветовой скоростью  $v$  заряженного тела  $q_1$  на неподвижное заряженное тело  $q_2$ , находящееся от него на разных угловых расстояниях при разных величинах приведенной скорости  $\beta$ .

С приближением  $\varphi$  к  $\varphi_M$  изолиния стремится в бесконечность, т.е. сила

неограниченно растет. При  $\beta \geq 1.5$  изолинии находятся вне окружности  $R = 1$ , т.е. сила воздействия сверхсветового заряда больше неподвижного.

Вершины конусов Маха при разных  $\beta$  располагаются в центре заряда  $q_1$ , а образующие параллельны изолиниям. Например, конус при полярном угле  $\varphi_M = 120^\circ$  является конусом Маха при  $\beta \approx 1.2$ . Из рис. 8.5 видно, что с увеличением  $\beta$  угол при вершине конусов Маха уменьшается. При световой скорости движения, ( $\beta = 1$ ), конус Маха вырождается в плоскость, перпендикулярную скорости  $v$ .

Электродинамический конус Маха с учетом  $\alpha = \arcsin 1/\beta$ . Перед конусом движущегося аряда сила равна нулю. На конусе сила равна бесконечности. Затем она убывает с удалениями от движущегося заряда.

Рис. 8.6. Изолинии силы при скорости заряда  $\beta = 1.2$ .

## Лекция 12

### 8.3. Ускорение сгустков частиц до сверхсветовой скорости

Как мы упоминали ранее, электромагнитным воздействием можно достичь световой скорости. А как ее превзойти? Для этого достаточно создать такие установки, чтобы частица ускорялась объектом, который сам движется относительно установки со скоростью  $u$  в направлении ускорения частицы. Тогда частицу можно ускорить этим объектом до скорости  $c_1$



относительно него и абсолютная скорость частицы, т.е. ее скорость относительно установки, будет равна сумме скорости  $c_1$  и скорости  $u$  объекта:

$$v_a = c_1 + u.$$

Рассмотрим разные варианты таких ускорителей:

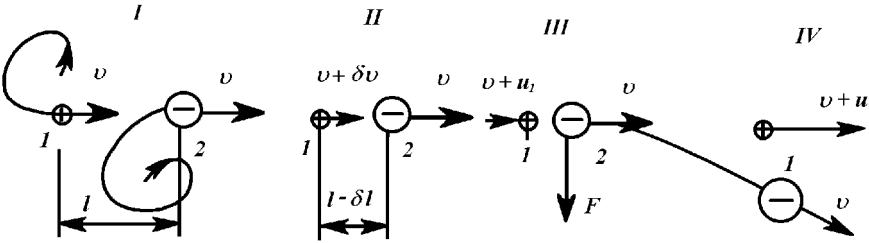


Рис. 8.7. Сверхсветовое ускорение при притяжении разноименно заряженных сгустков: 1, 2 – номера сгустков; I, II, III, IV – номера положений.

1. Ускорение разноименных сгустков заряженных частиц. Вначале оба сгустка ускоряются независимыми ускорителями (рис. 8.7, положение I) до одинаковой скорости  $v$ . Затем сгустки начинают притягиваться друг к другу. Так как масса сгустка 2 значительно больше массы сгустка 1, то изменяется только скорость сгустка 1 – он ускоряется (положение II). Как показано в положении II, первоначальное расстояние  $l$  между сгустками уменьшается на  $\delta l$ , а скорость ускоряемого сгустка возрастает на  $\delta v$ . После сближения сгустков (положение III) ускоряемый сгусток 1 приобретает прибавку скорости  $u_1$ . В этом положении к ускоряемому сгустку 2 прикладывается внешнее воздействие  $F$ , благодаря которому он уведется с пути ускоренного сгустка 1. В процессе взаимодействия при расхождении сгустков первоначальная прибавка скорости  $u_1$  уменьшится до  $u$ . Таким образом, после процесса ускорения сгусток 1 будет иметь полную скорость  $v + u$ .

В качестве быстродвижущегося воздействующего объекта можно взять сгусток заряженных частиц, которые создаются, например, в современных ускорителях. Такой сгусток с  $N$  частицами, заряд каждой из которых  $q$ , будет иметь полный заряд  $Q_a = qN$ . Если сгусток с зарядом  $Q_{a1}$  (см. рис 8.6) будет двигаться вслед за воздействующим сгустком с зарядом  $Q_{a2}$  противоположного знака, то он приобретет относительную скорость  $u$ , которую можно определить с помощью выражения (7.1). Для этого рассматриваем сгустки как точки; воздействующий сгусток берем с массой  $M_2$ , значительно большей массы  $M_1$  ускоряемого сгустка. Тогда замедлением воздействующего сгустка можно пренебречь. Сгусток будет ускоряться до тех пор, пока не приблизится к воздействующему сгустку. Считая расстояние между их центрами в данный момент равным диаметру  $d$  наибольшего из них и рассматривая сгустки протонов и электронов с зарядом частиц  $q$ ,

относительную скорость ускоренного сгустка при  $u_0 = 0$  получим в виде

$$u^2 = c^2 - c^2 \exp \left[ - \frac{2q_1^2 N_2}{m_1 c^2 d} \right]. \quad (8.16)$$

Здесь  $N_2$  – число частиц воздействующего сгустка,  $m_1$  – масса одной частицы из ускоряемого сгустка; ускорение производится в среде с  $\varepsilon = \mu = 1$ .

Из выражения (8.16) следует, что сгусток электронов может ускориться сгустком протонов с размерами порядка  $d = 2$  см и с числом частиц  $N_2 \geq 4 \cdot 10^{12}$  до скорости  $u = 0.3c$ . До такой же скорости сгусток протонов можно ускорить сгустком электронов с числом частиц  $N_2 \geq 6.2 \cdot 10^{14}$ . При этом масса сгустка протонов должна быть  $M_1 = m_p N_1 < N_2 m_e$ , т.е. число частиц в сгустке протонов  $N_1 < N_2 m_e / m_p$ .

Так как в современных ускорителях можно получить сгустки частиц со скоростью очень близкой к скорости света, то после ускорения движущимся сгустком ускоряемые частицы получают скорость относительно установки

$$v_a = c + 0.3c = 1.3c,$$

которая значительно превышает скорость света. Следовательно, даже в случае не очень высокого вакуума в установке торможение частиц за счет сверхсветового излучения (так называемое черенковское излучение) не уменьшит эту скорость до досветовой.

