

Смульский И.И. Расчет взаимодействий в Солнечной системе за 50 млн. лет для изучения эволюции климата / «Большая Медведица». Журнал проблем защиты Земли. – Межрегиональный общественный фонд им. Ломоносова. Новосибирск, Россия.– 2005 г. No. 1, с. 44-56.

РАСЧЕТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ ЗА 50 МЛН. ЛЕТ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ КЛИМАТА

И.И. Смульский
Институт Криосферы Земли СО РАН

Аннотация

Рассматривается постановка проблемы изменения климата Земли в результате взаимодействия тел Солнечной системы. Обоснован метод численного решения. Проинтегрированы уравнения за 50 млн. лет и определены прецессионные и вращательные движения орбит планет. Приведены результаты решения по эволюции орбиты Земли за 50 млн. лет, проанализированы и сопоставлены с результатами других исследователей.

1. Введение

В начале 20-ого века М. Миланкович (1939) показал, что колебательные движения орбиты Земли и оси её вращения приводят к периодическим изменениям климата. Дальнейшие исследования (Brouwer and Woerkom, 1950; Шараф и Будникова, 1967; Berger and Loutre, 1991; T.Quinn at all, 1991; Laskar at al., 1993) проводились с целью более точного решения задачи и увеличения длительности исследуемого периода. На рис. 1 представлены результаты четырех групп исследователей по изменению инсоляции Земли на широте 65° за прошедший миллион лет. Инсоляция (мощность теплового потока) представлена в эквивалентных широтах. Например, 10 тыс. лет назад количество Солнечного тепла на широте 65° было такое же, как сейчас на широте 60° . Поэтому максимумы кривых представляют потепления, а глубокие минимумы – ледниковые периоды. Как видно из графиков, 10 тысяч лет назад был максимум потепления в Северных широтах. Тогда как раз сошел ледниковый щит в Европе и в Северной Америке. Затем наступил период медленного похолодания до следующего минимума температуры, который наступит через 10 тыс. лет. Цикл колебаний от максимума до максимума составляет приблизительно 41 тыс. лет.

Из рис. 1 видно, что эволюция орбитального и вращательного движения Земли оказывает влияние на климат. До 100 тыс. лет результаты разных авторов практически совпадают, затем начинают расходиться. Поэтому, чтобы установить реальные изменения климата, следует решить эту проблему более тщательно, и, кроме того, представляет интерес более длительный период эволюции климата на Земле.

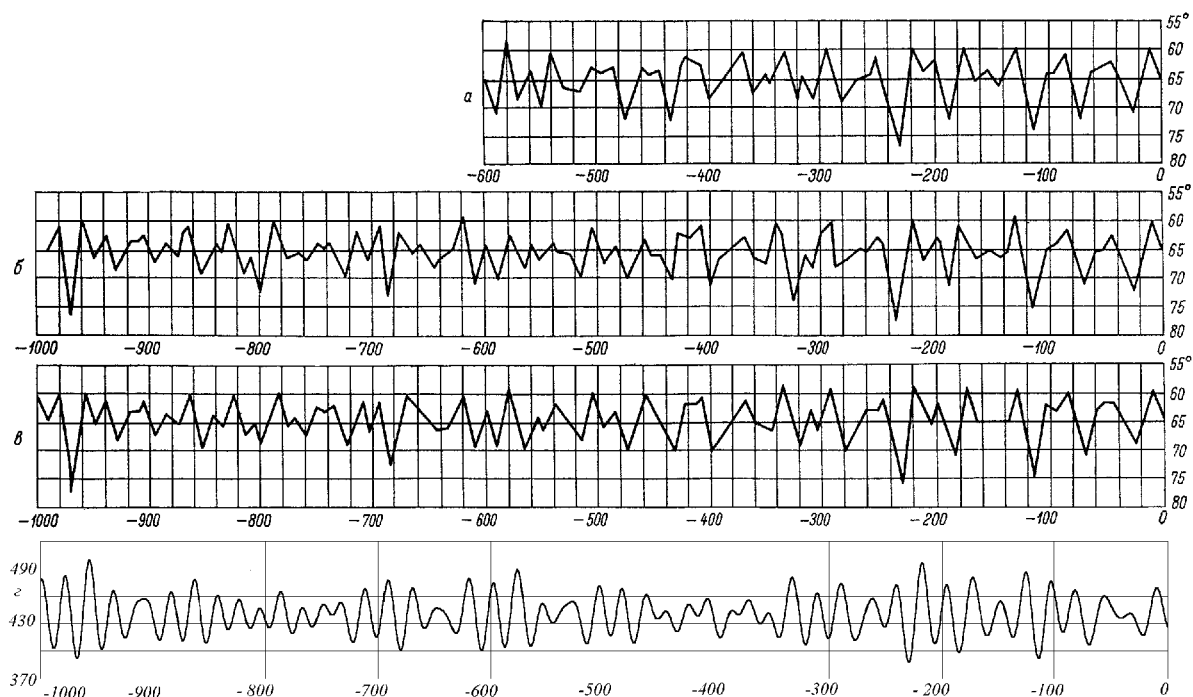


Рис. 1. Изменение инсоляции летом для широты 65 северного полушария по данным разных исследователей: а - М. Миланковича (1939 г.); б - А. Вуркома (1950 г.); в - Ш. Г. Шараф и Н. А Будниковой (1969 г.); г - А. Берже и М. Ф. Лоутре (1991 г.). По оси абсцисс отложено время в тысячелетиях от 1950 г.; по оси ординат: а, б, в - инсоляция в эквивалентных широтах в течение летнего полугодия по данным Ш.Г. Шараф и Н.А Будниковой (1969 г.), з - среднемесячная инсоляция в июле в Wt/m^2 по данным А. Берже и М. Ф. Лоутре (1991 г.).

Представленные на рис. 1 результаты получены в результате приближенного аналитического решения задачи взаимодействия тел Солнечной системы, в рамках так называемой теории вековых возмущений. При этом решения представлялись относительно подвижной плоскости экватора. А угловое перемещение последней определялось в результате приближенного решения задачи о вращательном движении Земли.

При приближенном аналитическом решении задачи орбиты тел аппроксимируются эллипсом и определяются его параметры. Реальные орбиты являются пространственными незамкнутыми кривыми и характеризуются большим количеством параметров. Поэтому приближенный метод позволяет рассчитывать только ограниченное число параметров движения и не для всех тел. При приближенном аналитическом решении задачи всегда возникают два вопроса:

- 1) какие изменения орбит потеряны в результате упрощения уравнений?
- 2) не обусловлены ли полученные изменения орбит упрощениями уравнений?

При численном решении мы можем получить все параметры движения и для всех тел. Поэтому в последние десятилетия рядом авторов предприняты численные решения задачи орбитального движения. В наиболее полном виде этим способом

получили решения Т. Кинн и др. (1991) на период времени -3.056 млн. лет. Целесообразность выполнения численных решений эти авторы дополнительно видят в необходимости: 1) проверки результатов, полученных в рамках теории вековых возмущений выводов о хаотичности движения внешних планет или всей Солнечной системы; 2) дальнейшего развития аналитических теорий по динамике Солнечной системы за большие периоды времени.

В связи с этим мы решаем проблему численными методами, которые позволяют избавиться от упрощений, принятых при её аналитическом решении. По сравнению с предыдущими работами наши решения отличаются следующим.

Задача решается в системе центра масс Солнечной системы с интегрированием уравнений движения Солнца и Луны. При этом методе возможен более надежный контроль точности решений. Кроме того, что движения Солнца и Луны представляют самостоятельный интерес, они позволяют понять ряд особенностей движения планет. Полученная эволюция движения Луны позволит более точно рассчитать прецессию оси Земли.

Задача решается более точным методом, который позволяет интегрировать уравнение движения Луны и достичь периодов сотен млн. лет, которые предыдущими исследователями (Laskar et al., 1993), заявлены как предел стабильности Солнечной системы.

В работе определяются абсолютные изменения параметров орбиты Земли, а не относительные в системе подвижного экватора, как у всех предшествующих исследователей. Изменение плоскости экватора, за счет прецессии земной оси, является самостоятельной проблемой, которая в настоящее время решена только в первом приближении. Поэтому необходимо иметь вначале точно рассчитанную динамику орбиты, а затем на нее накладывать все более уточненные решения для плоскости экватора.

В такой постановке задача разделяется на пять проблем:

- 1) расчет эволюций орбит планет;
- 2) расчет эволюции оси вращения Земли;
- 3) расчет инсоляции поверхности Земли;
- 4) сопоставление эволюции инсоляции с эволюцией климата Земли;
- 5) прогноз изменения климата Земли.