После того как ускоряемый сгусток достигнет воздействующего сгустка, он начнет опережать его и замедляться. Дальнейшее взаимодействие между сгустками необходимо предотвратить. Это можно осуществить несколькими способами. Если воздействовать на сгустки магнитом, то воздействующий сгусток будет отклоняться и уходить с пути движения ускоряемого сгустка. При этом вектор магнитной напряженности  $\vec{H}$  должен быть перпендикулярен к скорости сгустков. Расчеты показывают, что замедление ускоряемого сгустка будет тем меньше, чем больше величина магнитной напряженности. В случае ускорения протонного сгустка электронным нужна небольшая напряженность, так как масса электронов выводимого из ускорения взаимодействующего сгустка очень мала. При ускорении же протонным сгустком для вывода его из процесса ускорения необходимо прикладывать магнитное воздействие значительно более сильное. Расчеты показывают, что напряженность  $15 \div 20$  кГс, широко применяемая в ускорителях, вполне достаточна для этого.

2. Ускорение одноименных сгустков заряженных частиц. При одноименных зарядах процесс ускорения будет происходить следующим образом (рис. 8.8.). В исходном положении 1 ускоряемый сгусток 1 имеет скорость меньшую скорости сгустка 2 на величину  $\delta v$ . Величина  $\delta v$  и первоначальное расстояние  $l$  между сгустками выбрано так, чтобы при приближении на минимальное расстояние их относительная скорость

равнялась нулю (положение II). Далее за счет сил отталкивания происходит ускорение сгустка I и, после выхода за границу воздействия сгустка 2, ускоренный сгусток будет иметь скорость  $v + u$ .

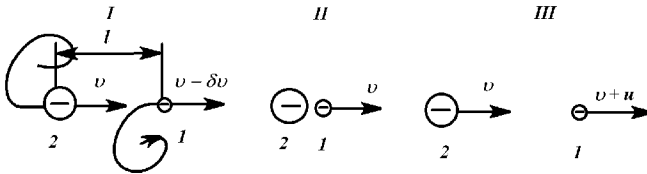


Рис. 8.8. Сверхсветовое ускорение при отталкивании одноименно заряженных сгустков: 1, 2 – номера сгустков; I, II, III, IV – номера положений

Как и в предыдущем случае, при технически осуществимых плотностях сгустков может быть достигнута относительная скорость  $u = 0,3c$ . При начальной скорости  $v = c$  и  $\delta v = u$  ускоряемый сгусток в положении II будет иметь скорость  $v_1 = c$ , а его конечная скорость составит  $v_1 = 1,3c$ , т.е. будет сверхсветовой. В этом способе при ускорении электронов ускоряющий сгусток электронов должен иметь  $N_2 \geq 4 \cdot 10^{12}$  частиц, а при ускорении протонов  $N \geq 6,2 \cdot 10^{14}$  протонов в сгустке.

Итак, для получения сверхсветовых электронов нужны сгустки с числом частиц порядка  $10^{12} \div 10^{13}$ , а для ускорения протонов – сгустки с числом частиц порядка  $10^{14} \div 10^{15}$ . При этом числе частиц сгустки должны иметь размеры  $l \div 10$  см.

#### 8.4. Многоступенчатые ускорители сверхсветовых частиц

Рассмотренными выше способами один сгусток может сообщить другому относительно себя скорость не большую  $c_1$ . Получить на ускорителях эти сгустки можно также со скоростью не большей  $c_1$ . Поэтому удвоенная скорость света – это наибольшая скорость, до которой можно ускорить частицы указанным способом. Изложенным ниже многоступенчатым способом можно превзойти и удвоенную скорость света.

Сгустком электронов в  $10^{14} \div 10^{15}$  частиц и скоростью  $c$  можно по схеме, представленной на рис. 8.9а, ускорить до световой скорости протонный сгусток с начальной скоростью  $0,7c$ . В положении I в этом случае сгустки имеют разные скорости и расположены как можно ближе друг к другу, т.е. расстояние  $l$  – минимальное.

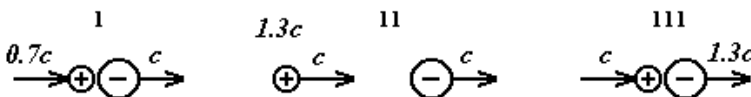


Рис. 8.9а

Так как относительная скорость протонного сгустка вначале

отрицательна  $u = 0,7c - c = -0,3c$ , то он будет удаляться, пока не достигнет относительной скорости  $u = 0$ , а по отношению к установке его скорость будет  $c$ . Затем он начнет приближаться к электронному сгустку и его скорость относительно установки станет равной  $1,3c$ . Такое ускорение возможно, если удастся вначале сблизить сгустки на минимальное расстояние  $l \approx d$ .

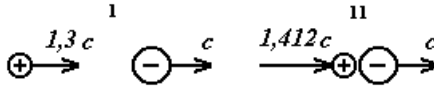


Рис. 8.9б

Сверхсветовой протонный сгусток можно ускорять по схеме рис. 8.9б далее таким же, но другим электронным сгустком со скоростью  $v = c$ . В этом случае в начале ускорения протоны будут иметь скорость относительно электронов  $u_0 = 1,3c - c = 0,3c$ . После приближения протонного сгустка к электронному относительная скорость первого, как это следует из (14.5), будет  $u_0 = 0,412c$ . То есть после второй ступени ускорения протонный сгусток будет иметь скорость  $1,412c$ . Данный сгусток можно ускорять электронным со световой скоростью и далее, но с каждым разом приращение скорости будет уменьшаться.

Такой многоступенчатый способ ускорения позволяет ускорять частицы до скорости  $2c$  и больше. С этой целью необходимо получить сверхсветовой сгусток электронов и сверхсветовой сгусток протонов, а затем их снова свести для ускорения одного другим. И если скорость сгустков была  $1,5c$ , то при сообщении ускоряемому сгустку относительной скорости  $0,3c$ , его скорость относительно установки будет  $1,8c$ . После второго этапа такого ускорения он получит скорость  $2,012c$  и т.д.