2. Уравнение движения и метод решения.

Рассматривается (Смольский, 1999; Мельников, Смольский и др., 2000) гравитационное взаимодействие 9 планет, Солнца и Луны. Согласно закону всемирного тяготения тело с номером k притягивает тело с номером i силой

$$\vec{F}_{ik} = -G \frac{m_i m_k}{r_{ik}^3} \vec{r}_{ik}, \quad (1)$$

где G -гравитационная постоянная;

\vec{r}_{ik} -радиус-вектор от тела массой m_i до тела массой m_k .

Если тел n , то на i -е тело остальные будут воздействовать силой

$$\vec{F}_i = -G m_i \sum_{k \neq i}^n \frac{m_k \vec{r}_{ik}}{r_{ik}^3}. \quad (2)$$

Под воздействием этой силы, в соответствии со вторым законом механики $\vec{F} = m\vec{a}$, i -ое тело будет двигаться относительно инерциальной системы отсчета с ускорением

$$\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = -G \sum_{k \neq i}^n \frac{m_k \vec{r}_{ik}}{r_{ik}^3}, \quad (3)$$

где \vec{r}_i радиус-вектор m_i относительно центра масс Солнечной системы.

Соотношение (3) представляет систему $3n$ нелинейных дифференциальных уравнений, где $n = 11$. Для ее решения мы задаем $3n$ значений координат и $3n$ значений компонент скорости в определенную дату, например, 30 декабря 1949 г. (*Справочное руководство...*, 1976). Задача решается в барицентрической экваториальной системе координат.

Существует большое разнообразие численных методов. В результате численных экспериментов и их анализа мы пришли к выводу, что конечно-разностные методы интегрирования не обеспечивают необходимую точность. Для решения задачи мы разработали алгоритм и программу Galactica, которая в процессе работы постоянно совершенствовалась. Значение функции в следующий момент времени $t=t_0 + \Delta t$ определяется с помощью ряда Тейлора, который, например, для координаты x имеет вид:

$$x = x_0 + \sum_{k=1}^K \frac{1}{k!} x_0^{(k)} (\Delta t)^k. \quad (4)$$

Значение скорости x' определяется по аналогичной формуле, а ускорение x_0'' – по формуле (3). Более высокие производные $x_0^{(k)}$ определены аналитически в результате дифференцирования уравнений (3). Сейчас используется расчетная схема шестого порядка точности, т.е. при $K=6$. Используются числа с двойной точностью, при

которой они выражается 17 десятичными знаками. Решение за большие сроки выполнялось на суперкомпьютере МВС-1000 в Новосибирском ВЦ СО РАН. Через каждые 10 тыс. лет данные о положении тел записываются в файл. Для анализа параметров орбиты по этим данным просчитывается один оборот планеты вокруг Солнца (Мельников, Смольский и др., 2000), и по результатам расчетов определяются два параметра плоскости орбиты: угол наклона i и положение восходящего узла φ_{Ω} и восемь параметров орбиты в том числе: эксцентриситет e и угол положения перигелия φ_p .

В процессе исследований результаты решений сопоставлялись с данными наблюдений разного уровня и обнаруженные несоответствия устранялись повышением точности счета. Сопоставления проводились для Земли, Солнца и других планет. Все известные особенности движения тел подтверждаются результатами расчетов. Различные проверки показали, что методика численного решения, алгоритм и реализованная программа обеспечивают необходимую точность счета с большим запасом. Основные результаты получены при шаге счета $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ года и двойной длиной числа. Проверочные и уточняющие расчеты выполнялись с другими шагами, а также с расширенной длиной числа, при которой оно выражается 34-я десятичными знаками.

3. Контроль достоверности решений

В процессе решения, сопоставлении с наблюдениями, анализа структуры погрешностей были установлены различные методы контроля точности решений, из которых перечислим следующие.

4.1. *Контроль момента количества движения Солнечной системы M , проекция которого, например, на ось z имеет вид:*

$$M_z = \sum_{i=1}^n m_i (v_{yi} x_i - v_{xi} y_i) = \text{const}. \quad (5)$$

Так как величина момента для изолированной системы не должна изменяться, то изменение M свидетельствует о погрешности расчетов. Сейчас относительное изменение момента за 10 тыс. лет составляет $\delta M = 1.4 \cdot 10^{-14}$. В результате расчета при разных точностях счета установлено, какие могут быть погрешности в движении тел при вышеупомянутом изменении момента. Например, при шаге счета $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$ года относительная погрешность положения изменяется от $0.7 \cdot 10^{-10}$ для Плутона до $0.8 \cdot 10^{-3}$

для Луны. Если изменение параметров орбиты за этот период значительно превышает погрешности, то такие результаты могут являться достоверными.

4.2. *Контроль количества движения Солнечной системы* P , проекция которого, например, на ось x имеет вид:

$$P_x = \sum_{i=1}^n m_i v_{xi} = 0. \quad (6)$$

Величина P должна быть равна нулю. Поэтому отличие P от нуля свидетельствует о накоплении погрешностей округления. В начальный момент из-за округления при переходе к двоичным кодам величина P отличается от нуля и равна $5 \cdot 10^{-18}$. После 10 тыс. лет счета $P = 2.4 \cdot 10^{-15}$, после 50.09 млн. лет – $P = 1.7 \cdot 10^{-13}$. Здесь и в дальнейшем приведены безразмерные величины.

4.3. *Расчет при разных точностях счета.* Если при повышении точности счета результаты повторяются, то их можно считать достоверными.

4.4. *Расчет движения тел в прошлое и будущее.* Наличие излома в изменении параметра в начальный момент времени свидетельствует о погрешности результатов.

4.5. *Расчет в отдаленную эпоху и возвращение в исходную.* Позволяет выявить все погрешности вычислений, их величину и структуру погрешностей. Было установлено, что основная погрешность заключается в смещении тела по орбите (например, от 1.5° для Меркурия до $4,5 \cdot 10^{-9}$ для Плутона при счете на 10 тыс. лет с шагом $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$ года) без существенного ее изменения. Наибольшее смещение в этом случае наблюдается у Луны, и оно достигает 55° относительно Земли. При шаге счета $\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}$ года смещение Луны по ее орбите равняется $2'$.

4.6. *Обнаружение стабильных или нестабильных в среднем параметров и контроль их.* Например, большая полуось орбиты, период обращения небесных тел, ось прецессии их орбит остаются неизменными. Поэтому появление устойчивого изменения таких параметров может свидетельствовать о погрешности расчетов.

4.7. *Просчет тестовых задач, имеющих точное аналитическое решение.* Такой задачей является осесимметричное взаимодействие n -тел, находящихся в одной плоскости (Смульский, 2003). Этот метод позволяет также выявить все вычислительные погрешности, но только в отношении к тестовой задаче. Было установлено, что погрешность увеличивается с увеличением эксцентриситета орбит. При эксцентриситете, равном эксцентриситету Меркурия, в задаче 12 тел смещение их по орбите за 10 тыс. лет равняется $0.16''$ при шаге $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$ года.

4.8. Сопоставление с данными наблюдений.

4.8.1. Сопоставление координат и скоростей тел на интервале несколько десятков лет. Например, рассчитывалось положение на 7.01.94 г по начальным данным на 30.12.49г. Средняя по всем телам погрешность положения за 44 года составила 0.16%. В дальнейшем точность расчетов была увеличена на 5 порядков, но погрешность положения не изменилась.

Такое сопоставление позволяет выявить погрешность начальных данных, исходных данных (например, масс тел), а при высокой точности счета и погрешность данных наблюдений.

4.8.2. Сопоставления изменения параметров орбит планет с вековыми возмущениями. В настоящее время выполнено для орбит большинства планет и получено совпадение.

4.8.3. Сопоставление расчетной траектории Солнца с траекторией, определенной по эфемеридам планет за 60 лет. Получено (Мельников, Смутьский и др., 2000) совпадение расчетных результатов с данными наблюдений.

4.9. Сопоставление с вычислительными результатами других авторов. Выполнено сопоставление с результатами приближенных аналитических решений и получено согласие с ними.

4. Эволюция орбиты Земли за 3 млн. лет

Уравнения (3) нами многократно интегрировались за разные периоды времени, с разными алгоритмами счета и разными шагами. Ниже представлены результаты расчетов по последней версии программы Galactica с шагом $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ года. Расчеты были выполнены на 50.09 млн. лет в прошлое (в дальнейшем размерности времени: Муг, куг и суг означают миллионы, тысячи и сотни лет, соответственно). Относительное изменение момента на эту эпоху составляет $\delta M = 5 \cdot 10^{-11}$, а погрешность количества движения равно $P = 1.7 \cdot 10^{-13}$. Так как на интервале времени 50.09 млн. лет изменения параметров орбиты сливаются и визуально не различимы, то вначале рассмотрим их на интервале 3 млн. лет.