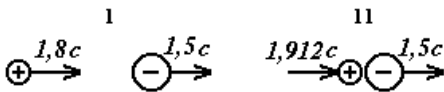


Рис. 8.9в

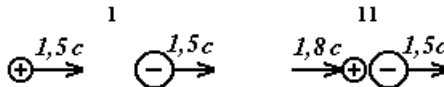


Рис. 8.9г

### 8.5. Ускорение одиночных частиц до сверхсветовой скорости

#### 1. Одноименно заряженные частицы.

Рассмотрим столкновительное ускорение одноименно заряженных частиц. Пусть протон со скоростью  $v_0$  на бесконечности (рис. 8.10) направлен на неподвижный позитрон. Тогда относительно протона позитрон имеет скорость  $v_{rel} = v$  в сторону протона, т.е. он приближается к протону и

тормозится. Его скорость, согласно (4.34), запишется так:

$$v_{rel} = c_1 \sqrt{1 - (1 - \beta_0^2) \exp \left[ \frac{2\mu_1}{c_1^2} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) \right]}. \quad (8.17)$$

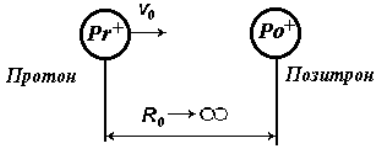


Рис. 8.10. Начало этапа ускорения.

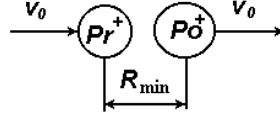


Рис. 8.11. Средний этап ускорения.

При приближении на наименьшее расстояние  $R_{min}$  (рис. 8.11) относительная скорость станет равной нулю. Из (8.17) определим  $R_{min}$ , подставляя  $v_{rel} = 0$  и  $R_0 \rightarrow \infty$ :

$$R_{min} = - \frac{2\mu_1}{c_1^2 \ln(1 - \beta_0^2)}. \quad (8.18)$$

При этом масса протона  $m_{pr}$  значительно больше массы позитрона  $m_{po}$  и его скорость не изменится, т.е.  $v_{pr} = v_0$ . Такую же скорость будет иметь и позитрон в точке сближения.

После сближения на минимальное расстояние позитрон начинает удаляться от протона (рис. 8.12). Его скорость при удалении на бесконечность определится из (8.17) при  $v_0 = 0$   $R \rightarrow \infty$  и  $R_0 = R_{min}$  в следующем виде:

$$v_{rel} = v_0. \quad (8.19)$$

Следовательно полная скорость позитрона будет

$$v_{po} = v_0 + v_{rel} = 2v_0.$$

Рассчитаем начальную скорость протона, которая позволяет частицам сблизиться на расстояние, равное сумме радиусов протона и позитрона  $R_{min} = R_{pr} + R_{po}$ . Из (8.18) находим

$$\beta_0 = \sqrt{1 - \exp \frac{-2\mu_1}{c_1^2 (R_{pr} + R_{po})}} = \sqrt{1 - \exp \alpha_{pr}}, \quad (8.20)$$

где

$$\alpha_{pr} = - \frac{2\mu_1}{c_1^2 (R_{pr} + R_{po})} = - \frac{2e^2}{c_1^2 m_{po} (R_{pr} + R_{po})}. \quad (8.21)$$

После подстановки параметров получаем  $\alpha_{pr} = -1.34$ , а начальная скорость протона  $\beta_0 = 0,859$ . При этой скорости воздействия протона на позитрон последний ускорится до  $\beta_{po} = 2 \beta_0 = 1.72c$ , т.е. мы имеем сверхсветовые позитроны. Если скорость протона будет больше  $0.859c$ , то



частицы сближаются на расстояние меньше суммы их радиусов, поэтому

Рис. 8.12. Конец этапа ускорения.

дальнейшее их

взаимодействие не будет определяться приведенными соотношениями. Отметим, что этим способом можно также ускорять электроны антипротонами

Рассмотренное ускорение можно осуществить, бомбардируя пучком тяжелых частиц малоподвижное облако легких частиц. Вероятность прямого столкновения будет зависеть от плотностей ансамблей этих частиц. Далее необходимо отделить сверхсветовые частицы от тяжелых досветовых частиц. Последние можно отклонить поперечным электромагнитным воздействием. После отклоняющих устройств вдоль оси установки будут двигаться только сверхсветовые частицы. Их можно будет обнаружить по черенковскому излучению. По анализу результатов столкновения можно определить плотность вероятности углового распределения частиц, которая будет характеризовать наличие сверхсветовых частиц.

## 2. Разноименно заряженные частицы.

Мы рассмотрели столкновительное ускорение одноименно заряженных частиц. Таким же способом можно ускорять и разноименно заряженные частицы, например, бомбардируя протонами облако электронов, можно ускорять последние до сверхсветовой скорости. Однако это возможно при особых условиях. Протон со скоростью  $v_0 = 0.67c$ , направленный на электрон с прицельным расстоянием  $a = 1.2 \cdot 10^{-12}$  см (рис. 8.13), захватит его на гиперболовидную траекторию вокруг себя, по которой электрон обернется вокруг протона за период на  $360^\circ$  (см. траекторию 1.1.3.7 на с. 193 из [6] или траектории 7 на рис. 5.1).

На этапе I протон со скоростью  $v_0$  (см. рис. 8.13) налетает на электрон с прицельным расстоянием  $a$ . На этапе II показано движение электрона относительно протона. Имея начальную скорость на бесконечности ( $-v_0$ ), он огибает протон по гиперболовидной траектории, приближаясь к нему в перигентрии на расстояние  $R_p = 0.9 \cdot 10^{-12}$  см. Затем по нижней ветви удаляется в бесконечность со скоростью  $v_0$  относительно протона. На этапе III представлены скорости частиц относительно установки после взаимодействия. Электрон движется в направлении движения протона и имеет сверхсветовую скорость  $2v_0 = 1.34c$ .

Процесс ускорения происходит в пределах расстояния  $10^{-9}$  см, т.е. практически в точке, поэтому длина установки не будет большой. Однако электроны должны быть свободные, так как связанные другим

взаимодействием электроны не будут создавать необходимые ситуации для сверхсветового ускорения: при бомбардировке протонами атомов их электроны могут не ускориться до сверхсветовой скорости.

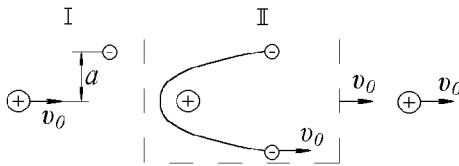
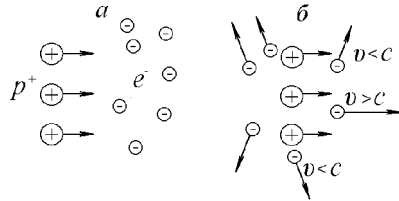


Рис. 8.14. Ускорение электронов при бомбардировке протонами электронного ансамбля:  $a$  - перед столкновением;  $b$  - в процессе столкновения.  $\Rightarrow$

Рис. 8.13. Этапы ускорения при столкновении одноименно заряженных тел.



Для реализации этого способа пучком моноскоростных протонов можно бомбардировать облако неподвижных свободных электронов (рис. 8.14,а). Из-за разных прицельных расстояний будут получаться разные траектории электронов (см. рис. 8.14,б), из которых световой скоростью обладают только электроны, движущиеся в направлении движения пучка протонов. Все статические характеристики процесса ускорения могут быть рассчитаны, если известны плотности ансамблей частиц.

Следует отметить, что траектория ускорения немного будет отличаться от траектории  $\gamma$  на рис. 5.1. Рассмотрим результаты расчетов по поиску траектории, которая приведет к наибольшей сверхсветовой скорости:

$\alpha_l$	$\beta_p$	$\beta_{ox}$	$\varphi_a$
-0.25	0.96	-0.617	2.45
-0.28	0.958	-0.743	3.09
-0.3	0.951	-0.704	3.11

Здесь  $\beta_{ox}$  – составляющая приведенной скорости в направлении оси  $x$  на рис. 5.1, а  $\varphi_a$  – угловой полупериод в радианах. Как видим, после ускорения по схеме, представленной на рис. 8.13 скорость частицы может достигнуть  $v = 2\beta_{ox} c = 1.5c$  скорости света. Однако параметры этих траекторий находятся в узких пределах. Незначительное изменение параметров вызывает отклонение электронов в перпендикулярном направлении к линии движения, либо захвату их протоном, либо отклонение в нужном направлении, но с малой скоростью.

### 8.6. Перспективы применения сверхсветовых движений

1. Связь. Космические частицы порождают широкие ливни элементарных частиц, которые одновременно покрывают большие

территории на поверхности Земли. По всей видимости, это обилие частиц создает одна сверхсветовая частица. Это свойство может быть использовано для дальнейшей космической связи. Небольшое количество сверхсветовых частиц может быть направлено к другой планете солнечной системы или даже к планете другой звезды. Такие частицы не будут рассеиваться подобно радиоволнам или свету и терять свою интенсивность. При вхождении в атмосферу планеты они создадут ливни частиц, которые будут зафиксированы на больших расстояниях от точки прицеливания. Поэтому уменьшается вероятность промаха посланного сигнала. Информация при этом будет содержаться во временных промежутках между посланными сверхсветовыми частицами. По-видимому, связь с помощью сверхсветовых частиц является самой энергетически выгодной.

2. Нож. Осколки ядер и разнообразие элементарных частиц, наблюдаемых в широких атмосферных ливнях, свидетельствуют, что сверхсветовые частицы могут эффективно разрушать вещество. Следовательно, пучок сверхсветовых частиц определенной интенсивности может быть более эффективным оружием, чем лазерный луч. Такой пучок сверхсветовых частиц может быть использован для разделения на части приближающегося к Земле астероида. После падения на Юпитер в 1995 г. фрагментов кометы Леви - Шумекера проблема противоастероидной защиты Земли была осознана человечеством. И сверхсветовые частицы здесь могут быть использованы разными способами. Кроме эффективного "ножа" для разделки астероидов на части, пучок сверхсветовых частиц может применяться для дальней локации астероидов. Сверхсветовые частицы, промодулированные по времени, после столкновения с астероидом выбьют часть частиц с противоположно направленной скоростью, которые, войдя в атмосферу Земли, создадут ливни атмосферных частиц. В результате их регистрации будет установлено расстояние до астероида, а также другие его параметры.

3. Сверхсветовая реактивная струя и межзвездные полеты. Другой способ противоастероидной защиты изменение траектории астероида с помощью реактивной струи. Как видно из формулы Циолковского

$$v = uln \frac{m_0}{m}, \quad (8.22)$$

чем больше скорость струи  $u$ , тем меньше требуется топлива, и тем меньше будут энергетические и материальные затраты. При сверхсветовой скорости реактивной струи эффективность реактивного двигателя наибольшая.

Реактивные сверхсветовые двигатели – единственное средство, которое позволит человеку побывать на планетах других звезд. 12-14 августа 1997 г. американские астронавтические ассоциации провели рабочее совещание (Breakthrough Propulsion Physics Workshop) по поиску стратегии исследований, которая позволит человеку создать двигатели для межзвездных путешествий. Анализ материалов этого совещания показал, что альтернативы реактивному сверхсветовому двигателю не существует.



Рассмотрим полет космического корабля с таким двигателем до ближайшей звезды, отстоящей от нас на расстояние  $l = 3$  с.г. (световых года). Будем совершать полет с земным ускорением  $g$ . За год полета  $t_1 = 1$  год корабль наберет световую скорость

$$v = gt_1 \approx c \quad (8.23)$$

и пройдет расстояние

$$l_1 = gt_1^2 / 2 = 0.5 \cdot ct_1 = 0.5 \text{ с.г.} \quad (8.24)$$

Согласно формуле Циолковского (8.22), масса корабля уменьшится за счет выброса реактивной струи со световой скоростью  $u = c$ :

$$m_1 = m_0 \exp(-v/u) = m_0 / e, \quad (8.25)$$

где  $e = 2.73$  – основание натурального логарифма. Затем корабль в течение  $t_2 = 2$  годам движется со скоростью  $v = c$  по инерции и проходит расстояние  $l_2 = 2$  с.г, после чего в течение  $t_3 = 1$  года поворачивает двигатель против движения и сбрасывает скорость до нулевой. За это время он проходит, в соответствии с (8.24), оставшееся расстояние  $l_3 = 0.5$  с.г, а масса его уменьшается до

$$m_2 = m_1 \exp(-v/u) = m_0 \exp(-2v/u) = m_0 / e^2. \quad (8.26)$$

Таким образом, корабль за 4 года может достигнуть звезды, удаленной от Земли на 3 световых года. Совершая обратный путь в такие же три стадии: ускорение 1 год, полет по инерции 2 года, торможение 1 год – корабль будет, согласно (8.26), иметь массу при возвращении на Землю

$$m_B = m_2 \exp(-2v/u) = m_0 \exp(-4v/u) = m_0 / e^4, \quad (8.27)$$

т.е. полезная масса от первоначальной массы корабля составит  $m_B = 0.018m_0$ . Это вполне реальное соотношение, которое позволяет согласовать в конструкции корабля энергетические потребности и технические возможности. Для сравнения рассмотрим возвращаемую массу корабля при обычной реактивной струе со скоростью  $u \approx 3$  км/с, т.е.  $u = 10^{-5} c$ . Согласно (8.27),  $m_0 = m_B \exp(4 \cdot 10^5)$ . Это астрономическое число для начальной массы корабля  $m_0$  свидетельствует о том, что другим способом достичь ближайших звезд невозможно.