На рис. 2 представлено изменение эксцентриситета e , долготы восходящего узла φ_{Ω} , угла наклона плоскости орбиты i , и угла положения перигелия φ_p за 3 млн. лет. Графические изображения угловых параметров дано на рис 3, а. Эксцентриситет (см. рис. 2) испытывает короткопериодические изменения с главным периодом $T_{el} = 94.5$ куг вокруг его среднего значения $e_m = 0.028$. Кроме того, наблюдаются более

длительные колебания с периодом $T_{e2} = 413$ тыс. лет и $T_{e3} = 2.31$ млн. лет, которые приводят к достижению крайних значений эксцентриситета $e = 0.0003$ и $e = 0.065$. Долгота восходящего узла φ_{Ω} отсчитывается в плоскости экватора 1950 г. от точки весеннего равноденствия на ту же эпоху (см. рис. 3, а). Как видим из графика на рис 2, она меняется со средним периодом $T_{\Omega} = 68.7$ тыс. лет вокруг среднего значения $\varphi_{\Omega m} = 0.068$ радиан. На этот основной период накладываются колебания с большей длительностью.

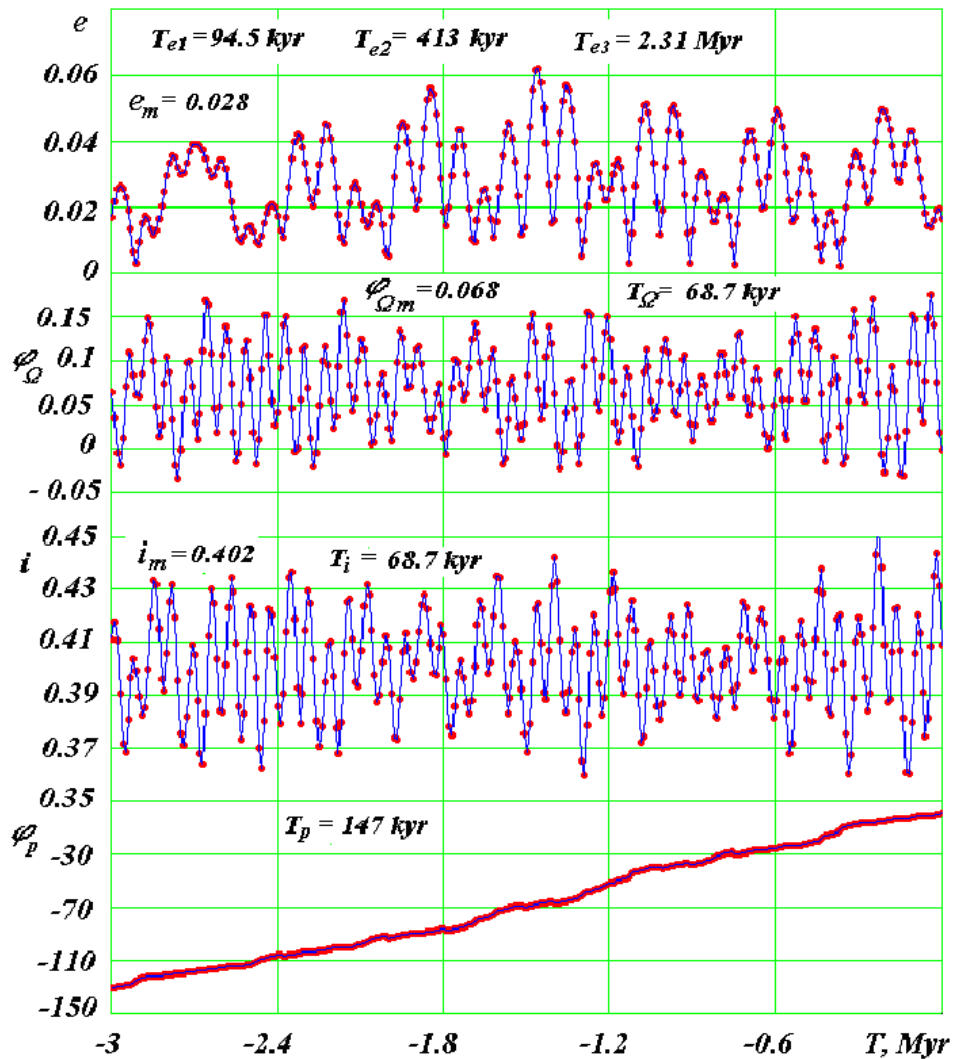


Рис. 2. Эволюция орбиты Земли за 3 млн. лет: e - эксцентриситет; φ_{Ω} - угловое положение восходящего узла; i - угол наклона плоскости орбиты; φ_p - угловое положение перигелия; T - время в миллионах юлианских лет от 1950 г.

Угол наклона плоскости орбиты i к плоскости экватора 1950 г. испытывает колебания с таким же периодом $T_i = 68.7$ тыс. лет вокруг среднего значения $i_m = 0.402$ радиан. Колебания угла i происходит в пределах от 0.36 до 0.45 радиан. Диапазон колебаний составляет 5.64° .

Угол положения перигелия φ_p (см. рис. 3а) отсчитывает в плоскости орбиты от ее восходящего узла. Как видно из графика на рис. 2, угол φ_p немонотонно увеличивается со временем, т.е. наряду с вращением перигелия против стрелки часов, наблюдаются возвратные движения по часовой стрелке. Перигелий со средней за 50 млн. лет угловой скоростью $\omega_{pm} = 882 \text{ } ^\circ/\text{суг}$ перемещается в направлении обращения Земли вокруг Солнца, совершая в среднем один оборот за 147 куг.

5. Эволюция орбиты Земли за 50 млн. лет и ее прецессия

В результате анализа результатов по остальным планетам было установлено, что для всех планет колебание восходящего узла происходит возле одного и того же значения $\varphi_{\Omega M} = 0.068$. Другими словами, выявилось направление в пространстве – общее для всех планет. Так как решается задача, изолированная от внешних воздействий на Солнечную систему, то это направление может быть обусловлено только положением момента количества движения M всей Солнечной системы, проекции которого на оси координат (см. рис. 3, а) в безразмерных единицах имеют значения $M_x = 1.096950527047334 \cdot 10^{-5}$; $M_y = -1.608430529522206 \cdot 10^{-4}$; $M_z = 3.793725077046052 \cdot 10^{-4}$.

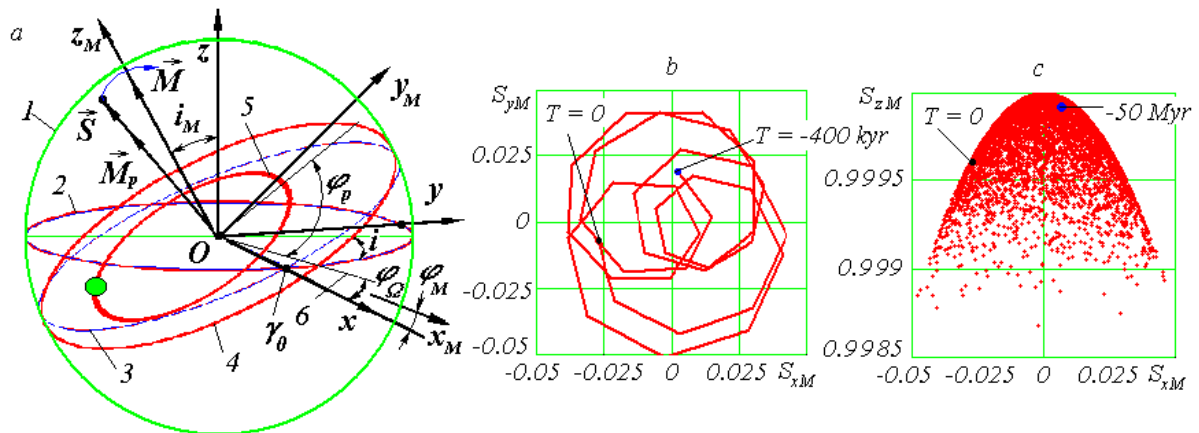


Рис. 3. Прецессия орбиты Земли за 50 млн. лет.