4. Сверхсветовой реактивный двигатель. Мы рассмотрели пример путешествия к ближайшей звезде с ускорением  $g$  и скоростью  $v = c$ . Вся "дорога" заняла 8 лет. При  $v > c$  время полета сократится, т.е. за это время можно совершить полет и до более далеких звезд. Приведенные способы ускорения частиц до сверхсветовой скорости могут быть использованы для сверхсветового реактивного двигателя, схематически представленного на рис. 8.15. Он состоит из двух ускоряющих устройств для тяжелых частиц: 1 – для протонов ( $Pr$ ); 2 – для антипротонов ( $aPr$ ) и двух отклоняющих устройств: 3 – для антипротонов и 4 – для протонов. Эти устройства обеспечивают циркуляцию тяжелых частиц в плоскости  $xu$  по двум контурам:

по контуру I – протонов; по контуру II – антипротонов. В устройствах I и 2 тяжелые частицы поочередно вводятся со скоростью  $v_0$  на осевую линию  $x$  реактивного двигателя. В отклоняющих устройствах эти частицы выводятся из осевой линии: в контур I – протоны и в контур II – антипротоны.

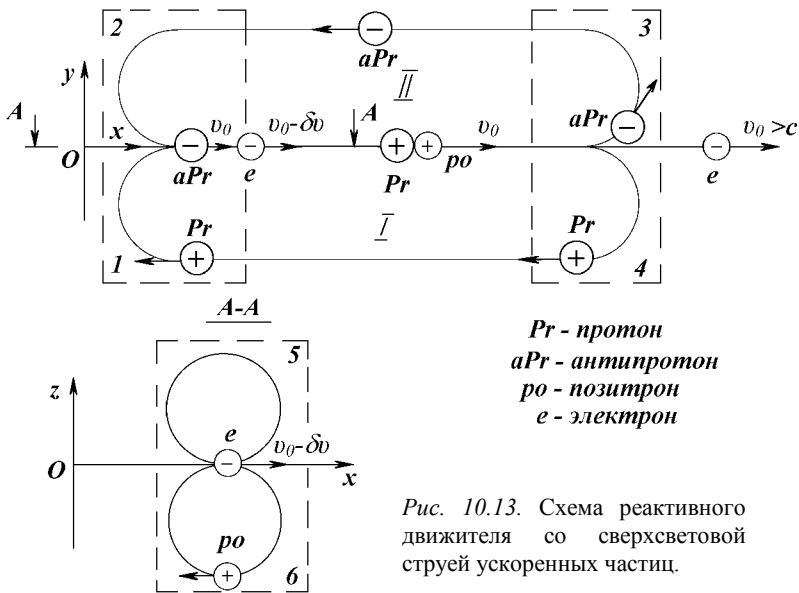


Рис. 10.13. Схема реактивного двигателя со сверхсветовой струей ускоренных частиц.

В перпендикулярной к чертежу плоскости (см. сечение *A-A*, плоскость  $xz$ ) расположены два контура эжекции и ускорения легких частиц: 5 – для электронов ( $e$ ), 6 – для позитронов ( $po$ ). Эти устройства поочередно со скоростью  $v_0 - \delta v$  вводят легкие частицы на осевую линию  $x$  реактивного двигателя.

На осевой линии  $x$  происходит столкновительное ускорение одноименно заряженных частиц, подробно рассмотренное в п. 8.3 и 8.5. В левой части (рис. 8.15) показана начальная стадия ускорения электрона антипротоном. Так как скорость впрыскивания электрона меньше скорости антипротона, то антипротон догоняет его. При этом скорость электрона растет.

В момент сближения скорость электрона станет равной  $v_0$ , затем электрон начнет удаляться от антипротона, а его скорость будет возрастать. В средней части двигателя показан момент сближения при взаимодействии протона и позитрона, а в правой части – завершающая фаза взаимодействия антипротона с электроном. Антипротон отклоняющим устройством 3 возвращается в циркуляционный контур II, а сверхсветовой электрон продолжает движение вдоль оси  $x$ . Таким образом, происходит поочередное выбрасывание разноименно заряженных частиц, поэтому двигатель остается электрически нейтральным. Благодаря симметрии устройств в нем не

создаются вращающие моменты. При  $v_0 = 0.859 c$  скорость реактивной струи, как показано в п. 8.5, будет равна 1.72 скорости света.

Мы рассмотрели ускорение одиночных частиц, однако схема применима и для сгустков частиц. При этом должно соблюдаться условие, чтобы ускоряющие сгустки имели массу большую, нежели масса ускоряемых сгустков.

Перспективы использования сверхсветовых частиц не ограничиваются приведенными примерами. Как любое новое явление, они будут иметь необычные свойства, которые представят человеку новые технологические возможности.

## Лекция 13

### Тема 9: Гравитационные взаимодействия

#### 9.1. Установление закона всемирного тяготения

В результате неоднократных измерений Галилео Галилей (1564-1642) установил, что в отсутствии воздуха все тела падают на землю с одинаковым ускорением  $a=g$ . То есть земля воздействует на них, и если противодействовать падению тела пружиной, то ее деформация  $l$ , будет выражать силу воздействия  $F$ . Напомним, что ускорение является непосредственной характеристикой воздействия, а человек ввел силу в качестве еще одной характеристики воздействия. Как мы уже показали, эти характеристики пропорциональны:

$$F = mg, \quad (9.1)$$

где  $m$  – масса тела.

Но сила  $F$  также относится к воздействию тела на Землю, которая движется на встречу телу с ускорением  $a_E$ . Поэтому можем записать:

$$F = m_E a_E, \quad (9.2)$$

где  $m_E$  – масса Земли.