а) Система координат: 1 – небесная сфера; 2 - плоскость экватора Земли на 1950 г.; 3 - плоскость орбиты Земли на 1950 г.; 4 - плоскость орбиты Земли в другую эпоху; 5 - орбита Земли в другую эпоху; 6 - линия пересечения плоскости орбиты с плоскостью экватора.

б, с) прецессия оси орбиты Земли в плоскости $y_M x_M$ (сплошной линией – за 400 куг) и в плоскости $z_M x_M$ (отдельными точками – в течение 50 млн. лет). Интервал между точками графиков – 10 куг. Крупными точками показаны положения оси орбиты Земли в соответствующие эпохи.

Как известно, плоскость, осью которой является вектор момента \vec{M} , называется плоскостью Лапласа. Ее эйлеровы углы будут (см. рис. 3, а):

$$i_M = \arccos(M_z/M) = 0.401833503606283; \varphi_M = \pi/2 + \arctg(M_y/M_x) = 0.0680946119840882, \quad (7)$$

где $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$.

Как видим, восходящий узел φ_M плоскости Лапласа в плоскости $Oxyz$ совпадает с выявленным направлением φ_{Ω_m} , вокруг которого колеблются восходящие узлы планет.

Свяжем с плоскостью Лапласа неподвижную инерциальную систему координат $Ox_M y_M z_M$ (см. рис. 3а). При этом направим ось z_M по вектору момента \vec{M} и введем единичный вектор \vec{S} , направленный по оси орбиты каждой планеты. Для определения плоскости орбиты и ее оси было использовано несколько алгоритмов. Наиболее совершенным оказался следующий. Направим единичный вектор оси орбиты \vec{S} по вектору \vec{M}_p среднего за один оборот момента количества движения планеты:

$$S_x = M_{px}/M_p; \quad S_y = M_{py}/M_p; \quad S_z = M_{pz}/M_p, \quad (8)$$

где $M_p = \sqrt{M_{px}^2 + M_{py}^2 + M_{pz}^2}$, $S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2} = 1$.

Проекция оси орбиты \vec{S} на оси инерциальной системы $x_M y_M z_M$, как следует из рис. 3, а, запишутся:

$$\begin{aligned} S_{xM} &= S_x \cdot \cos \varphi_M + S_y \cdot \sin \varphi_M; \\ S_{yM} &= S_x \cdot \sin \varphi_M \cos i_M + S_y \cdot \cos \varphi_M \cos i_M + S_z \cdot \sin i_M; \\ S_{zM} &= S_x \cdot \sin \varphi_M \sin i_M + S_y \cdot \cos \varphi_M \sin i_M + S_z \cdot \cos i_M. \end{aligned} \quad (9)$$

На рис. 3, b и рис. 3, c показана эволюция оси орбиты \vec{S} в двух плоскостях $y_M x_M$ и $z_M x_M$. На рис. 3, b показан участок траектории конца оси \vec{S} за 400 куг. Начиная с $T = -400$ куг, ось орбиты вращается вокруг вектора момента \vec{M} за стрелкой часов, т.е. против орбитального движения Земли вокруг Солнца. Прецессия оси \vec{S} совершается с периодом $T_S = T_i = T_\Omega = 68.7$ куг и средней за оборот угловой скоростью $\omega_S = -1885$ "/куг. Траектория движения конца вектора в плоскости $(x_M y_M)$ является незамкнутой двухвальной кривой. Это обусловлено нутационными колебаниями, т.е. изменениями угла Θ_S отклонения оси орбиты от вектора момента \vec{M} , который определяется как

$$\Theta_S = \arccos S_{zM}. \quad (10)$$

Из рис. 3, c видно, что изменение проекции S_{zM} происходит симметрично относительно оси ординат, т.е. относительно вектора момента \vec{M} . При этом угол нутации изменяется в пределах $3.9 \cdot 10^{-4} < \Theta_S < 0.0514$ радиан при среднем значении $\Theta_{Sm} = 0.0226$ радиан. Максимальное отклонение оси от момента \vec{M} составляет $\Theta_{Smax} = 2.94^\circ$, а размах нутационных колебаний достигает $2 \cdot 2.94^\circ = 5.88^\circ$.

Главный период нутационных колебаний $T_{\Theta 1} = 97.35$ куг. Так как он больше периода прецессии $T_S = 68.7$ куг, т.е. не совпадает с ним, то движение конца оси \vec{S} на рис. 2, b происходит по двуховальной траектории. Отметим, что имеется еще второй период нутационных колебаний $T_{\Theta 2} = 1.164$ млн. лет.

Итак, представленные на рис. 2 сложные колебания восходящего узла φ_{Ω} орбиты и ее угла наклона i обусловлены прецессионным движением оси орбиты вокруг вектора момента \vec{M} с периодом $T_S = 68.7$ куг и ее нутационными колебаниями с главным периодом $T_{\Theta 1} = 97.35$ куг.

Для выявления периодов колебаний параметров орбит за большие периоды времени мы сопоставляем динамику изменения параметра с гармоникой, которая, например, для эксцентриситета e будет иметь вид:

$$E = e_0 + e_a \sin(\varphi_{e0} + 2\pi T/T_{e1}), \quad (11)$$

$$\text{где } e_0 = (e_{max} + e_{min})/2; e_a = (e_{max} - e_{min})/2.$$

Первоначально период T_{e1} определяется приближенно по количеству колебаний на некотором интервале времени, а затем он уточняется по совпадению колебаний e с колебаниями гармоники E на всем интервале изменения.

Для выявления следующего по продолжительности периода колебаний рассматриваем изменение скользящих средних на временном интервале, равном $2T_{e1}$. Например, скользящая средняя эксцентриситета определяется так:

$$e_{ii} = \left(\sum_{k=i-N}^{i+N} e_k \right) / (2N + 1), \quad (12)$$

где N определяется половиной интервала осреднения $N \approx T_{e1}/(10 \text{ куг})$;

10 куг – временной интервал между точками e_k .

Первоначально период T_{e2} определяется приближенно по количеству колебаний e_{ii} на некотором интервале времени, а затем он уточняется по совпадению колебаний e_{ii} с колебаниями гармоники E_t на всем интервале изменения, где E_t рассчитывается согласно (11) по e_{ii} аналогично E . Последующие периоды рассчитываются аналогично. Таким образом, были определены периоды изменения эксцентриситета T_{e1} , T_{e2} и T_{e3} , представленные на рис. 2. На рис. 4 изображена скользящая средняя эксцентриситета e_{i1} по интервалу $850 \text{ куг} \approx 2T_{e2}$ и гармоника E_{t1} с периодом $T_{e3} = 2.306$ млн. лет. Как видим, периодичность этих двух зависимостей совпадает на всем интервале 50 млн. лет.

На этом же рис. 4 представлено изменение угла положение перигелия φ_p за 50 млн. лет. Если на рис. 3 изменяется φ_p немонотонны, то в более крупном масштабе на рис. 4 угол перигелия φ_p изменяется монотонно. Здесь же точками представлена угловая скорость ω_p вращения перигелия, рассчитанная по интервалу 20 куг, а также пунктирной линией нанесена средняя за весь интервал 50 млн. лет угловая скорость $\omega_{pm} = 882.07$ "/суг. Угловая скорость ω_p изменяется с несколькими периодами, достигая крайних значений $\omega_{pmin} = -2458$ "/суг и $\omega_{pmax} = 4222$ "/суг. То есть, наряду со средним вращением перигелия в направлении орбитального движения существуют его кратковременные возвратные движения с угловой скоростью превышающей среднюю в 4 раза. В результате такого неравномерного вращения продолжительность каждого оборота перигелия изменяется. Например, в современную эпоху перигелий Земли совершает оборот за 225 куг, а в эпоху -0.78 млн. лет перигелий совершил оборот за 52 куг, т.е. в четыре раза быстрее.