Если ускорение тела  $g$  Галилей измерил, то массу Земли  $m_E$  и ее ускорение  $a_E$  тогда были неизвестны. Поэтому будем считать, что в выражении (9.2)  $m_E$  и  $a_E$  пока неизвестны.

Зададимся вопросом какова должна быть сила тяготения, чтобы не измеряя ускорения взаимодействующих тел  $g$  и  $a_E$ , определять их по величине силы. Из выражения (9.1) и (9.2) видно, что сила должна быть пропорциональна массам взаимодействующих тел:

$$F = k_1 m m_E. \quad (9.3)$$

В 1666 г И. Ньютон осознал, что Луна испытывает такое же притяжение Земли, как и любое другое тело, чтобы двигаться по почти круговой орбите вокруг Земли она должна непрерывно падать в направлении Земли с определенным ускорением. После уточнения расстояния от Луны до Земли

он вычислил это ускорение  $a_m$ . Оказалось, что ускорение Луны  $a_m$  и тела  $g$  обратно пропорциональны квадратам расстояний  $r$  этих тел до центра Земли:

$$a = \frac{k_2}{r^2}. \quad (9.4)$$

Поэтому силу воздействия (9.1) Земли на тело можно записать:

$$F = \frac{k_2 m}{r^2}. \quad (9.5)$$

Тогда с учетом (9.3) сила взаимодействия Земли с телом будет:

$$F = G \frac{mm_E}{r^2}. \quad (9.6)$$

Итак взаимодействие всех тел на Земле описывается силой (9.6). Движение Земли вокруг Солнца, других планет, движение звезд и звездных систем было естественным предположить происходящими в соответствии с выражением (9.6). Поэтому его назвали законом всемирного тяготения или законом тяготения Ньютона.

В 1798 г. Кавендиш произвел измерение силы взаимодействия двух пар тел с массами 730 г и 158 кг и определил величину  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Нм^2}{кг^2}$ , которую называют гравитационной постоянной.

На протяжении 2,5 столетий, вплоть до первого десятилетия 20 века, сила гравитационного притяжения (9.6) проверялась на планетах солнечной системы и их спутниках. Каждый раз с появлением более точных данных о движении тел, обнаруживались отличия от рассчитанных по силе (9.6) движений. Многие ученые выдвигали другие выражения для силы тяготения, с добавкой пропорциональной  $1/2^3$  или с множителем  $\exp(-kz^2)$  и т.п. Однако более тщательный расчет, учет влияния других тел неизменно подтверждал справедливость закона (9.6).

## 9.2. Движение тел Солнечной системы

### 9.2.1. Дифференциальные уравнения взаимодействия многих тел

Пусть имеется  $n$  тел, которые взаимно притягиваются по закону всемирного тяготения. Тогда тело  $m_j$  действует на тело  $m_i$  с силой:

$$\vec{F}_{ij} = G \frac{m_i m_j \vec{R}_{ij}}{R_{ij}^3}, \quad (9.7)$$

где  $\vec{R}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i$  - расстояние от тела  $m_i$  до тела  $m_j$ .

Суммарная сила воздействия всех  $(n-1)$  тел на тело  $m_i$  будет:

$$\vec{F}_i = m_i \sum_{j \neq i}^n \frac{m_j \vec{R}_{ij}}{R_{ij}^3}. \quad (9.8)$$

В соответствии со вторым законом механики ускорение тела  $m_i$  относительно неинерциальной системы отсчета, например: связанной с центром масс всех тел:

$$\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \frac{\vec{F}_i}{m_i} = \sum_{j \neq i}^n \frac{m_j \vec{R}_{ij}}{R_{ij}^3}. \quad (9.9)$$

Так как такие ускорения приобретут каждое из  $n$  тел, то (9.9) представляет систему  $3n$  дифференциальных уравнений движения. Для ее решения в начальный момент времени  $t = t_0$  необходимо задать положения и скорости всех  $n$  масс:

$$\vec{r}_{i0}; \quad \frac{d\vec{r}_{i0}}{dt}. \quad (9.10)$$

Рассмотрим решение этой системы для тел Солнечной системы, ограничившись 9 планетами, Солнцем и луной, т.е. при  $n = 11$  будем рассматривать движение тел в системе координат, начало которой 0 помещенной в центр масс системы, плоскость  $xу$  параллельна плоскости экватора Земли и ось  $x$  направлена в точку весеннего равноденствия 1950года.

### 9.2.2. Движение Земли

Задача решается численным методом. Положение и скорости тел задаются на 30.12.1949 г. Интегрировать уравнение можно в прошлое и будущее. Рассмотрим результаты решения дифференциальных уравнений движения на  $\pm 10$  тыс. лет от начального состояния. Орбита Земли является эллипсом, который слегка отличается от окружности. Если бы Земля взаимодействовала только с Солнцем, то эксцентриситет этого эллипса не изменялся, и положение орбиты в пространстве было бы неизменным. Однако наличие остальных планет приводит к тому, что эксцентриситет  $\varepsilon$  орбиты в течении 200 столетий непрерывно уменьшается. Наклон плоскости орбиты  $e$  к плоскости экватора уменьшается, т. е. плоскость орбиты сближается с плоскостью экватора. Угловое положение перигелия  $\varphi_p$  увеличивается. Если сейчас Земля находится в перигелии, когда зима в северном полушарии, то в будущем идет смещение перигелия к весне в северном полушарии. Плоскость орбиты не только изменяет свой наклон, она еще прессицирует. Как видно из графика, положение восходящего узла (совпадает с осенью в северном полушарии) в современную эпоху находится в минимуме. В прошлом и будущем восходящий узел смещается в сторону зимы в северном полушарии.

Как видим, орбита Земли не является точным эллипсом. За небольшой промежуток времени ее можно аппроксимировать эллипсом, по прошествии некоторого времени параметры этого эллипса, и его положение в пространстве будут изменяться.

### 9.2.3. Движение Меркурия

Орбита Меркурия является хорошо выраженным эллипсом. Его эксцентриситет в течении 20 тыс. лет изменяется не монотонным образом. Угол положения перигелия увеличивается со скоростью  $\omega_p = 522''$  в столетие. Увеличение  $\varphi_p$  означает, что перигелий поворачивается в направлении орбитального движения Меркурия. Плоскость орбиты Меркурия увеличивает свой наклон к плоскости экватора. Положение ее восходящего узла перемещается на встречу орбитальному движению Меркурия.

На примере Земли мы видим, что орбита характеризуется эксцентриситетом и положением перигелия, а плоскость наклоном и положением восходящего узла.

### 9.2.4. Движение Солнца

На каждое тело, в том числе и на Солнце, действуют остальные тела силой (9.8). Поэтому Солнце относительно центра масс также движется. Его траектория отличается от орбит планет. Она представляет собой двух овальную незамкнутую кривую. Период одного оборота Солнца составляет 11,3 года, а период двух оборотов по двух овалной траектории составляет в среднем 22 года. Следует отметить, что такая периодичность движения Солнца совпадает с периодичностью его активности. По-видимому, инерциальные силы нарушают равновесие солнечного вещества, что приводит к его выбросам. Таким образом, движения Солнца могут быть ответственны за коротко периодичные изменения погоды и климата на Земле.

Так как Солнце движется вокруг центра масс, то его воздействие на планету будет отличаться от воздействия неподвижного тела. Этот момент не учитывался при решении задачи взаимодействия Солнца и планеты.

### 9.3. Гипотезы о тяготении

Со времен И. Ньютона многими учеными выдвигались различные гипотезы о природе тяготения. Предлагался дополнительный член обратно пропорциональный  $r^3$ :

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} + k \frac{m_1 m_2}{r^3},$$

или экспоненциальный множитель:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} e^{-kr}.$$

Для объяснения механизма тяготения выдвигались его носители; например: частицы эфира, согласно такой гипотезе предполагалось, что все

тела непрерывно поглощают такие частицы. Если рядом имеется другое тело, то оно заслонит поток частиц и этим потоком будет приталкиваться к первому телу. Иногда в литературе такие частицы называют „Лиссажоны” по имени ученого, предположившего такую частицу. Выдвигалась также гипотеза о световой скорости тяготения, и разные выражения для силы, которая зависит от скорости и ускорения:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} + k_1 \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{dr}{dt} + k_2 \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{d^2 r}{dt^2}.$$

Именно, общая теория относительности была построена, на гипотезе о световой скорости тяготения.

Однако, со временем все наблюдаемые движения небесных тел с большой точностью описывались законом всемирного тяготения при его правильном применении, и каждая гипотеза одна за другой отбрасывалась учеными. При учете взаимодействия всех тел, мы получаем все особенности движений тел Солнечной системы. Поэтому сейчас нет оснований для сомнений в этом законе. Нет необходимости его уточнять. Все гипотезы, предлагающие другой закон тяготения, являются ошибочными. Теории, в том числе и теория относительности, построенные на этих гипотезах, предлагают вымышленный мир, который не имеет ничего общего с миром, который нас окружает.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Добротин Н.А.** Космические лучи.– М., 1954.
2. **Завельский Ф.С.** Взвешивание миров, атомов и элементарных частиц.– М.: Атомиздат, 1970.– 176с.
3. **Камменринд М.** Теория относительности и свободные тахионы // Gen. Relat. and Gravit.– 1970.– V.I, N 1.– P. 44-62.
4. **Ломоносов М.В.** Явление Венеры на Солнце, наблюдаемое в Санкт-Петербургской Академии наук май 26 дня 1761г. // Избранные Труды по химии и физике.– М.: Изд-во АН СССР, 1961.– С. 343-355.
5. **Smulsky J.J.** The New Approach and Superluminal Particle Production // Physics Essays.– 1994.– Vol. 7, N. 2.– P. 153-166.
6. **Смульский И.И.** Электромагнитное и гравитационное воздействия (нерелятивистские трактаты).- Новосибирск: Наука. -1994.-225с.
7. **Иваненко Д., Соколов А.** Классическая теория поля.– М.: ГТТИ, 1949.
8. **Смульский И. И.** Теория взаимодействия. - Новосибирск: Из-во Новосибирского ун-та, ННЦ ОИГТМ СО РАН. - 1999. - 294с.

## СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

$A$  – работа;

$a$  – полуось эллиптической орбиты;

$c, c_1 = c/\sqrt{\mu\epsilon}$ ; – скорость света в вакууме и среде;

$E$  – электрическая напряженность;

$E_f$  – полная энергия;

$E_c$  – кинетическая энергия;

$E_t$  – тепловая энергия;

$e$  – заряд электрона;

$F$  – сила воздействия на тело другого тела;

$G$  – гравитационная постоянная;

$H$  – магнитная напряженность;

$h = v_t R$  – кинематический момент количества движения;

$I$  – величина тока;

$m$  – масса частицы или тела;

$m_0$  – начальная масса объекта с переменной массой;

$m_{re} = 2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  – приведенная масса двух взаимодействующих объектов;

$M$  – магнитный заряд;

$q$  – электрический заряд;

$\vec{r} = i\vec{x} + j\vec{y} + k\vec{z}$  – радиус-вектор точки или частицы;

$\vec{r}_1, \vec{r}_2$  – радиус-векторы двух взаимодействующих объектов;

$\vec{R} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  – относительный радиус-вектор между двумя взаимодействующими объектами;

$R_v = \sqrt{R^2 - [\vec{\beta} \times \vec{R}]^2}$ ;

$R_g = -2\mu_1/c_1^2$  – "гравитационный" или световой радиус;

$R_a$  – радиус апоцентра: максимальное расстояние между взаимодействующими объектами;

$R_p$  – радиус перигентрия: минимальное расстояние между взаимодействующими объектами;

$\bar{R} = R/R_p$  или  $\bar{R} = R/R_0$  – приведенное расстояние между частицами;

$T$  – временной период движения по траектории;

$T_{0.5}$  – временной полупериод движения по траектории;

$\vec{v} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z$ ;  $v$  – скорость движения частицы;

$v_r, v_t$  – радиальная и трансверсальная скорости частицы;

$v_{r0}, v_{t0}$  – радиальная и трансверсальная скорости частицы в точке  $R_0$ ;

$v_p$  – трансверсальная скорость частицы в перигентрии;



$\bar{v}_r = v_r/v_p$ ;  $\bar{v}_r^0 = v_r/v_{i0}$  – приведенные радиальные скорости;

$v_R$  – скорость приемника излучения;

$v_S$  – скорость источника излучения;