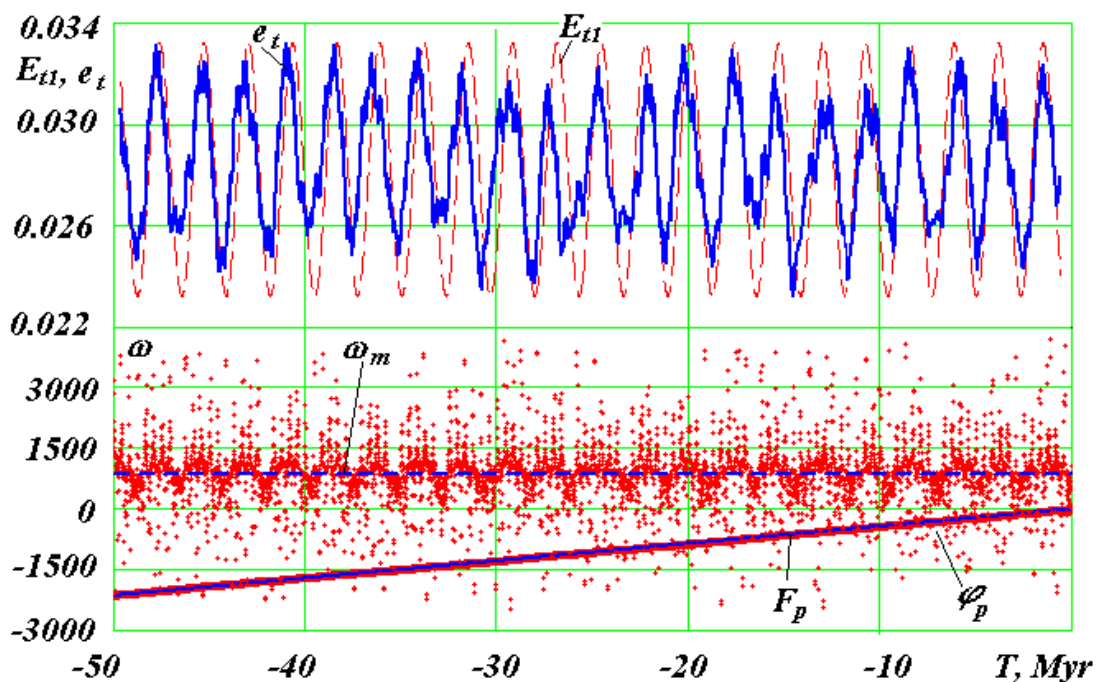


Рис. 4. Изменения эксцентриситета и положения перигелия орбиты Земли за 50 млн. лет: e_t – скользящие средние эксцентриситета по интервалу 850 куг; E_{11} – синусоида с периодом $T_{e3} = 2.306$ млн. лет; φ_p – угловое положение перигелия; $F_p = F_{p0} + 2\pi T/T_p$ – аппроксимация изменения перигелия; ω – угловая скорость вращения перигелия в "/суг на интервалах времени в 20 куг (представлена точками через 10 куг); $\omega_{pm} = 882.07$ "/суг – средняя за 50 млн. лет угловая скорость вращения перигелия.

7. Прецессия и вращение орбит планет за 50 млн. лет.

Выше мы рассмотрели прецессию оси S орбиты Земли вокруг вектора момента \vec{M} . Аналогичные прецессионные вращения и нутационные колебания совершают оси

орбит других планет Солнечной системы (см. рис. 5). Оси орбит всех планет вращаются вокруг \vec{M} за стрелкой часов, т.е. против орбитального движения. Если главный период нутационных колебаний $T_{\theta 1}$ превосходит период прецессии T_S и нутационные колебания значительны, то траектория оси $S_{yM}(S_{xM})$ представляет, как в случае Венеры, Земли и Марса, двухвальную траекторию. Если период нутационных колебаний $T_{\theta 1}$ в несколько раз меньше периода прецессии, то траектории осей, как в случае Урана и Нептуна, имеют вид розеток. Следует отметить, что на графиках траектории изображены прямыми, соединяющими точки. Так как интервал между точками равен 10 куг, то при малом периоде прецессии, как, например, у Юпитера и Сатурна $T_S = 50$ куг, траектории представлены ломаными кривыми.

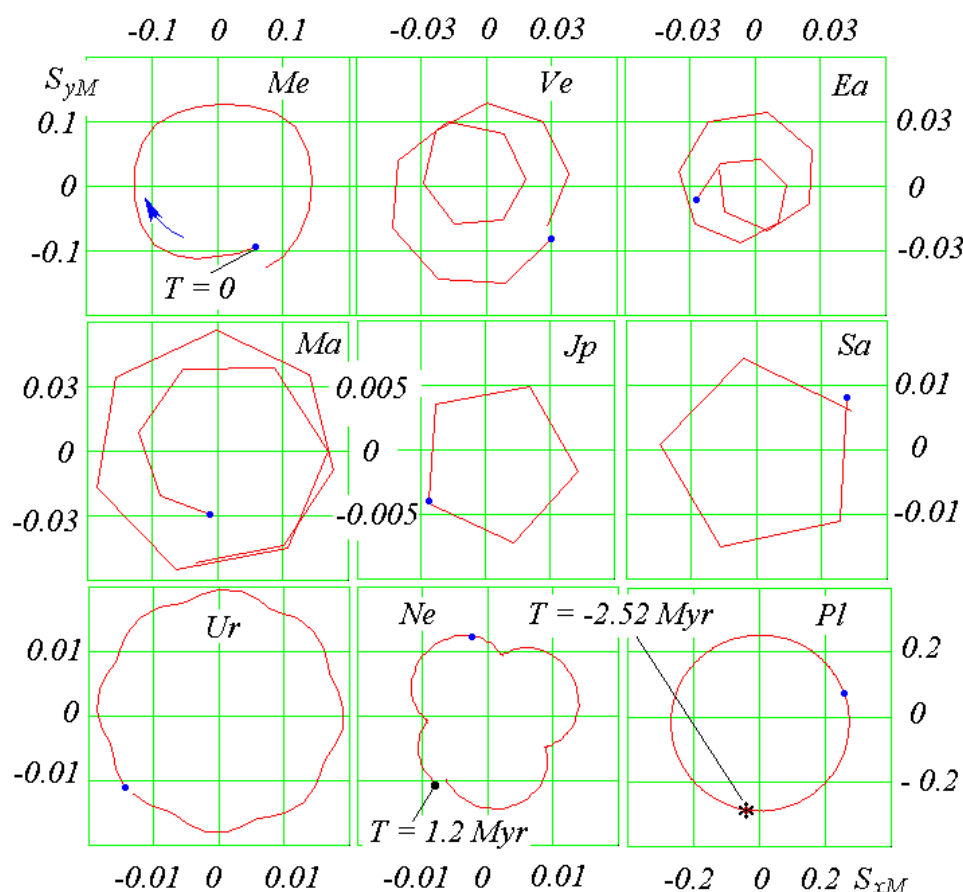


Рис. 5. Прецессия осей планет в течение одного оборота или одного цикла колебаний вокруг вектора момента количества движения Солнечной системы на отрезке времени от -2.56 млн. лет до +1.2 млн. лет: стрелкой показано направление прецессии; $T = 0$ – положение осей в исходную эпоху и начальные точки траекторий осей для планет от Меркурия до Урана; для Нептуна и Плутона траектории начинаются в прошедшие эпохи.

На рис. 6 показаны изменения во времени углов прецессии ψ_m всех планет, где

$$\psi_M = \arctg S_{yM} / S_{xM} \quad (14)$$

является углом поворота оси орбиты вокруг вектора момента \vec{M} .

Здесь же нанесены аппроксимационные зависимости

$$\psi_{Ma} = \psi_{M0} + 2\pi \cdot T / T_S, \quad (15)$$

где T_S - период прецессий планет приведены на рис. 6. Как видно из графиков, ψ_M и ψ_{Ma} совпадают. Из представленных данных следует, что с наибольшей скоростью прецессируют оси орбит Юпитера и Сатурна, а с наименьшей - Плутона. Для двух групп планет: Венеры и Земли, Юпитера и Сатурна скорости прецессии практически совпадают. Следует отметить, что на малых интервалах времени изменение углов прецессии ψ_M отличается от линейного закона (15).

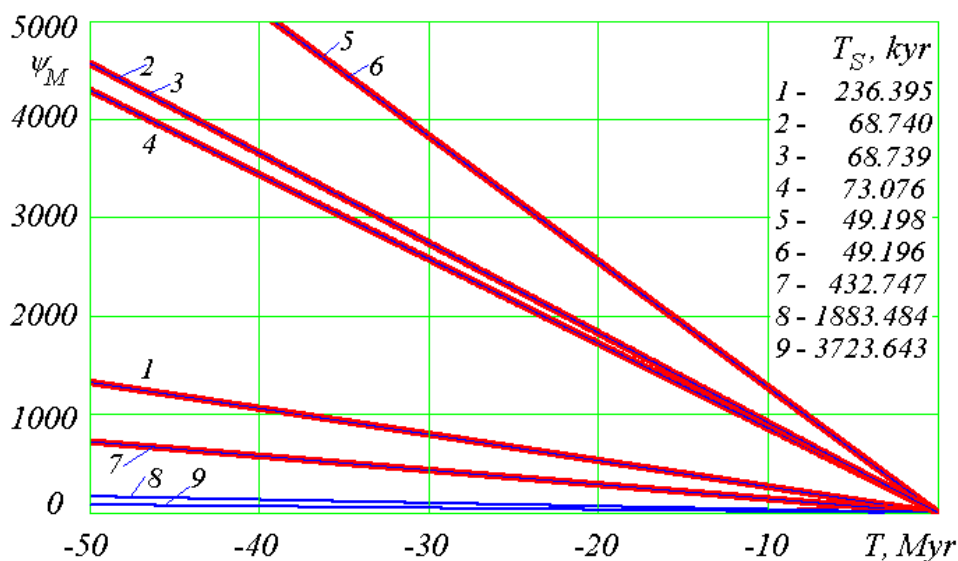


Рис. 6. Изменение углов прецессии ψ_M планет вокруг вектора момента количества движения Солнечной системы за 50 млн. лет. Цифрами 1÷9 обозначены планеты от Меркурия до Плутона; числами приведены длительности T_S одного оборота оси в тыс. лет.

Кроме прецессии осей орбит происходит вращение самих орбит. Оно представлено на рис. 7 в виде углов поворотов φ_p перигелиев. Орбиты 8 планет, от Меркурия до Нептуна, вращаются против стрелки часов, т.е. в направлении орбитального движения. Орбита Плутона вращается за стрелкой часов. У двух групп планет: Венеры и Земли, Юпитера и Урана скорости вращения практически совпадают. С наибольшей скоростью вращается орбита Сатурна, с наименьшей – Плутона.

На этих графиках нанесены также аппроксимационные зависимости

$$F_p = F_{p0} + 2\pi T / T_p, \quad (16)$$

где T_p - средние за 50 млн. лет периоды обращения перигелиев для всех планет даны на рис. 7 в тыс. лет. Из графиков видно, что φ_p и F_p совпадают. Несмотря на то, что для

большинства планет перигелии, как и для Земли (см. рис. 2 и рис. 4), вращаются немонотонно, эти колебания вращения на интервале 50 млн. лет сглаживаются.

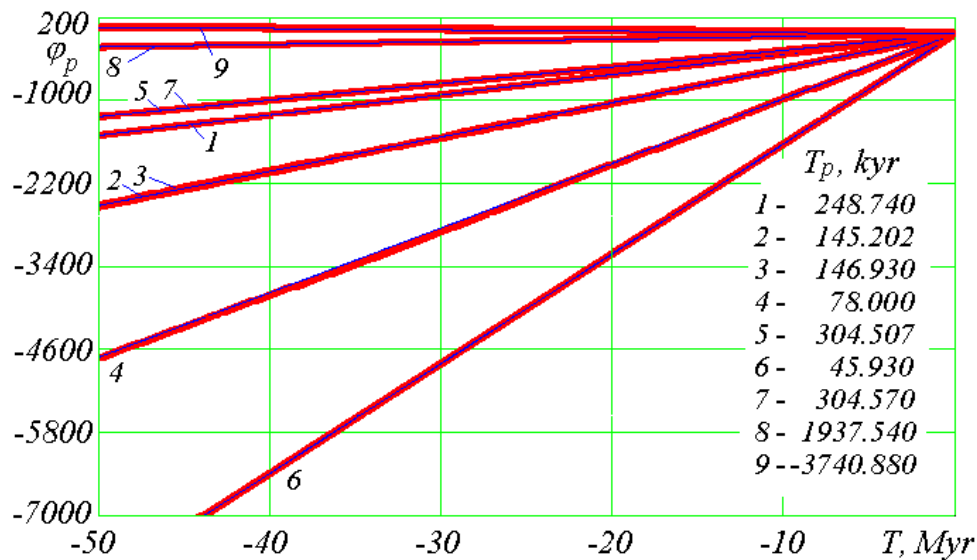


Рис. 7. Изменение углов положения перигелиев φ_p орбит планет за 50 млн. лет. Цифрами 1 ÷ 9 обозначены планеты от Меркурия до Плутона. Числами даны средние за 50 млн. лет периоды вращения перигелиев T_p .

8. Сопоставление с результатами решения других авторов

В работе *Laskar at al., 1993* решения за интервал времени -200 млн. лет получены в результате численного интегрирования упрощенных уравнений движения в рамках теории вековых возмущений. Однако решения имеют небольшое сходжение и после 100 млн. лет носят хаотический характер. Поэтому *Laskar at al.* ограничились периодом от -20 млн. лет до $+10$ млн. лет. Кроме того, эти авторы считают, что период 100 млн. лет является пределом стабильности Солнечной системы.

В работе *T.Quinn at all, 1991* численно интегрируются неупрощенные уравнения движения орбитального движения. Авторы применяют конечно-разностный метод Штёрмера 12 и 13 порядков и накладывают дополнительные слабые воздействия: релятивистская добавка к закону тяготения Ньютона и приливное трение. *Laskar at al., 1993* сопоставили свои результаты по наклону орбиты ε с результатами *T.Quinn at all*. Последние результаты имеют небольшое отставание по времени, которое, как доказали *Laskar at al.*, обусловлено влиянием приливного трения.

Мы сопоставили свои решения для эксцентриситета с результатами Миланковича М. (1933г.), Шараф Ш.Г. и Будниковой Н.А. (1969г.) и Berger and Loutre, 1991. Чем более поздние результаты, тем лучше они согласуются с нашими. Это объясняется тем,

что аналитическая теория вековых возмущений со временем совершенствуется. Поэтому на рис. 8 приведено сопоставление наших результатов по эксцентриситету (точки 1) за 5 млн. лет с результатами самой поздней теории Berger and Loutre (линия 3). Как видно из графиков, за 400 тыс. лет результаты практически совпадают. Затем начинают наблюдаться различия, которые после 2.5 млн. лет становятся существенными.