$w$  – ускорение частицы или тела;

$$w_p = \frac{4q_1q_2}{\varepsilon m S};$$

$x_{ijk}, y_{ijk}, z_{ijk}, u_{ijk}, v_{ijk}, w_{ijk}, \dot{u}_{ijk}, \dot{v}_{ijk}, \dot{w}_{ijk}$  – проекции координат, скорости и ускорения частицы с

номером  $i, j, k$ .

$$\alpha = \frac{2\mu_1}{R_p c_1^2} = -\frac{R_g}{R_p} \text{ – параметр взаимодействия;}$$

$$\alpha_1 = \mu_1 / (R_p v_p^2), \text{ – параметр траектории;}$$

$\alpha_1^0 = \mu_1 / (R_0 v_{i0}^2)$  – параметр траектории при отнесении к произвольной точке с радиусом  $R_0$ ;

$$\bar{\beta}_0 = \bar{v}/c; \bar{\beta} = \bar{v}/c_1; \beta_x = v_x/c_1; \beta_y = v_y/c_1; \beta_z = v_z/c_1; \beta_{t0} = v_{t0}/c_1;$$

$\beta_{r0} = v_{r0}/c_1$  – скорость частицы по отношению к скорости света;

$$\gamma_x = \sqrt{1 - \beta_y^2 - \beta_z^2}; \gamma_y = \sqrt{1 - \beta_x^2 - \beta_z^2}; \gamma_z = \sqrt{1 - \beta_x^2 - \beta_y^2};$$

$\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды;

$\varepsilon_t$  – эксцентриситет траектории;

$\mu$  – магнитная проницаемость среды;

$$\mu_1 = \frac{q_1 q_2 (m_1 + m_2)}{\varepsilon m_1 m_2} \text{ либо } \mu_1 = -G(m_1 + m_2) \text{ – константы электромагнитного}$$

либо гравитационного взаимодействия;

$\rho$  – плотность электрического заряда;

$$\sigma = \frac{q_2}{4ab} \text{ – поверхностная плотность заряда пластины;}$$

$\Phi$  – магнитный поток;

$\varphi_T$  – угловой период траектории;

$\varphi_a$  – угловой период эллипсовидной или конечной траектории, т.е.

угловое расстояние от перицентра до апоцентра; либо полуугол между асимптотами для гиперболовидных траекторий, отсчитываемый за стрелкой часов от отрицательного положения оси  $x$ ;

$\varphi_p$  – полный угловой период конечной траектории, при котором

частица возвращается в одну и ту же точку пространства с неизменной скоростью.

Дифференциальные операторы:

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z};$$

$$\Delta = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{оператор Лапласа};$$

$$= \Delta - \frac{1}{c_i^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \text{оператор Даламбера, где } c_i = c \text{ либо } c_i = c_1;$$

$$\text{grad } u = \vec{\nabla} u;$$

$$\text{div } \vec{A} = \vec{\nabla} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z};$$

$$\text{rot } \vec{A} = \text{curl } \vec{A} = [\vec{\nabla} \times \vec{A}];$$

$$\text{rot } \vec{A} = \vec{i} \left[ \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right] + \vec{j} \left[ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] + \vec{k} \left[ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right];$$

$$\text{div grad } u = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} u) = \Delta u;$$

$$\text{grad div } \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \vec{A}) = \Delta \vec{A} + [\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times \vec{A}]].$$

Интегральные теоремы [7]

$$\int_S \vec{A}(r) \cdot d\vec{S} = \int_V \vec{\nabla} \vec{A}(r) \cdot dV - \text{теорема Гаусса};$$

$$\int_S [\vec{A}(r) \times d\vec{S}] = - \int_V [\vec{\nabla} \times \vec{A}(r)] \cdot dV;$$

$$\int_S u(r) \cdot d\vec{S} = \int_V \vec{\nabla} u(r) \cdot dV;$$

$$\oint_S \vec{A}(r) \cdot d\vec{l} = \int_S [\vec{\nabla} \times \vec{A}(r)] \cdot d\vec{S} - \text{теорема Стокса.}$$

Использованные константы

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с} - \text{скорость света};$$

$$m_{pr} = 1.672 \cdot 10^{-24} \text{ г} - \text{масса протона};$$

$$m_e = m_{po} = 9.1095 \cdot 10^{-28} \text{ г} - \text{масса электрона и позитрона};$$

$$e = 4.8 \cdot 10^{-10} \text{ см}^{1.5} \cdot \text{г}^{0.5} / \text{с} - \text{заряд электрона};$$

$R_{po} = 1.4 \cdot 10^{-13}$  см – радиус позитрона;  
 $R_{pr} = 2.817 \cdot 10^{-13}$  см – радиус протона;  
 $G = 6.67259 \cdot 10^{-11}$  м<sup>3</sup>/(с<sup>2</sup>·кг) – гравитационная постоянная;  
 $m_S = 1.97 \cdot 10^{30}$  кг – масса Солнца;  
 $m_E = 5.96 \cdot 10^{24}$  кг – масса Земли;  
 $R_S = 6.95 \cdot 10^8$  м – радиус Солнца;  
 $r_E = 1$  а. е. =  $1.496 \cdot 10^{11}$  м – среднее расстояние Земли от Солнца;  
 $R_E = 6.372 \cdot 10^6$  м – средний радиус Земли;  
 $a_{pl} = 39.52$  а. е. – большая полуось Плутона;  
 $r_{\alpha C} = 2.31 \cdot 10^{16}$  м – расстояние до ближайшей звезды  $\alpha$ -Центавра.

Параметры орбиты Меркурия:

$a = 0.387$  а. е.;  $e = 0.206$ ;  $T = 0.204$  года;  $i = 7^\circ 0.2'$ .

## ПРИМЕРНЫЕ ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ

1. Физическая теория и описание природы.
2. Окружающий мир и его описание.
3. Изменение объектов окружающего мира и время, как его мера.
4. Величина объектов и ее мера.
5. Безгипотезное описание окружающего мира.
6. Воздействие и его описание.
7. Изменение силы воздействия при движении заряженного тела и магнита.
8. Взаимодействие неподвижных заряженных тел.
9. Проблемы описания взаимодействия движущихся заряженных тел.
10. Сила взаимодействия двух заряженных тел.
11. Примеры сверхсветового движения.
12. Наблюдения и взаимодействие при сверхсветовой скорости.
13. Ускорение одиночных частиц до сверхсветовой скорости.
14. Перспективы применения сверхсветовых движений.