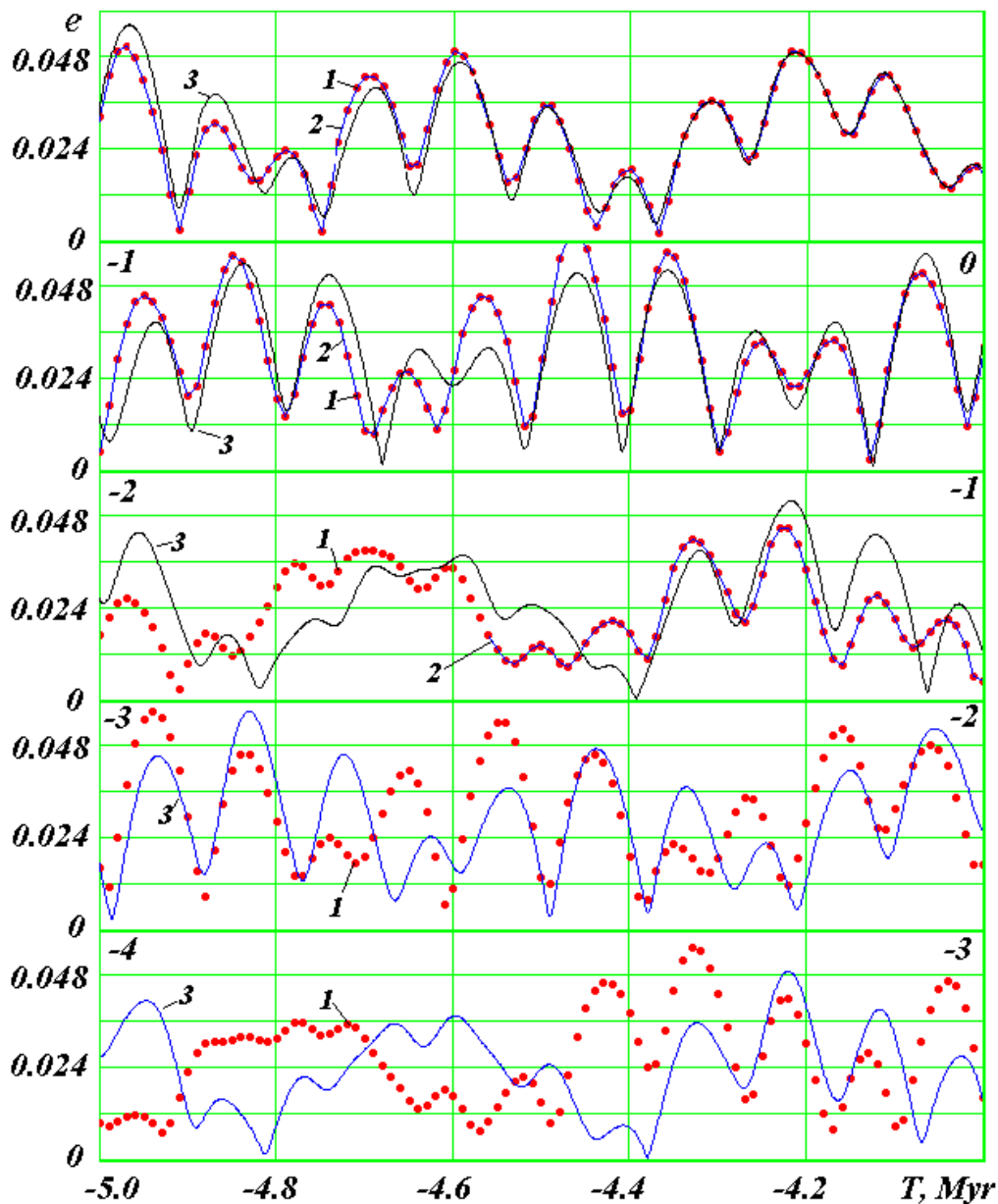


Рис. 8. Сопоставление с Berger A. and Loutre M. F. эволюции эксцентриситета орбиты Земли за 5 млн. лет: 1 – расчет с шагом $dT = 2 \cdot 10^{-4}$ года и относительным изменением за 2.56 млн. лет момента $\delta M = 1 \cdot 10^{-10}$; 2 – расчет с шагом $dT = 10^{-4}$ года и $\delta M = 4.4 \cdot 10^{-12}$; 3 – решения Berger A. and Loutre M. F.

Устойчивость наших решений мы неоднократно проверяли. На рис. 8 линией 2 нанесено наше решение при погрешности момента δM в 44 раза большей. Видно, что решения 1 и 2 практически совпадают. То есть, точность нашего решения достаточно обусловлена. Поэтому, отличие результатов Berger and Loutre 3 от нашего решения 1 обусловлено их погрешностью.

Сопоставим свои решения для перигелия с результатами Berger and Loutre. Угловые параметры орбиты φ_Ω , φ_p и i мы определяем относительно неподвижной плоскости экватора на эпоху 1950 г. В аналитических методах положение перигелия и наклон плоскости орбиты рассчитываются относительно подвижной плоскости экватора, которая, как известно из наблюдений, прецессирует со скоростью около $50''$ в год в направлении обратном движению Земли. Пересчитаем эволюцию перигелия Земли, представленную на рис. 2, в подвижную систему координат.

Восходящий узел γ перемещается против движения Земли в плоскости неподвижной эклиптики с угловой скоростью, отнесенной к одному году [Справочное руководство..., 1976]

$$p_l = 50'' ,37084 + 0'' ,00493 \cdot T_0, \quad (17)$$

где T_0 – время в столетиях, отсчитываемое от фундаментальной эпохи 1900 г.

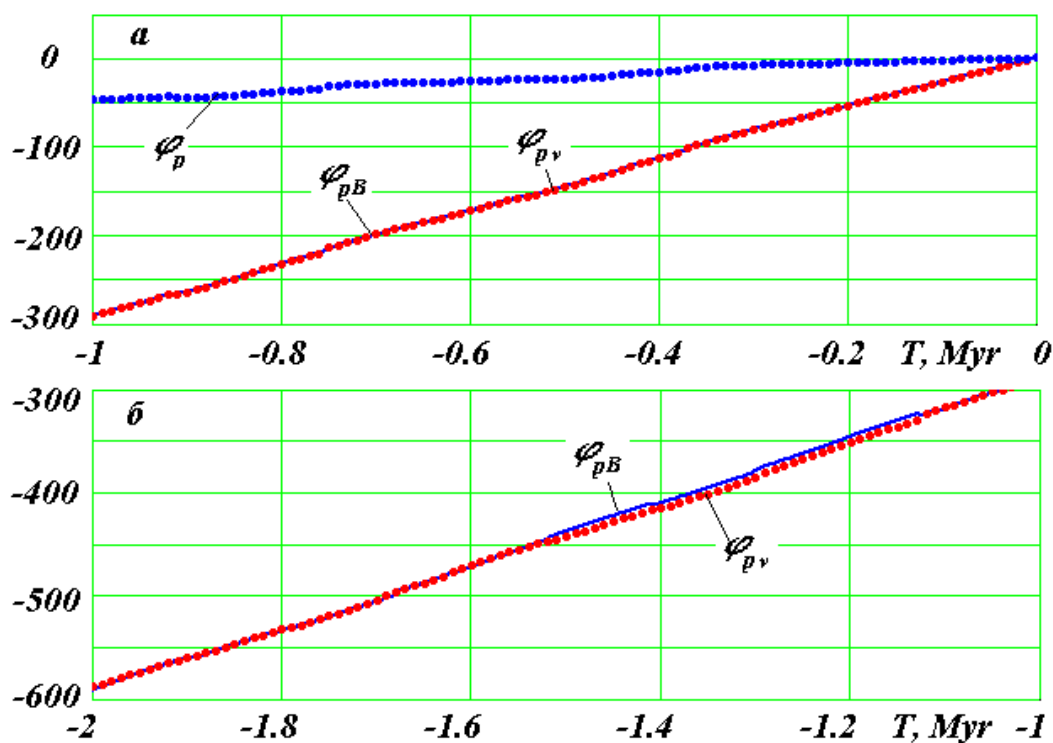


Рис. 9. Сопоставление результатов численного решения (точки) с аналитическими результатами А. Берже и М.Ф. Лоутре (φ_{pB}): а, б - положение перигелия относительно восходящего узла в подвижной плоскости экватора φ_{pv} .

Ось x нашей неподвижной экваториальной системе координат направлена на точку весеннего равноденствия γ_0 на эпоху 1950 г. Так как этой эпохе соответствует величина времени $T_0 = 0.5$, то, согласно (17), угловая скорость перемещения узла γ будет $5037''{,}3305$ угловых секунд в столетие. Тогда в любой другой момент времени T смещение точки весеннего равноденствия будет определяться дугой $\gamma\%$:

$$\gamma\% = 5037''{,}3305 T, \quad (18)$$

где T – время в юлианских столетиях от 30.12.49 г. Тогда положение перигелия от подвижного восходящего узла γ на неподвижной эклиптике будет:

$$\varphi_{pv} = \varphi_p + \gamma\%. \quad (19)$$

Следует отметить, что при выводе (18) мы пренебрегли зависимостью p_l от времени, так как она теряет смысл при распространении ее на большие сроки. Здесь мы также пренебрегли отличием положения перигелия на подвижной и неподвижной эклиптике.

На рис.9а, б сопоставлены наши изменения перигелия φ_{pv} относительно подвижной плоскости экватора с изменениями φ_{pB} , рассчитанными А. Берже и М.Ф. Лоутре. Результаты расчетов в пределах первого миллиона лет совпадают с высокой точностью, затем начинают расходиться. Для сравнения, на рис. 9а приведены изменения перигелия φ_p относительно неподвижной плоскости экватора. Как видим, основная часть изменения перигелия обусловлена движением восходящего узла ($\gamma\%$), т.е. прецессией плоскости экватора. Поэтому имеющиеся расхождения φ_{pv} и φ_{pB} обусловлены точностью описания движения плоскости экватора.

T.Quinn at all, 1991 в пределах –1 млн. лет сопоставили свои решения по эксцентриситету с результатами *Berger and Loutre, 1991*. Характер отличия такой же как на рис. 3а. Отсюда следует, что наши результаты по эксцентриситету в пределах –1 млн. лет согласуются с численными решениями *T.Quinn at all, 1991*. Этот вывод качественен. Получение количественных сопоставлений нецелесообразно, так как эти авторы ввели дополнительные воздействия. В этой работе решаются уравнения относительного движения, т.е. движения тел по отношению к Солнцу. Мы решаем в барицентрической системе координат и дополнительно получаем также решения для движения Солнца. Во-первых, движение Солнца представляет самостоятельный интерес для короткопериодических изменений климата (*Мельников, Смутьский и др., 2000*). Во-вторых, его движение позволяет понять ряд особенностей движения планет. В-третьих, в барицентрической системе координат остаются неизменные интегралы

движения. Поэтому погрешность координат и скоростей тел легко определяется и в процессе решения, и при многочисленных переработках алгоритма и программы решения уравнений.

T.Quinn at all, 1991 из-за недостаточной точности метода, как эти авторы сами отмечают, не интегрирует уравнение движения Луны, а учитывает ее влияние искусственным приемом. Мы интегрируем уравнение движения Луны и его анализ позволяет понять некоторые особенности движения планет и осей их орбит. При известной эволюции движения Луны в дальнейшем мы сможем более точно рассчитать прецессию Земной оси. Для этой цели будет также использовано движение Солнца.

Рассмотрим теперь погрешность в работе *T.Quinn at all, 1991*. С этой целью в табл. 1 моменты количества движения Солнечной системы исходной эпохи (30.12.1949 г., юлианский день которой $JD_0 = 2433280.5$) сопоставлены с моментами в конце счета до времени -3.056 млн. лет в прошлое ($JD_k = -11133787075.5$). Как видно из таблицы, относительное изменение модуля момента составило величину $\delta M = 1.55 \cdot 10^{-7}$.

Табл. 1. Сопоставление начальных и конечных моментов количества движения M_x, M_y, M_z, M Солнечной системы относительно центра масс в работе (*T.Quinn at all, 1991*) и в нашей работе: начальная эпоха 1949, дек. 30.0 ET, $JD_0 = 2433280.5$; конечная эпоха -3.056 млн. лет, $JD_k = -11133787075.5$; моменты даны в системе центра масс, M – модуль момента; размерность момента в $\text{кг} \cdot (\text{a.e.})^2 / (\text{эфем. сутки})$.

Параметр	$JD_0 = 2433280.5$	$JD_k = -11133787075.5$	$\delta M_i = (M_{ki} - M_{0i}) / M_{0i}$
<i>T.Quinn at all, 1991</i>			
M_x	$3.21025631683784 \cdot 10^{24}$	$3.21025008688941 \cdot 10^{24}$	-1.94e-006
M_y	$-4.72526212789061 \cdot 10^{25}$	$-4.72526213528693 \cdot 10^{25}$	1.57e-009
M_z	$1.11441648043494 \cdot 10^{26}$	$1.11441668588992 \cdot 10^{26}$	1.84e-007
M	$1.21088219418726 \cdot 10^{26}$	$1.21088238191151 \cdot 10^{26}$	1.55e-007
Наша работа			
M_x	$3.22212721511458 \cdot 10^{24}$	$3.22212721555565 \cdot 10^{24}$	1.37e-010
M_y	$-4.72452280664343 \cdot 10^{25}$	$-4.72452280666317 \cdot 10^{25}$	4.18e-012
M_z	$1.11434969180568 \cdot 10^{26}$	$1.11434969180989 \cdot 10^{26}$	3.78e-012
M	$1.21079502952044 \cdot 10^{26}$	$1.2107950295252 \cdot 10^{26}$	3.93e-012

В табл. 1 также приведены моменты начальной эпохи и эпохи -3.06 млн. лет, согласно нашим расчетам при $dt = 1 \cdot 10^{-4}$ года. Как видим, относительное изменение

момента составляет величину $\delta M = 3.93 \cdot 10^{-12}$, которая в $4 \cdot 10^4$ раз меньше соответствующей величины *T.Quinn at all.*

Эту задачу мы решили также с меньшим шагом $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$ и расширенной длиной числа (34 десятичных знака) на период от -2.5 куг до 2.5 куг. В этом случае погрешность момента растет линейно со скоростью $\delta M/dt = 1.48 \cdot 10^{-23}$ 1/год. Это на эпоху $-3,056$ млн. лет даст погрешность момента $\delta M = 4.4 \cdot 10^{-17}$, что на 10 порядков меньше, чем в работе Кинна и др.

Представленные результаты свидетельствуют, что наш метод обеспечивает высокую точность расчетов, и он позволит выполнить расчеты эволюции Солнечной системы за время порядка миллиарда лет. По сравнению с предыдущими работами наши решения отличаются следующим.

1. Задача интегрируется в системе центра масс Солнечной системы с интегрированием уравнения движения Солнца. Это, во-первых, позволяет другим методом проверить результаты предшествующих авторов. Во-вторых, при этом методе возможен более надежный контроль точности решений. В-третьих, движение Солнца представляет самостоятельный интерес.

2. В задаче интегрируются уравнения движения Луны. Это позволяет, во-первых, более точно определить изменения орбиты Земли. Во-вторых, полученное движение Луны позволит более точно рассчитать прецессию оси Земли.

3. Задача решается более совершенным методом, который позволяет интегрировать уравнение движения Луны. В статье представлены результаты за 50 млн. лет. Метод позволяет достичь периодов сотен млн. лет, которые предыдущими исследователями, заявлены как предел стабильности Солнечной системы.

4. В работе представлены абсолютные изменения параметров орбиты Земли, а не относительные в системе подвижного экватора как у всех предшествующих исследователей. Изменение плоскости экватора является самостоятельной проблемой, которая в настоящее время решена только в первом приближении. Поэтому необходимо иметь вначале точно рассчитанную динамику орбиты, а затем на нее накладывать все более уточненные решения для плоскости экватора.

8. Выводы

1. Разработана методика численного интегрирования уравнений, которая позволяет с приемлемой точностью рассчитывать эволюцию Солнечной системы за время порядка миллиарда лет.

2. Проинтегрирована система уравнений за 50 млн. лет и установлены прецессионные и вращательные движения орбит планет и их периоды.

3. Рассчитана эволюция орбиты Земли за 50 млн. лет:

3.1. Эксцентриситет орбиты колеблется в пределах $e = 0.0003 - 0.065$ вокруг его среднего значения $e_m = 0.028$ с периодами 94.5 куг, 413 куг и 2.31 млн. лет. А перигелий орбиты неравномерно вращается в направлении движения Земли, совершая один средний за 50 млн. лет оборот за время 147 куг.

3.2 Ось орбиты Земли вращается в направлении обратном ее движению вокруг вектора момента \vec{M} с периодом 68.7 куг и совершает нутационные колебания с главным периодом 97.4 куг и размахом колебаний 5.8° .

3.3. Эволюция орбиты происходит в результате четырех движений:

- 1) прецессии оси орбиты вокруг вектора момента количества движения всей Солнечной системы;
- 2) нутационных колебаниях оси орбиты;
- 3) колебания эксцентриситета орбиты;
- 4) вращения орбиты в своей плоскости (вращение перигелия).

4. Независимым методом подтверждены результаты предшествующих исследователей об эволюции орбиты Земли и о возможном ее влиянии на криосферу Земли.

Работа выполнялась при поддержке грантов губернатора Тюменской области 2003 и 2004 г.г. и интеграционной программы Президиума РАН № 13 в 2004г.

Литература

Мельников В.П., Смутьский И.И., Кротов О.И., Смутьский Л.И. (2000). Орбиты Земли и Солнца и возможные воздействия на криосферу Земли (постановка проблемы и первые результаты). **Криосфера Земли**, т. IV, №3, с. 3-13.

Мельников В. П., Смутьский И.И. . (2004). Астрономические факторы воздействия на криосферу Земли и проблемы их исследования. **Криосфера Земли**, т.VIII, № 1, с. 3–14.

Миланкович М. (1939) Математическая климатология и астрономическая теория колебаний климата. **ГОНТИ**. Москва-Ленинград. –207 с.

Смутьский И. И. (1999) Теория взаимодействия. **Новосибирский ун-т, ННЦ ОИГГМ СО РАН**. Новосибирск. – 294 с.

Смутьский И.И. (2003) Осесимметричная задача гравитационного взаимодействия N-тел. **Математическое моделирование**. -, т. 15, № 5, с. 27-36.

Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. Изд. 2-е, доп. и перераб. (1976). Под ред. Г. Н. Дубошина. **Наука**. Москва. 862 с.

Шараф Ш. Г. и Будникова Н. А. (1967) О вековых изменениях элементов орбиты Земли, влияющих на климаты геологического прошлого. **Бюл. ИТА АН СССР.**, вып. 11, № 4 - С. 231 - 261.

Шараф Ш. Г. и Будникова Н. А. (1969) Вековые изменения элементов орбиты Земли и астрономическая теория колебаний климата. **Тр. Инст. теоретич. астрономии. Наука** - Вып. XIV. – Ленинград. с. 48 - 109.

Berger A. and Loutre M. F. (1991) Insolation values for the climate of the last 10 million years. **Quaternary Science Reviews.** № 10, P. 297 - 317.

Brouwer D., Van Woerkom A. J. J. (1950) The secular variation of the orbital elements of the principal planets. **Astr. Pap.** - - 13, 2.

Laskar J., Joutel F., Boudin F. (1993) Orbital, precessional, and insolation quantities for the Earth from -20 Myr to +Myr млн. лет. **Astronomy and Astrophysics.** V. 270. N. 1-2. P. 522-533.

Quinn T. R., Tremaine S., Duncan M. (1991) A three million year integration of the earth's orbit. **Astronomical Journal.** V. 101. P. 2287-2305.